

<b>數學對話式</b> <b>總複習1~4冊</b>		<b>5</b> 排列、組合			班級： _____ 座號： _____ 姓名： _____ 得分： _____
1.	(1) (10, 9) (2) 10	2.	(1) (E) (2) (B) (3) (C)(F)	3.	(1) (D) (2) □ (3) (G)
6.	(B)	7.	(C)	8.	(D)
11.	315	12.	56	13.	53
		14.	7	15.	924
		4.	(D)	5.	1022
		9.	(B)(C)(E)	10.	(C)(E)

一、概念題 (共 10 格，每格 5 分)

1.  $a, b \in Z, 10 \geq a > b \geq 0$ ，若：

- (1)  $P_a^{10} = P_b^{10}$ ，則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_  
 (2) 若  $C_a^{10} = C_b^{10}$ ， $a + b =$  \_\_\_\_\_。

2.  $m, n$  為非負整數，將下列□至□小題填入(A)至(F)的選項：(A) $m$  個相同物分給  $n$  個人的方法數 (B) $m$  個相異物取出  $n$  個的方法數 (C) $m$  種相異物取出  $n$  個的方法數 (D) $m$  個相異物選出  $n$  個可重複選取，排成一列的方法數 (E) $m$  個相異物取出  $n$  個排成一列的方法數 (F) $n$  個相同物分給  $m$  個人的方法數。

- (1) 若  $m \geq n$ ，則  $P_n^m$  的涵義為 \_\_\_\_\_ (單選)  
 (2) 若  $m \geq n$ ，則  $C_n^m$  的涵義為 \_\_\_\_\_ (單選)  
 (3)  $H_n^m$  的涵義為 \_\_\_\_\_。(多選)

3.  $m, n$  為非負整數，將下列□至□小題填入(A)至(H)的選項 (均為單選)：

- (A)  $\frac{m!}{n!(m-n)!}$  (B)  $\frac{n!}{m!}$  (C)  $\frac{m!}{n!}$  (D)  $\frac{m!}{(m-n)!}$  (E)  $\frac{n!}{m!(m-n)!}$  (F)  $n^m$  (G)  $m^n$   
 (H)  $\frac{m!}{m}$ 。

- (1) 若  $m \geq n$ ，則  $P_n^m =$  \_\_\_\_\_  
 (2) 若  $m \geq n$ ，則  $C_n^m =$  \_\_\_\_\_  
 (3)  $m$  個相異物取出  $n$  個可重複選取，排成一列的方法數為 \_\_\_\_\_。

4.  $m, n \in N$ ，則  $H_n^m =$  \_\_\_\_\_

- (A)  $C_n^{m+n}$  (B)  $C_{n-1}^{m+n}$  (C)  $C_{n+1}^{m+n}$  (D)  $C_n^{m+n-1}$  (E)  $C_n^{m+n+1}$ 。

5.  $C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + C_4^{10} + C_5^{10} + C_6^{10} + C_7^{10} + C_8^{10} + C_9^{10} =$  \_\_\_\_\_。

**解**  $(1+1)^{10} = C_0^{10} + C_1^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} \Rightarrow 1024 = 1 + \text{所求} + 1 \Rightarrow \text{所求} = 1022$

二、單一選擇題 (共 3 題，每題 5 分)

\_\_\_\_\_ 6. 7 件相同的物品，全分給 10 個人，每人可兼得，則其分法有幾種？

- (A)  $C_7^{10}$  (B)  $H_7^{10}$  (C)  $H_{10}^7$  (D)  $10^7$  (E)  $7^{10}$ 。

**解** 即  $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 7$  的非負整數解個數  $\therefore$  為  $H_7^{10}$ ，選(B)

\_\_\_\_\_ 7. 自 8 冊不同的英文書與 6 冊不同的中文書中，取 2 冊英文書與 3 冊中文書排在書架上，其方法有幾種？

- (A)  $P_2^8 \cdot P_3^6$  (B)  $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 2! \cdot 3!$  (C)  $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 5!$  (D)  $C_2^8 \cdot 2! + C_3^6 \cdot 3!$  (E)  $C_5^{15} \cdot 5!$ 。

**解** 即  $\frac{C_2^8}{\text{取英文書}} \cdot \frac{C_3^6}{\text{取中文書}} \cdot \frac{5!}{\text{5本書排成一列}} \therefore$  選(C)

\_\_\_\_\_ 8. 我國的機車牌照為六位的字母與數字，原本前三位為英文字母、後三位為 0 至 9 的數字且個位不為 4，如  $UKX-571$ 。經過十幾年後號碼不敷使用，因此又設計出前三位為 0 至 9 的數字且個位不為 4，末三位為英文字母，如  $425-NQG$ 。請問在這些條件之下，我國的機車牌照共可發出多少面？

- (A)  $26 \times 25 \times 24 \times 900$  (B)  $26 \times 26 \times 26 \times 1000$  (C)  $26 \times 26 \times 26 \times 900$   
 (D)  $26 \times 26 \times 26 \times 900 \times 2$  (E)  $(26 \times 26 \times 26 \times 900)^2$ 。

**解**  $(26 \times 26 \times 26) \times (10 \times 10 \times 9) + (10 \times 10 \times 9) \times (26 \times 26 \times 26) = 26 \times 26 \times 26 \times 900 \times 2$   
 前三位為字母 末三位為數字 前三位為數字 末三位為字母  
 $\therefore$  選(D)

三、多重選擇題 (共 2 題，每題 5 分)

\_\_\_\_\_ 9. 若數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$ ，則稱為「遞增」，請問下列各選項哪些正確？

- (A)  $P_7^7 = 1$  (B)  $C_7^{10} = C_3^{10}$  (C) 數列  $P_1^n, P_2^n, P_3^n, \dots, P_n^n$  為遞增的數列 (D) 數列  $C_1^n, C_2^n, C_3^n, \dots, C_n^n$  為遞增的數列 (E) 數列  $C_1^{n+1}, C_2^{n+2}, C_3^{n+3}, \dots, C_n^{2n}$  為遞增的數列。

**解** (A)  $P_7^7 = 7! = 5040$ ，不合

(B)  $C_7^{10} = \frac{10!}{7!3!} = C_3^{10}$ ，合

(C) 即  $n, n(n-1), n(n-1)(n-2), \dots, n!$ ，為遞增，合

(D) 應先遞增再遞減，不合

(E)即  $n+1$ 、 $(n+1) \times \frac{n+2}{2}$ 、 $(n+1) \times \frac{n+2}{2} \times \frac{n+3}{3}$ 、...、為遞增，合

∴選(B)(C)(E)

10.關於  $(x - \frac{1}{x})^{10}$  的展開式中，下列選項哪些正確？

(A)共有 10 項 (B) $x^4$ 項的係數為  $C_3^{10}$  (C)常數項為 -252

(D) $x^{-10}$ 項的係數為 -1 (E) $x$ 項的係數為 0。

【詳】(A)應有 11 項，為  $C_0^{10}x^{10} + C_1^{10}x^9(\frac{-1}{x})^1 + C_2^{10}x^8(\frac{-1}{x})^2 + \dots + C_{10}^{10}(\frac{-1}{x})^{10}$

(B) $x^4$ 項 =  $C_3^{10}x^7 \cdot (\frac{-1}{x})^3 = -C_3^{10}x^4$ ，應為  $-C_3^{10}$ ，不合

(C)常數項 =  $C_5^{10}x^5 \cdot (\frac{-1}{x})^5 = -C_5^{10} = -252$ ，合

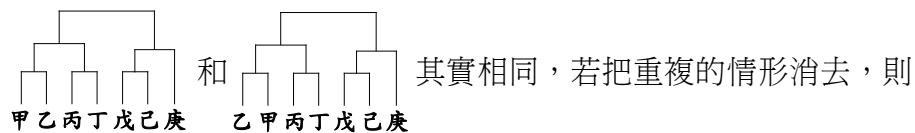
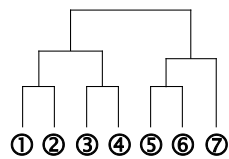
(D) $x^{-10}$ 項 =  $C_{10}^{10}(\frac{-1}{x})^{10} = x^{-10}$ ，應為 1，不合

(E)展開式依次為 10 次，8 次，6 次，... ∴  $x$ 項係數為 0，合

∴選(C)(E)

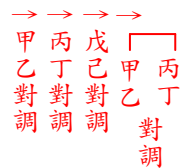
#### 四、填充題 (共 5 格，每格 5 分)

11.有七支球隊要排入右邊的賽程表，現在做好 ~ 的號碼牌放入籤筒，再請七個球隊隊長來抽籤。若把抽籤的結果填入右邊的空格，則會有  $7! = 5040$  種安排的情形，但其中有許多是重複的，如



共可排出 \_\_\_\_\_ 種不同的賽程。

【詳】 $\frac{7!}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{5040}{16} = 315$  《另解》 $C_4^7 C_3^3 \times C_2^4 C_2^2 \times C_2^3 C_1^1 = 35 \times 3 \times 3 = 315$



12.自來水公司因為輸水管路施工，必須輪流供水，若計畫在接下來的 10 天中選擇 3 天停止供水，為避免影響民生，該停水的 3 天不得相連，則自來水公司共有 \_\_\_\_\_ 種選擇的方式。

【詳】有 7 天供水，共 8 個空隙，取 3 個空隙使其停水 ∴共有  $C_3^8 = 56$  種選擇方式

13.有 1、1、1、2、2、3、4 共七個數字，若從中取出四個排成四位數，請問共可排成 \_\_\_\_\_ 種不同的偶數。

【詳】依同異來討論，且個位為 2 或 4 才可

全異：1、2、3、4，有 12 種

恰三同  $\begin{cases} 1、1、1、2 \\ 1、1、1、4 \end{cases}$ ，共 2 種

兩同兩同：1、1、2、2，共  $\frac{3!}{2!} = 3$  種

兩同兩異  $\begin{cases} 1、1、2、3 \Rightarrow \text{有 3 種} \\ 1、1、2、4 \Rightarrow \text{有 6 種} \\ 1、1、3、4 \Rightarrow \text{有 3 種} \\ 2、2、1、3 \Rightarrow \text{有 6 種} \\ 2、2、1、4 \Rightarrow \text{有 9 種} \\ 2、2、3、4 \Rightarrow \text{有 9 種} \end{cases}$ ，共 36 種

∴共  $12 + 2 + 3 + 36 = 53$  種

14.二階行列式  $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ ，其中  $a、b、c、d$  可為 1 或 2，則該行列式共有 \_\_\_\_\_ 種不同的值。

【詳】即  $ad - bc$

$1 \times 1 - 1 \times 1 \rightarrow 0$        $1 \times 2 - 1 \times 1 \rightarrow 1$   
 $1 \times 1 - 1 \times 2 \rightarrow -1$        $1 \times 2 - 2 \times 2 \rightarrow -2$   
 $1 \times 1 - 2 \times 2 \rightarrow -3$        $2 \times 2 - 1 \times 1 \rightarrow 3$   
 $2 \times 2 - 1 \times 2 \rightarrow 2$

∴有 0、±1、±2、±3，共 7 種

15.把  $(x + y)^{12}$  乘開整理，發現有一項的係數和其他項的係數都不同，請問這一項的係數為 \_\_\_\_\_。

【詳】該項為  $C_6^{12}x^6y^6 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}x^6y^6 = 924x^6y^6$  ∴所求為 924