

1.	(1) (10,9) (2) 10	2.	(1) (E) (2) (B) (3) (C)(F)	3.	(1) (D) (2) □ (3) (G)	4.	(D)	5.	1022
6.	(B)	7.	(C)	8.	(D)	9.	(B)(C)(E)	10.	(C)(E)
11.	315	12.	56	13.	53	14.	7	15.	924

一、概念題 (共 10 格，每格 5 分)

1. $a, b \in Z, 10 \geq a > b \geq 0$ ，若：

- (1) $P_a^{10} = P_b^{10}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____
 (2) 若 $C_a^{10} = C_b^{10}$ ， $a + b =$ _____。

2. m, n 為非負整數，將下列 □ 至 □ 小題填入 (A) 至 (F) 的選項：(A) m 個相同物分給 n 個人的方法數 (B) m 個相異物取出 n 個的方法數 (C) m 種相異物取出 n 個的方法數 (D) m 個相異物選出 n 個可重複選取，排成一列的方法數 (E) m 個相異物取出 n 個排成一列的方法數 (F) n 個相同物分給 m 個人的方法數。

- (1) 若 $m \geq n$ ，則 P_n^m 的涵義為 _____ (單選)
 (2) 若 $m \geq n$ ，則 C_n^m 的涵義為 _____ (單選)
 (3) H_n^m 的涵義為 _____。(多選)

3. m, n 為非負整數，將下列 □ 至 □ 小題填入 (A) 至 (H) 的選項 (均為單選)：

- (A) $\frac{m!}{n!(m-n)!}$ (B) $\frac{n!}{m!}$ (C) $\frac{m!}{n!}$ (D) $\frac{m!}{(m-n)!}$ (E) $\frac{n!}{m!(m-n)!}$ (F) n^m (G) m^n
 (H) $\frac{m!}{m}$ 。

- (1) 若 $m \geq n$ ，則 $P_n^m =$ _____
 (2) 若 $m \geq n$ ，則 $C_n^m =$ _____
 (3) m 個相異物取出 n 個可重複選取，排成一列的方法數為 _____。

4. $m, n \in N$ ，則 $H_n^m =$ _____

- (A) C_n^{m+n} (B) C_{n-1}^{m+n} (C) C_{n+1}^{m+n} (D) C_n^{m+n-1} (E) C_n^{m+n+1} 。

5. $C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + C_4^{10} + C_5^{10} + C_6^{10} + C_7^{10} + C_8^{10} + C_9^{10} =$ _____。

解 $(1+1)^{10} = C_0^{10} + C_1^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} \Rightarrow 1024 = 1 + \text{所求} + 1 \Rightarrow \text{所求} = 1022$

二、單一選擇題 (共 3 題，每題 5 分)

6. 7 件相同的物品，全分給 10 個人，每人可兼得，則其分法有幾種？

- (A) C_7^{10} (B) H_7^{10} (C) H_{10}^7 (D) 10^7 (E) 7^{10} 。

解 即 $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 7$ 的非負整數解個數 \therefore 為 H_7^{10} ，選 (B)

7. 自 8 冊不同的英文書與 6 冊不同的中文書中，取 2 冊英文書與 3 冊中文書排在書架上，其方法有幾種？

- (A) $P_2^8 \cdot P_3^6$ (B) $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 2! \cdot 3!$ (C) $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 5!$ (D) $C_2^8 \cdot 2! + C_3^6 \cdot 3!$ (E) $C_5^{15} \cdot 5!$ 。

解 即 $\frac{C_2^8}{\text{取英文書}} \cdot \frac{C_3^6}{\text{取中文書}} \cdot \frac{5!}{\text{5 本書排成一列}} \therefore$ 選 (C)

8. 我國的機車牌照為六位的字母與數字，原本前三位為英文字母、後三位為 0 至 9 的數字且個位不為 4，如 $UKX-571$ 。經過十幾年後號碼不敷使用，因此又設計出前三位為 0 至 9 的數字且個位不為 4，末三位為英文字母，如 $425-NQG$ 。請問在這些條件之下，我國的機車牌照共可發出多少面？

- (A) $26 \times 25 \times 24 \times 900$ (B) $26 \times 26 \times 26 \times 1000$ (C) $26 \times 26 \times 26 \times 900$
 (D) $26 \times 26 \times 26 \times 900 \times 2$ (E) $(26 \times 26 \times 26 \times 900)^2$ 。

解 $(26 \times 26 \times 26) \times (10 \times 10 \times 9) + (10 \times 10 \times 9) \times (26 \times 26 \times 26) = 26 \times 26 \times 26 \times 900 \times 2$
 前三位為字母 末三位為數字 前三位為數字 末三位為字母
 \therefore 選 (D)

三、多重選擇題 (共 2 題，每題 5 分)

9. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$ ，則稱為「遞增」，請問下列各選項哪些正確？

- (A) $P_7^7 = 1$ (B) $C_7^{10} = C_3^{10}$ (C) 數列 $P_1^n, P_2^n, P_3^n, \dots, P_n^n$ 為遞增的數列 (D) 數列 $C_1^n, C_2^n, C_3^n, \dots, C_n^n$ 為遞增的數列 (E) 數列 $C_1^{n+1}, C_2^{n+2}, C_3^{n+3}, \dots, C_n^{2n}$ 為遞增的數列。

解 (A) $P_7^7 = 7! = 5040$ ，不合

(B) $C_7^{10} = \frac{10!}{7!3!} = C_3^{10}$ ，合

(C) 即 $n, n(n-1), n(n-1)(n-2), \dots, n!$ ，為遞增，合

(D) 應先遞增再遞減，不合

(E)即 $n+1$ 、 $(n+1) \times \frac{n+2}{2}$ 、 $(n+1) \times \frac{n+2}{2} \times \frac{n+3}{3}$ 、...、為遞增，合

∴選(B)(C)(E)

10.關於 $(x - \frac{1}{x})^{10}$ 的展開式中，下列選項哪些正確？

(A)共有 10 項 (B) x^4 項的係數為 C_3^{10} (C)常數項為 -252

(D) x^{-10} 項的係數為 -1 (E) x 項的係數為 0。

(詳) (A)應有 11 項，為 $C_0^{10}x^{10} + C_1^{10}x^9(\frac{-1}{x})^1 + C_2^{10}x^8(\frac{-1}{x})^2 + \dots + C_{10}^{10}(\frac{-1}{x})^{10}$

(B) x^4 項 = $C_3^{10}x^7 \cdot (\frac{-1}{x})^3 = -C_3^{10}x^4$ ，應為 $-C_3^{10}$ ，不合

(C)常數項 = $C_5^{10}x^5 \cdot (\frac{-1}{x})^5 = -C_5^{10} = -252$ ，合

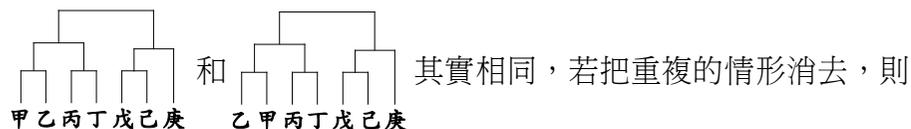
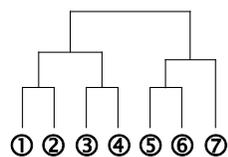
(D) x^{-10} 項 = $C_{10}^{10}(\frac{-1}{x})^{10} = x^{-10}$ ，應為 1，不合

(E)展開式依次為 10 次，8 次，6 次，... ∴ x 項係數為 0，合

∴選(C)(E)

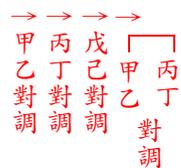
四、填充題 (共 5 格，每格 5 分)

11.有七支球隊要排入右邊的賽程表，現在做好 ~ 的號碼牌放入籤筒，再請七個球隊隊長來抽籤。若把抽籤的結果填入右邊的空格，則會有 $7! = 5040$ 種安排的情形，但其中有許多是重複的，如



共可排出 _____ 種不同的賽程。

(詳) $\frac{7!}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{5040}{16} = 315$ 《另解》 $C_4^7 C_3^3 \times C_2^4 C_2^2 \times C_2^3 C_1^1 = 35 \times 3 \times 3 = 315$



12.自來水公司因為輸水管路施工，必須輪流供水，若計畫在接下來的 10 天中選擇 3 天停止供水，為避免影響民生，該停水的 3 天不得相連，則自來水公司共有 _____ 種選擇的方式。

(詳) 有 7 天供水，共 8 個空隙，取 3 個空隙使其停水 ∴ 共有 $C_3^8 = 56$ 種選擇方式

13.有 1、1、1、2、2、3、4 共七個數字，若從中取出四個排成四位數，請問共可排成 _____ 種不同的偶數。

(詳) 依同異來討論，且個位為 2 或 4 才可

全異：1、2、3、4，有 12 種

恰三同 $\begin{cases} 1、1、1、2 \\ 1、1、1、4 \end{cases}$ ，共 2 種

兩同兩同：1、1、2、2，共 $\frac{3!}{2!} = 3$ 種

兩同兩異 $\begin{cases} 1、1、2、3 \Rightarrow \text{有 3 種} \\ 1、1、2、4 \Rightarrow \text{有 6 種} \\ 1、1、3、4 \Rightarrow \text{有 3 種} \\ 2、2、1、3 \Rightarrow \text{有 6 種} \\ 2、2、1、4 \Rightarrow \text{有 9 種} \\ 2、2、3、4 \Rightarrow \text{有 9 種} \end{cases}$ ，共 36 種

∴ 共 $12 + 2 + 3 + 36 = 53$ 種

14.二階行列式 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ ，其中 $a、b、c、d$ 可為 1 或 2，則該行列式共有 _____ 種不同的值。

(詳) 即 $ad - bc$

$1 \times 1 - 1 \times 1 \rightarrow 0$ $1 \times 2 - 1 \times 1 \rightarrow 1$
 $1 \times 1 - 1 \times 2 \rightarrow -1$ $1 \times 2 - 2 \times 2 \rightarrow -2$
 $1 \times 1 - 2 \times 2 \rightarrow -3$ $2 \times 2 - 1 \times 1 \rightarrow 3$
 $2 \times 2 - 1 \times 2 \rightarrow 2$

∴ 有 0、±1、±2、±3，共 7 種

15.把 $(x+y)^{12}$ 乘開整理，發現有一項的係數和其他項的係數都不同，請問這一項的係數為 _____。

(詳) 該項為 $C_6^{12}x^6y^6 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}x^6y^6 = 924x^6y^6$ ∴ 所求為 924