2-1 簡單多項式函數及其圖形

____年____班____號
姓名____________

1. 期中考試，數學題目偏難，全班最高分為 60 分，最低分為 20 分，蘇老師擬用一個一次函數來加分，使 20 分變成 50 分，60 分變成 100 分。

(1) 若平平考了 32 分，則加分後變為___65___分。

(2) 若安安加分後變成 90 分，則安安原來為___52___分。 (每格 8 分，共 16 分)

解：設原來為 x 分，加分後為 y 分，

$$y=ax+b \Rightarrow \begin{cases} 50=20a+b \\ 100=60a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{5}{4} \\ b=25 \end{cases} \quad \therefore y=\frac{5}{4}x+25$$

(1) $y=\frac{5}{4}\times 32+25=40+25=65$ (分)

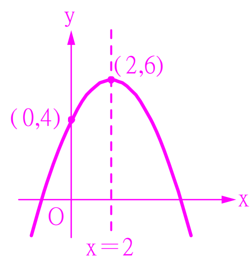
(2) $90=\frac{5}{4}x+25 \Rightarrow x=52$ (分)

2. 請描出二次函數 $y=\frac{-1}{2}x^2+2x+4$ 的圖形，並寫出頂點坐標及對稱軸。又圖形與 y 軸交點坐標為何？ (10 分)

解：$y=-\frac{1}{2}(x^2-4x)+4=\frac{-1}{2}(x-2)^2+4+2=\frac{-1}{2}(x-2)^2+6$

$\therefore$ 頂點坐標為 $(2,6)$，對稱軸為 $x=2$

與 y 軸交點為 $(0,4)$



3. 將 $y=x^2-4x$ 的圖形沿 x 軸往右平移 3 單位，再沿著 y 軸往下平移 2 單位，得到函數 $y=f(x)$ 的圖形，則 $f(x)=$___$x^2-10x+19$___。 (10 分)

解：$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$

$\therefore$ 新圖形為 $y+2=(x-2-3)^2-4 \Rightarrow y=(x-5)^2-6=x^2-10x+19$

【背面尚有試題】

4. 二次函數 $f(x)=x^2+3x+7$ 且 $-2\le x\le 2$，則 $f(x)$ 的最大值為__17__，最小值為__$\frac{19}{4}$__。

解：$f(x)=x^2+3x+7$ (10 分)

$=(x^2+3x+\frac{9}{4})+\frac{19}{4}=(x+\frac{3}{2})^2+\frac{19}{4}$，

當 $x=-\frac{3}{2}$ 時，有最小值 $\frac{19}{4}$，

又 $f(-2)=4-6+7=5$，

$f(2)=4+6+7=17$→最大值

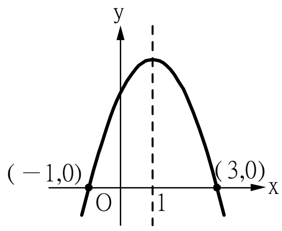
5. 二次函數 $f(x)$，其圖形過 (1 , 7)、(4 , 13) 且對稱軸為 $x = 2$，則 $f(x) =$ $\underline{\quad 2x^2 - 8x + 13 \quad}$。

解：設 $f(x) = a(x-2)^2 + b$， (10 分)

$$\begin{cases} f(1) = a + b = 7 \\ f(4) = 4a + b = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$$

$\therefore f(x) = 2(x-2)^2 + 5 = 2x^2 - 8x + 13$

6. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 之圖形如右，請判斷下列各式與 0 之關係。



(即" > "或" = "或" < ") (每格 3 分，共 21 分)

(1) a $\underline{\quad < \quad}$ 0。 (2) b $\underline{\quad > \quad}$ 0。 (3) c $\underline{\quad > \quad}$ 0。

(4) $b^2 - 4ac$ $\underline{\quad > \quad}$ 0。 (5) $a + b + c$ $\underline{\quad > \quad}$ 0。

(6) $a - b + c$ $\underline{\quad = \quad}$ 0。 (7) $4a + 2b + c$ $\underline{\quad > \quad}$ 0。

解：(1) 開口向下 $\Rightarrow a < 0$

(2) 頂點 $x = -\dfrac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$

(3) $f(0) = c > 0$

(4) $a < 0$，$b^2 - 4ac > 0$ (或圖形與 x 軸有兩交點 $\therefore b^2 - 4ac > 0$)

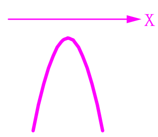
(5) $f(1) = a + b + c > 0$

(6) $f(-1) = a - b + c = 0$

(7) $f(2) = 4a + 2b + c > 0$

7. 在二次函數 $y = -2x^2 + 3x + k$ 中，若對一切實數 x，其對應的函數值 y 恆為負數，則實數 k 的取值範圍為 $\underline{\quad k < \dfrac{-9}{8} \quad}$。 (10 分)

解：$y = f(x)$ 的圖形為開口向下的拋物線



$\therefore$ 頂點 y 坐標：$-\dfrac{D}{4a} < 0 \Rightarrow -\dfrac{D}{4(-2)} < 0 \Rightarrow D = b^2 - 4ac < 0$

$\therefore D = 9 - 4 \times (-2) \times k < 0 \Rightarrow 8k < -9 \Rightarrow k < \dfrac{-9}{8}$

8. 試問 $f(x)=x^2-x+2$ 在 $\mathbb{R}$ 上是奇函數或偶函數？是嚴格遞增函數或嚴格遞減函數？(13 分)

解：(1) 因 $f(1)=1-1+2=2$，$f(-1)=1+1+2=4$，

得 $f(-1)\neq -f(1)$，所以 $f(x)$在 $\mathbb{R}$ 上不是奇函數

又 $f(-1)\neq f(1)$，所以 $f(x)$在 $\mathbb{R}$ 上也不是偶函數

(2) 因 $1<2$，而 $f(1)=2$，$f(2)=4$，

得 $f(1)<f(2)$，$f(x)$不是嚴格遞減函數

又 $-1>-2$，而 $f(-1)=4$，$f(-2)=8$，

得 $f(-1)<f(-2)$，$f(x)$不是嚴格遞增函數

所以 $f(x)$在 $\mathbb{R}$ 上既不是嚴格遞增函數，也不是嚴格遞減函數