1. 利用乘法公式展開下列各式：

(1) $(2x+3)^3$。

(2) $(x-3)(x^2+3x+9)$。 (每小題 8 分，共 16 分)

解：(1) $(2x+3)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot3+3\cdot(2x)\cdot3^2+3^3$

$=8x^3+36x^2+54x+27$

(2) $(x-3)(x^2+3x+9)=(x-3)(x^2+x\cdot3+3^2)=x^3-3^3=x^3-27$

2. 若 $a>b>x>y>0$，試比較 $\frac{b}{a}$，$\frac{b+x}{a+x}$，$\frac{b+y}{a+y}$，$\frac{b-x}{a-x}$ 的大小。 (8 分)

解：令 $a=4$，$b=3$，$x=2$，$y=1$

$\therefore$ 四個數依序為 $\frac{3}{4}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{b+x}{a+x}>\frac{b+y}{a+y}>\frac{b}{a}>\frac{b-x}{a-x}$

(或者利用真分數，分子，分母同加一正數，愈加會愈大的觀念)

3. 化簡下列分式：

(1) $\frac{x-1}{x+1}-\frac{x}{x-1}$。

(2) $\frac{x^2-5x-6}{x^3-8}\div\frac{x^2-1}{x^2-4x+4}$。 (每小題 8 分，共 16 分)

解：(1) 原式 $=\frac{(x-1)^2-x(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{x^2-2x+1-x^2-x}{(x+1)(x-1)}=\frac{-3x+1}{(x+1)(x-1)}$

(2) 原式 $=\frac{(x+1)(x-6)}{(x-2)(x^2+2x+4)}\times\frac{(x-2)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x-6)(x-2)}{(x-1)(x^2+2x+4)}$

4. 化簡下列各式： (每小題 8 分，共 24 分)

【背面尚有試題】

(1) $\sqrt{18}+\sqrt{12}-\sqrt{\frac{3}{4}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$。 (2) $\frac{12}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$。 (3) $\sqrt{20-8\sqrt{6}}$。

解：(1) $\sqrt{18}+\sqrt{12}-\sqrt{\frac{3}{4}}+\sqrt{\frac{1}{2}}=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=(3+\frac{1}{2})\sqrt{2}+(2-\frac{1}{2})\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(2) $\frac{12}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=\frac{12(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}=\frac{12(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{6}$

$=2(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})=6\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{20-8\sqrt{6}}=\sqrt{20-2\sqrt{96}}=\sqrt{(12+8)-2\sqrt{12\times 8}}$

$=\sqrt{12}-\sqrt{8}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

5. 設 $a=\sqrt{7+4\sqrt{3}}$，若 a 的整數部分為α，小數部分為β且 $0<\beta<1$，則

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=$ $\underline{\frac{5+3\sqrt{3}}{6}}$。 (8 分)

解：$a=\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)+2\sqrt{4\times 3}}$

$=2+\sqrt{3}=3+(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \alpha=3$，$\beta=\sqrt{3}-1$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}+1}{2}=\frac{5+3\sqrt{3}}{6}$

6. 設 $A(2\sqrt{3})$，$B(6)$為數線上兩點，若 C 介於 A 與 B 之間，且 $\overline{AC}:\overline{BC}=\sqrt{3}:1$，求 C 點坐標。 (8 分)

解：C 點坐標為$\frac{1\times 2\sqrt{3}+\sqrt{3}\times 6}{\sqrt{3}+1}=\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{8\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=4(3-\sqrt{3})$

7. (1) 解 $|x+2|+|x-3|=6$。

(2) 解不等式 $|x+2|+|x-3|\le 6$。 (每小題 10 分，共 20 分)

解：(1) (i) 當 $x\le -2$ 時，原式 $\Rightarrow -(x+2)-(x-3)=6$，得 $x=-\frac{5}{2}$。

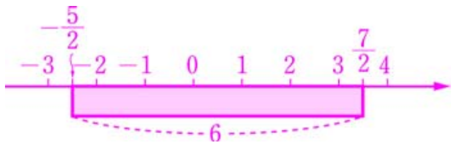
(ii) 當 $-2\le x\le 3$ 時，原式 $\Rightarrow (x+2)-(x-3)=6$，得 $5=6$ (不合)。

(iii) 當 $x\ge 3$ 時，原式 $\Rightarrow (x+2)+(x-3)=6$，得 $x=\frac{7}{2}$。

所以原方程式的解是 $x=-\frac{5}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$。

(2) 由第(1)題知：在數線上，到點 -2 與 3 的距離和等於 6 的點是 $-\frac{5}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$，於是到點 -2 與 3 的距離和小於或等於 6 的點是滿足 $-\frac{5}{2}\le x\le \frac{7}{2}$ 的點 x，

如右圖，即 $|x+2|+|x-3|\le 6$ 的解是 $-\frac{5}{2}\le x\le \frac{7}{2}$。



 【背面尚有試題】