

1. (1) 將 $\frac{2}{7}$ 化成十進位數。

(2) 求 $\frac{2}{7}$ 在小數點後第 100 位之數字為 7。

(每小題 5 分, 共 10 分)

解: (1)

$$\begin{array}{r} 0.285714 \\ 7 \overline{) 20} \\ \underline{14} \phantom{00} \\ 60 \phantom{00} \\ \underline{56} \phantom{00} \\ 40 \phantom{00} \\ \underline{35} \phantom{00} \\ 50 \phantom{00} \\ \underline{49} \phantom{00} \\ 10 \phantom{00} \\ \underline{7} \phantom{00} \\ 30 \phantom{00} \\ \underline{28} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \end{array}$$

$\therefore \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$

2. 設  $x$ 、 $y$  為有理數且  $x < y$ , 若  $a = \frac{x+y}{2}$ ,  $b = \frac{x+2y}{3}$ ,  $c = \frac{3x+y}{4}$ , 試比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $x$ 、 $y$  之大小關係。

(10 分)

解:  $a = \frac{6x+6y}{12}$ ,  $b = \frac{4x+8y}{12}$ ,  $c = \frac{9x+3y}{12}$

$$\because x < y \quad \therefore x < \frac{9x+3y}{12} < \frac{6x+6y}{12} < \frac{4x+8y}{12} < y$$

$$\therefore x < c < a < b < y$$

3. 試在 $\frac{1}{6}$ 與 $\frac{1}{5}$ 之間找出 5 個有理數。

(10 分)

解:  $(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) \div 6 = \frac{1}{180}$ ,

而  $\frac{1}{6} = \frac{30}{180}$ ,  $\frac{1}{5} = \frac{36}{180}$

於是所找的 5 個有理數為

$$\frac{31}{180}, \frac{32}{180}, \frac{33}{180}, \frac{34}{180}, \frac{35}{180} \quad (\text{答案不唯一})$$

4. 設  $x, y$  為有理數，若  $(2+3\sqrt{2})x + (-3+4\sqrt{2})y = 13 - 6\sqrt{2}$ ，則  $x+y = \underline{-1}$ 。

解：  $(2+3\sqrt{2})x + (-3+4\sqrt{2})y = 13 - 6\sqrt{2}$  (10分)

$$\Rightarrow (2x - 3y) + (3x + 4y)\sqrt{2} = 13 - 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x + 4y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\therefore x+y = -1$$

5. 設  $a$  為有理數， $b, c$  為無理數，下列何者必為無理數？(多選)

(A)  $a - b$  (B)  $ab$  (C)  $b + c$  (D)  $bc$  (E)  $a \div b$  (F)  $b \div a (a \neq 0)$

答： (A)(F)。 (15分)

解：(A) 有理數 - 無理數為無理數

(B) 例如： $0 \times \sqrt{2} = 0$

(C) 例如： $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

(D) 例如： $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

(E) 例如： $0 \div \sqrt{2} = 0$

(F) 無理數  $\div$  有理數 (不為 0) 為無理數

6. 試問  $\sqrt{15}$  比較接近  $\sqrt{14}$  與 4 中的哪一個數？ (15分)

解： $(\sqrt{14} + 4)^2 = 14 + 16 + 8\sqrt{14} = 30 + 8\sqrt{14}$ ，

$$(\sqrt{15} + \sqrt{15})^2 = 15 + 15 + 30 = 30 + 30$$

$$\therefore 30^2 > (8\sqrt{14})^2$$

$$\therefore (\sqrt{15} + \sqrt{15})^2 > (\sqrt{14} + 4)^2$$

$$\text{即 } \sqrt{15} + \sqrt{15} > \sqrt{14} + 4, \text{ 所以 } \sqrt{15} - \sqrt{14} > 4 - \sqrt{15},$$

故 4 比較接近  $\sqrt{15}$

7. 設  $a, b$  是整數，若  $|a - 2| + 2|b - 3| = 1$ ，求  $a + b$  的值。 (15分)

解：因  $a, b$  是整數，所以  $|a - 2|, |b - 3|$  皆為非負整數

由  $|a - 2| + 2|b - 3| = 1$ ，得  $|a - 2| = 1$ ， $|b - 3| = 0$ ，  
故  $a - 2 = \pm 1$ ， $b - 3 = 0$ ，即  $a = 3$  或  $1$ ， $b = 3$   
所以  $a + b = 6$  或  $4$

8. 設  $f(x) = |x + 2| + |x - 4|$ ，則  $f(x)$  的最小值為 6。 (15 分)

解： $f(x) = |x + 2| + |x - 4|$   
 $= |x + 2| + |4 - x| \geq |(x + 2) + (4 - x)| = 6$   
 $\therefore f(x)$  的最小值為 6