高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：102.06.02					
範圍	3-2 機率(A)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 （每題 10 分 ）

1.袋中有 3 個紅球，2 個白球，1 個黑球，每球被取的機會相同，

(1)若一次取兩球，則兩球同色的機率為____________．

(2)若一次取三球，則三球均不同色的機率為____________．

解答 (1)$\frac{4}{15}$;(2)$\frac{3}{10}$

解析 (1)設一次取兩球的樣本空間 S，$n(S)=C^6_2=15$，取到兩球同色的事件 A，

$n(A)=C^3_2+C^2_2=4$，所以 $P(A)=\frac{4}{15}$ ．

(2)一次取三球，三球均不同色的機率=$\frac{C^3_1C^2_1C^1_1}{C^6_3}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$ ．

2.若將「*probability*」這個字的字母任意排列，則(1)兩個 b 相鄰的機率為____________，

(2)相同字母都不相鄰的機率為____________．

解答 (1)$\frac{2}{11}$;(2)$\frac{37}{55}$

解析 (1)任意排列的排列數 $=\frac{11!}{2!2!}$，兩個 b 相鄰的排列數 $=\frac{10!}{2!}$

兩個 b 相鄰排列的機率 $=\dfrac{\frac{10!}{2!}}{\frac{11!}{2!2!}}=\frac{2}{11}$ ．

(2)設 b 相鄰的排列形成 A 集合，i 相鄰的排列形成 B 集合

$n(A)=n(B)=\frac{10!}{2!}$， $n(A\cap B)=9!$， $n(A\cup B)=2\times\frac{10!}{2!}-9!=10!-9!=9\times 9!$

相同字母不相鄰排列的機率 $=1-(\dfrac{9\times 9!}{\frac{11!}{2!2!}})=1-\frac{18}{55}=\frac{37}{55}$ ．

3.已知路旁有 10 棵樹，將它們任意編號為 1，2，3，…，9，10，且其中有三棵松樹，則編號為 4 與 5 都是松樹的機率為____________．

解答 $\frac{1}{15}$

解析 三棵松樹的編號中有兩棵編 4、5 的方法數為 $C^3_2\times 2!\times 8!$

10 棵樹任意編號有 10!方法所以三棵松樹編號為 4 與 5 的機率$\frac{3\times 2!\times 8!}{10!}=\frac{1}{15}$ ．

4.自一副撲克（A poker hand）牌 52 張中任取 5 張，

(1)求 5 張牌成為「富而好施」（Full house），即點數如(x，x，y，y，y)的形式，但 x，y 是不同點數的機率為____________．

(2)求 5 張牌成為「兩對」（Two pairs），即點數如(x，x，y，y，z)的形式，但 x，y，z 是不同點數的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1) $\frac{6}{4165}$;(2) $\frac{198}{4165}$

解析 (1) $p=\frac{C_2^{13}\times 2!\times C_2^4\times C_3^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times 12\times 6\times 4}{\frac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\frac{6}{4165}$ ．

(2) $p=\frac{C_3^{13}\times\frac{3!}{2!}\times C_2^4\times C_2^4\times C_1^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times 6\times 11\times 6\times 6\times 4}{\frac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\frac{198}{4165}$ ．

5.袋中有 3 紅球，7 白球；每次取 1 球，取出不放回，每球被取到的機會相等，則第 3 次取到紅球之機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{3}{10}$

解析 取出不放回 $\Rightarrow$ 如同抽獎 $\Rightarrow$ 第 3 次抽中紅球如同第一次抽中紅球 $\therefore$ 所求機率為 $\frac{3}{10}$ ．

6.將 3 個球任意投入 3 個不同的袋中，每次投一個球，連續投 3 次，則

(1)每個袋子均有球的機率為＿＿＿＿＿＿．

(2)3 個球均投入同一袋中的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1) $\frac{2}{9}$;(2) $\frac{1}{9}$

解析 樣本空間為 S，則 $n(S)=3^3=27$

(1)每個袋子均有球的事件 A，則

$n(A)=$ 將 3 個不同球排在 3 個相異袋子的排列數 $=3!=6$ $\therefore$ $P(A)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$ ．

(2)3 個球全放在同一袋中的排列數 $=3$ $\therefore$ 機率 $=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$ ．

7.同時擲 3 粒公正的骰子，求點數和為 9 的機率為＿＿＿＿＿種．

解答 $\frac{25}{216}$

解析 $(1,2,6)\rightarrow 3!=6$，

$(1,3,5)\rightarrow 3!=6$，

$(1,4,4)\rightarrow\frac{3!}{2!}=3$，

$(2,2,5)\rightarrow\frac{3!}{2!}=3$，

$(2,3,4)\rightarrow 3!=6$，

$(3,3,3)=1$

$p=\frac{6+6+3+3+6+1}{6^3}=\frac{25}{216}$ ．

8.同時投擲三粒公正的骰子，則出現點數和為 5 的倍數的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{43}{216}$

解析 同時投擲三粒骰子點數和為 5 的倍數者有

①點數和= 5:(1，1，3)，(1，2，2)

②點數和= 10:(1，3，6)，(1，4，5)，(2，2，6)，(2，3，5)，(2，4，4)，(3，3，4)

③點數和 ＝15 者有(3，6，6)，(4，5，6)，(5，5，5)

故所求機率為 $\dfrac{\frac{3!}{2!}\times 6+3!\times 4+\frac{3!}{3!}}{6^3}=\dfrac{43}{216}$ ．

9.甲、乙兩人參加演講比賽，共有 10 個人參賽，若以抽籤方式決定上場的次序，則甲、乙兩人相鄰上場的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{1}{5}$

解析 $\frac{9!\times 2!}{10!}=\frac{1}{5}$ ．

10.擲一公正骰子 4 次，

(1)求恰有 3 次點數相同之機率＿＿＿＿＿＿．

(2)若出現點數為 a，b，c，d，則滿足 $(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)\neq 0$ 之機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)$\frac{5}{54}$;(2)$\frac{35}{72}$

解析 (1)$p=\dfrac{C^6_2\times 2!\times\frac{4!}{3!}}{6^4}=\dfrac{120}{1296}=\dfrac{5}{54}$ ．

(2)$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)\neq 0 \quad\Rightarrow\quad a\neq b$ 且 $b\neq c$ 且 $c\neq d$ 且 $d\neq a$

a	d
b	c

同左圖之塗色

分兩種情況討論：

① $a=c$，則有 $\underset{a}{6}\times\underset{c}{1}\times\underset{b}{5}\times\underset{d}{5}=150$

② $a\neq c$，則有 $\underset{a}{6}\times\underset{c}{5}\times\underset{b}{4}\times\underset{d}{4}=480$

$\therefore\quad p=\dfrac{150+480}{6^4}=\dfrac{630}{6^4}=\dfrac{35}{72}$ ．

11.有大小不同尺寸之鞋 6 雙，任取 4 隻，則此 4 隻中恰有 2 隻成一雙之機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{16}{33}$

解析 $p=\dfrac{C_1^6C_2^5 2^2}{C_4^{12}}=\dfrac{16}{33}$.

12.六對夫婦參加一家庭舞會,若舞伴是以抽籤的方式來決定的,則至少有一對夫妻共舞的機率為____.

解答 $\dfrac{91}{144}$

解析 P(至少有一對夫妻共舞) $=1-P$(沒有夫妻共舞)

$=1-\dfrac{C_0^6\times 6!-C_1^6\times 5!+C_2^6\times 4!-C_3^6\times 3!+C_4^6\times 2!-C_5^6\times 1!+C_6^6\times 0!}{6!}$

$=1-\dfrac{1}{720}(720-720+360-120+30-6+1)=1-\dfrac{265}{720}=\dfrac{91}{144}$.

13.甲、乙兩人各寫一個兩位數,

(1)甲所寫的數字大於乙所寫的數字的機率為____________ .

(2)甲所寫的各位數字大於乙所寫的各位數字的機率為____________ .

解答 (1) $\dfrac{89}{180}$;(2) $\dfrac{1}{5}$

解析 (1) $p=\dfrac{C_2^{90}}{90^2}=\dfrac{89}{180}$. (2) $p=\dfrac{C_2^9C_2^{10}}{90^2}=\dfrac{1}{5}$.

14.甲、乙、丙、丁、戊，五人排成一列，甲不排首，乙不排末之機率為____________ .

解答 $\dfrac{13}{20}$

解析 利用排容原理

任意排 $-$(甲排首)$-$(乙排末)$+$(甲排首且乙排末)

$=5\,!-4\,!-4\,!+3\,!=120-48+6=78$

故所求機率為 $\dfrac{78}{120}=\dfrac{13}{20}$.

15.袋中有 5 紅球,3 白球;今任取 3 球,每球被取到的機會相等,則 3 球中至少 2 紅球之機率為________.

解答 $\dfrac{5}{7}$

解析 3 球中，至少 2 紅球 $\Rightarrow$ 2 紅 1 白及 3 紅球，所求機率 $=\dfrac{C_2^5\times C_1^3+C_3^5}{C_3^8}=\dfrac{30+10}{56}=\dfrac{5}{7}$.

16.從 1，2，3，…，9，九個數字中任取相異兩數，則所取得二數互質的機率為____________ .

解答 $\dfrac{3}{4}$

解析 任取兩數的方法有 C_2^9 = 36 種，其中不互質的有(2，4)，(2，6)，(2，8)，(3，6)，(3，9)，(4，6)，(4，8)，(6，8)，(6，9)，9 種情況

故由 1，2，3，…，9，九個數字中任取相異兩數，其中互質的機率 $=1-\dfrac{9}{36}=\dfrac{3}{4}$.

17.從不大於 600 的自然數中，任取一數，則其與 600 互質之機率為____________ .

解答 $\dfrac{4}{15}$

解析 〈方法一〉：

$\because$ $600=2^3\times3\times5^2$，1～600 的自然數中

2 的倍數有 300 個，3 的倍數有 200 個，5 的倍數有 120 個，6 的倍數有 100 個

10 的倍數有 60 個，15 的倍數有 40 個，30 的倍數有 20 個

故與 600 互質者共有 $600-(300+200+120-100-60-40+20)=160$ 個

$\therefore$ 所求機率 $=\dfrac{160}{600}=\dfrac{4}{15}$.

〈方法二〉：

$600=2^3\times3\times5^2$,

不大於 600 而與 600 互質的數共有

$600\times(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})\times(1-\frac{1}{5})=600\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=160$ 故所求機率為 $\dfrac{160}{600}=\dfrac{4}{15}$.

18.重複投擲一公正骰子，令 x_i 表第 i 次所擲出的點數，則

(1) $x_1\le x_2\le x_3$ 的機率為____________ . (2) $x_1<x_2<x_3$ 的機率為____________ .

(3)合於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 的機率為____________ .

解答 (1) $\frac{7}{27}$;(2) $\frac{5}{54}$;(3) $\frac{5}{324}$

解析 (1) $x_1\le x_2\le x_3$ 表投擲 3 次所出現點數可相同，但須依大小順序排列

其個數相當於從 6 類點數中任取 3 個的重複組合數，故機率為 $\dfrac{H_3^6}{6^3}=\dfrac{C_3^8}{6^3}=\dfrac{7}{27}$.

(2) $x_1<x_2<x_3$，此事件元素個數為從 6 個點數中任取 3 個相異點的組合數

故機率為 $\dfrac{C_3^6}{6^3}=\dfrac{5}{54}$.

(3) $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 表投擲 4 次所出現點數和 $=7$， 此事件相當於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$

且 $1\le x_1$， x_2， x_3， $x_4\le6$ 的正整數解的組數，故機率為 $\dfrac{H_3^4}{6^4}=\dfrac{C_3^6}{6^4}=\dfrac{5}{324}$.

19.袋中有 2 個 2 號球，3 個 3 號球，4 個 4 號球，今由袋中每次取出一球，取後不放回，每個球被取的機會相同，則

(1)前三次取的球都不同號碼的機率為________, (2)前三次取的球的號碼和為偶數的機率為_______ .

解答 (1) $\frac{2}{7}$;(2) $\frac{19}{42}$

解析 (1)《方法 1》 $\dfrac{C_1^2\times C_1^3\times C_1^4\times3!}{C_1^9\times C_1^8\times C_1^7}=\dfrac{2}{7}$

《方法 2》 $\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}\times3!=\frac{2}{7}$.

(2)三球號碼和為偶數可分二種情況

三球均為偶數 $\Rightarrow$ $6\times5\times4$ 種，二球奇數，另一球偶數 $\Rightarrow$ $C_2^3\times C_1^6\times3!$ 種

$\therefore$ 所求機率$=\dfrac{6\times5\times4+3\times6\times3\times2}{9\times8\times7}=\dfrac{19}{42}$.

20.長期觀察辦公室裡 3 部電腦，以 $P(n)$ 表有 n 部電腦在午休時間被使用的機率，若 $P(n)=\dfrac{1}{3^n}P(0)$，

其中 $0 \le n \le 3$，則明日午休無人使用電腦的機率為____________．

解答 $\dfrac{27}{40}$

解析 $\because P(0)+P(1)+P(2)+P(3)=1$ 且 $P(n)=\dfrac{1}{3^n}P(0)$，

$\therefore P(0)+\dfrac{1}{3}P(0)+\dfrac{1}{9}P(0)+\dfrac{1}{27}P(0)=1$．

$\therefore \dfrac{27+9+3+1}{27}\times P(0)=1$．

$\therefore \dfrac{40}{27}\times P(0)=1 \Rightarrow P(0)=\dfrac{27}{40}$．