

| | | | | | | |
|------------------|-----------|----|---------|----|--------------|--|
| 高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 | | | | | 日期：102.04.22 | |
| 範圍 | 2-2 排列(B) | 班級 | 一年____班 | 姓名 | | |
| | | 座號 | | | | |

一、填充題 (每題 10 分)

1. 5 個男孩，4 個女孩排成一列，求：

(1) 若任意兩個女孩都不相鄰，則有_____種排法。

(2) 若男孩全不相鄰，女孩也全不相鄰，則有_____種排法。

解答 (1)43200;(2)2880

解析 (1) 先排 5 個男孩，有 5! 種方法，



然後將 4 個女孩排在 6 個間隔 (含首末) 中的 4 個位置，有 P_4^6 種方法，

所以 9 個人排列法有 $5! \times P_4^6 = 43200$ 。

(2) 先排 5 個男孩，有 5! 種方法，



男孩、女孩同性均不相鄰，所以如圖所示，女孩只能排中間四個間隔，所以有 4! 種排法。

因此 9 個人的排列共有 $5! \times 4! = 2880$ 種方法。

2. 三枝相同的原子筆，五枝相同的鉛筆，全部分給 10 個小朋友，則：

(1) 每人最多一枝，共有_____種分法。

(2) 如果八枝筆都不相同，每人最多一枝則分法有_____種。

解答 (1)2520;(2) $P_8^{10} = 1814400$

解析 (1) 本問題如同 3 個 a (原子筆)，5 個 b (鉛筆)，2 個 c (X) 在 10 個不同位置的排列，

共有 $\frac{10!}{3!5!2!}$ 的排法 = 2520 種方法。

(2) (8 枝筆+2 個 X) 分給 10 個小朋友中的 8 個人，有 $\frac{10!}{2!} = P_8^{10} = 1814400$ 種分法。

3. 有 4 位男生及 3 位女生排成一列，求：

(1) 若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，其排法有_____種。

(2) 若只要求男生排在一起，其排法有_____種。

解答 (1)288;(2)576

解析 (1) 將 4 位男生視為一體，3 位女生視為一體，排法有 2! 種，4 位男生互換，排法有 4! 種，

3 位女生互換位置，有 3! 種，故排列數 = $2! \times 4! \times 3! = 288$ 。

(2) 將 4 位男生視為一體與 3 位女生混在一起，排法有 4! 種，

4 位男生交換位置，排法有 4! 種，故排列數 = $4! \times 4! = 576$ 。

4. 將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列，

(1) 三個「深」字不完全相鄰，則排法有_____種。

(2) 三個「深」字完全不相鄰，則排法有_____種。

解答 (1)720;(2)240

解析 (1)7 個字去排, 共有 $\frac{7!}{3!}$ 種排法,

三個「深」字“完全相鄰”：把 3 個深字視為 1 個, 與其他 4 字排列, 有 $5!$ 種排法,

“不完全相鄰” = 全 - (完全相鄰), \therefore 共有 $\frac{7!}{3!} - 5! = 720$ 種排法.

(2)先排「庭」、「院」、「幾」、「許」4 個字, 共有 $4!$ 種排法,

5 個空位選 3 個排「深」字, 共 $\frac{P_3^5}{3!}$ 種排法,

\therefore 共有 $4! \cdot \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種排法.



5.將 ACCESS 一字的字母重新排列, 若限制 A 一定要排在 E 之前, 但 A, E 不一定要相鄰, 問連同原字, 共可排出_____字.

解答 90

解析 先求 □□CCSS 之排列為 $\frac{6!}{2!2!2!}$, 再將 A, E 放入 □□ 之方法只有 1×1 種,

故所求為 $\frac{6!}{2!2!2!} \times 1 = 90$.

6.甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排一列, 甲須排在乙、丙、丁之左, 且戊須排在己、庚之右的排法有_____種.

解答 420

解析 $\frac{7!}{4!3!} \times (1 \times 3!) \times (1 \times 2!) = 420$.

$\begin{matrix} & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & \text{乙丙丁} & & \text{己庚} & & \\ & & \text{3 人之排法} & & \text{2 人之排法} & & \end{matrix}$

7. $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 即 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 為 1, 2, 3, 4, 5 之一種排列, 求滿足 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 4) \neq 0$ 之此種排列有_____種.

解答 64

解析 5 個人中, 3 個人的錯排

設 A 為 $a_1 = 1$ 的排列之集合, B 為 $a_2 = 2$ 的排列之集合, C 為 $a_3 = 4$ 的排列之集合,

則所求 = 全部 - $n(A \cup B \cup C) = 5! - 3 \times 4! + 3 \times 3! - 1 \times 2! = 64$.

8. 3 瓶相同的汽水, 4 罐相同的果汁, 分給 10 人, 則每人至多一物的分法有_____種.

解答 4200

解析 水.水.水.汁.汁.X.X 的排列: $\frac{10!}{3!4!3!} = 4200$.

9.渡船三隻, 每船可載 6 人, 則 7 人過渡, 但甲坐 A 船, 有_____種安全渡法.

解答 728

解析 甲坐 A 船, 另 6 人均有 3 種選船法, 故為 3^6 法, 但因 6 人不可與甲同時選 A 船, 故共有 $3^6 - 1 = 729 - 1 = 728$ 種.

10.由二年 1 班至 8 班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有_____種。

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有_____種。

解答 (1)6;(2)20

解析 (1)在 8 個班級中，選 3 個相連號碼的方法，

有(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6), (5, 6, 7), (6, 7, 8)共 6 種選法。

(2) $\begin{array}{cccccc} \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee \\ \square & & \square & & \square & & \square & & \square & & \square \end{array}$

8 個班級選 3 個，有 5 個空位，可視為 5 個空位的前後共 6 個間隔任取 3 個，

\therefore 有 $\frac{P_3^6}{3!} = 20$ 種。

11.A, B, C, D, E, F, G, H 等 8 人排成一列，求下列排法：

(1)A, B 相鄰, C, D 不相鄰_____。(2)A, B, C 均與 D 不相鄰_____。

解答 (1)7200;(2)14400

解析 (1) \boxed{AB} , E, F, G, H $\Rightarrow 5! \times 2! = 240$,

C, D 放入空隙 $\Rightarrow P_2^6 = 30$, \therefore 所求 = $240 \times 30 = 7200$ 。

(2)先排 D, E, F, G, H $\Rightarrow 5! = 120$,

$\left. \begin{array}{l} A \text{ 放入} \rightarrow 4 \text{ 種} \\ B \text{ 再放入} \rightarrow 5 \text{ 種} \\ C \text{ 再放入} \rightarrow 6 \text{ 種} \end{array} \right\} 4 \times 5 \times 6 = 120$,

\therefore 所求 = $120 \times 120 = 14400$ 。

12.已知三艘不同的渡船，每船最多能載 4 人，試求 6 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

解答 690

解析 6 人渡河時，超載的情形有二類：

①6 人同搭乘一船，其搭乘方法有 3 種。

②6 人中有 5 人同搭乘一船，另一人搭另外一船，其方法有 $6 \times 1 \times P_2^3 = 36$ 種。

\therefore 6 人安全渡河的方法有 $3^6 - 3 - 36 = 690$ 種。

13.一至二樓有 8 級樓梯，某人上樓，每次可跨 1 級或 2 級，則其不同上樓的方法有_____種。

解答 34

解析 設一級跨了 x 次，2 級跨了 y 次，則 $x + 2y = 8 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 8 & 6 & 4 & 2 & 0 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$ ，

有 $1 + \frac{7!}{6!} + \frac{6!}{2!4!} + \frac{5!}{2!3!} + \frac{4!}{4!} = 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34$ 種。

14.在坐標平面上，沿著方格線走捷徑，點 $Q(-2, -1)$, $P(4, 3)$, $R(1, 1)$ ，

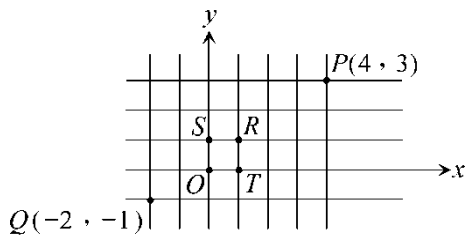
(1)由 P 到 Q 且不經過原點的走法有_____種。

(2)由 $R(1, 1)$ 到 Q 且不經過第二象限的走法有_____種。

解答 (1)105;(2)7

解析 (1)如圖，由 P 沿著方格線走到 Q ，不經過原點的捷徑數為：

由 P 到 Q 的捷徑數減去由 P 過 O ，再走到 Q 的捷徑數 $= \frac{10!}{4!6!} - \frac{7!}{3!4!} \times \frac{3!}{2!} = 105$.



(2)由 R 走到 Q 的捷徑，且不經過第二象限，有兩類：

①過 $R \rightarrow S \rightarrow O \rightarrow Q$ 的走法有 $1 \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 3$ 條 .

②過 $R \rightarrow T \rightarrow Q$ 的走法有 $1 \times \frac{4!}{3!} = 4$ 條 .

所以共有 7 條 .

15. 「人人為我，我為人人」這 8 個字任意排成一列，求：

(1)若其中至少有兩個「人」排在一起的排法有_____種 .

(2)相同的字都不相鄰的排法有_____種 .

解答 (1)390;(2)24

解析 (1)任意排列數減去四個「人」都不相鄰的排列數 $= \frac{8!}{2!2!4!} - \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_4^5}{4!} = 390$.

(2)SOL 一：

①先將四個「人」分開陳列，後將「我為我為」分成三組放入圖中打圈的位置，必須使同字不相鄰，其方法只有一種，如下：

「我為、我、為」，排入三個打圈的位置的方法數 $3! \times 2! = 12$.

○ ○ ○
人 人 人 人

②「我為我為」分四個字排入

「○ ○ ○ ○ 人」或「人 ○ ○ ○ 人」，

四個打圈的位置之方法數 $2 \times \frac{4!}{2!2!} = 12$.

所以有相同的字都不相鄰的排法有 $12 + 12 = 24$ 種 .

SOL 二：排容原理先將(人人人人分離)

(人人人人分離) - (為為相鄰) - (我我相鄰) + [(我我相鄰)且(為為相鄰)]

$$= \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_4^5}{4!} - 2 \times \left(\frac{3!}{2!} \times \frac{P_4^4}{4!} \times \frac{2!}{2!} \right) + 0 = 30 - 2 \times 3 + 0$$

16.某動物園的遊園列車依序編號 1 到 7，共有 7 節車廂，今想將每節車廂畫上一種動物．如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有_____種畫法 .

解答 72

解析 \triangle : 企鵝, \times : 無尾熊, \circ : 貓熊,

$$\triangle \times \boxed{\triangle \times \circ} \circ \circ \Rightarrow 3! \cdot 2! = 12,$$

$$\circ \circ \boxed{\triangle \times \circ} \triangle \times \Rightarrow 3! \cdot 2! = 12,$$

$$\triangle \circ \boxed{\triangle \times \circ} \times \circ \Rightarrow 3! \cdot 2! \cdot 2! = 24,$$

$$\times \circ \boxed{\triangle \times \circ} \triangle \circ \Rightarrow 3! \cdot 2! \cdot 2! = 24,$$

\therefore 共 $12+12+24+24=72$ 種 .

17. 某地共有 9 個電視頻道, 將其分配給 3 個新聞臺、4 個綜藝臺及 2 個體育臺共三種類型 . 若同類型電視臺的頻道要相鄰, 而且前兩個頻道保留給體育臺, 則頻道的分配方式共有_____種 .

解答 576

解析 先排體育臺有 $2! = 2$ 種, 新聞臺相鄰的順序有 $3! = 6$ 種,

綜藝臺相鄰的順序有 $4! = 24$ 種,

新聞臺與綜藝臺的順序有 $2! = 2$ 種, 得 $2 \times 6 \times 24 \times 2 = 576$ (種) .

18. 小熹在超商買了三類關東煮, 魚丸串有 4 串, 貢丸串有 3 串, 魚板串有 2 串, 小熹隨興的一次一串, 吃完這 9 串的方式有_____種 .

解答 1260

解析 4 串, 3 串, 2 串相同物的排法有 $\frac{9!}{4!3!2!} = 1260$ 種 .

20. 阿連腳踏車號碼鎖的號碼是由 1, 2, 3, 4, 5, 6 等 6 個數字所組成的 4 個數字碼, 問 :

(1) 數字可重複, 總共有_____種可能的號碼 .

(2) 若已知密碼的數字是自左而右且由小而大的相異數字組成, 試問總共_____種可能的號碼 .

解答 (1) 1296; (2) 15

解析 (1) $6^4 = 1296$. (2) $\frac{P_6^4}{4!} \times 1 = 15$.