高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：101.10.31
範圍	2-2 多項式(C)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1.設 $\deg f(x)=3$，且 $f(2)=f(-3)=f(4)=-5$，$f(1)=19$，則 $f(6)=$____________．

解答 139

解析 設 $f(x)=a(x-2)(x+3)(x-4)-5$，

$f(1)=19\Rightarrow 12a-5=19$，$a=2\Rightarrow f(x)=2(x-2)(x+3)(x-4)-5$

$\Rightarrow f(6)=2\times4\times9\times2-5=139$．

2.設 a，b 為常數，多項式 $f(x)=2x^3+ax^2-5x+b$，$g(x)=(x-2)(5x-3)+(x-1)(2x^2-x+1)$．若 $f(x)$ 與 $g(x)$是相等的多項式，則$(a,b)=$____________．

解答 (0,1)

解析 因為 $f(x)=g(x)$，所以 $\begin{cases}f(1)=g(1)\\ f(2)=g(2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b-3=-2\\ 4a+b+6=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b=1\\ 4a+b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases}$ $\therefore (a,b)=(0,1)$．

3.多項式 $f(x)=x^{100}+2x-4$ 除以$(x-1)(x+1)$的餘式為____________．

解答 $2x-3$

解析 令 $f(x)=x^{100}+2x-4=(x-1)(x+1)Q(x)+ax+b$

得 $f(1)=1+2-4=-1$，$f(-1)=1-2-4=-5$

由餘式定理知 $f(1)=-1=a+b$　　$f(-1)=-5=-a+b$

解之，得 $a=2$，$b=-3$，故餘式為 $2x-3$．

4.設 $N=3\times(-8)^5+22\times(-8)^4-12\times(-8)^3+31\times(-8)^2-10\times(-8)+42$，則 $N=$____________．

解答 58

解析 利用綜合除法：

3	+22	−12	+31	−10	+42	−8
	−24	+16	−32	+8	+16	
3	−2	+4	−1	−2	+58	

故 $N=58$．

5.設兩多項式 $x^5+3x^4+4x^3+ax^2+bx+6$ 與 $x^5+3x^4+3x^3+x^2+x+6$ 除以 x^2-5x+2 之餘式相同，則數對$(a,b)=$____________．

解答 $(-4,3)$

解析 令 $f(x)=x^5+3x^4+4x^3+ax^2+bx+6$　，$g(x)=x^5+3x^4+3x^3+x^2+x+6$

$f(x)=(x^2-5x+2)\,Q_1(x)+r(x)$

$g(x)=(x^5-5x+2)\,Q_2(x)+r(x)$

$\therefore f(x)-g(x)=x^3+(a-1)x^2+(b-1)x=(x^2-5x+2)[Q_1(x)-Q_2(x)]$

$\Rightarrow x^2-5x+2\mid f(x)-g(x)\quad\Rightarrow\begin{cases}a=-4\\ b=3\end{cases}\Rightarrow(a,b)=(-4,3)$．

$$
\begin{array}{r}
1+\quad 0\qquad\quad \\
1-5+2\overline{\big)\,1+(a-1)+(b-1)+0} \\
1-\quad 5+\quad 2\quad\qquad \\
\hline
(a+4)+(b-3)+0 \\
0+\quad 0+0 \\
\hline
(a+4)+(b-3)+0 \\
\parallel\qquad\quad\parallel\qquad \\
0\qquad\quad 0\qquad
\end{array}
$$

6.(1)多項式 $f(x)$除以 x^2-2x-3 及 x^2+3x-4 之餘式依次為 $x+9$ 及 $x+2$，則 $f(x)$除以 x^2+x-12 之餘式為＿＿＿＿＿＿．

(2)多項式 $f(x)$除以$(x-1)^2$及$(x-2)^2$餘式依次為 $3x$ 及 $3x+2$，則 $f(x)$除以$(x-1)^2(x-2)$之餘式為＿＿＿＿．

解答 (1)$2x+6$;(2)$2x^2-x+2$

解析 (1)由題意知 $f(x)=(x^2-2x-3)q_1(x)+x+9=(x+1)(x-3)q_1(x)+x+9$

$f(x)=(x^2+3x-4)q_2(x)+x+2=(x-1)(x+4)q_2(x)+x+2$

$\therefore f(3)=3+9=12$，$f(-4)=-4+2=-2$

設 $f(x)=(x^2+x-12)q(x)+ax+b$

$\because f(3)=3a+b=12$，$f(-4)=-4a+b=-2$　　$\therefore a=2$，$b=6$　　　故餘式為 $2x+6$．

(2)由題意知

$f(x)=(x-1)^2Q_1(x)+3x\Rightarrow f(1)=3$

$f(x)=(x-2)^2Q_2(x)+3x+2\Rightarrow f(2)=8$

令 $f(x)=(x-1)^2(x-2)Q(x)+a(x-1)^2+3x\quad\Rightarrow f(2)=a+6=8\Rightarrow a=2$

故所求餘式為 $2(x-1)^2+3x=2x^2-x+2$．

7.若多項式 $f(x)$除以$(x-1)(x-2)$，$x-3$ 之餘式分別為 $6x-9$，15，則 $f(x)$除以$(x-1)(x-2)(x-3)$之餘式為＿＿＿＿＿＿．

解答 $3x^2-3x-3$

解析 設 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)q(x)+a(x-1)(x-2)+6x-9$

又 $f(x)$除以 $x-3$ 之餘式為 15$\Rightarrow f(3)=15\Rightarrow 2a+9=15$，得 $a=3$，

故餘式為 $3(x-1)(x-2)+6x-9=3x^2-3x-3$．

8.已知 $f(x)$為四次多項式，以$(x+1)^3$除之餘式為 3，以 $x+2$ 除之餘式為 8，以 $x-1$ 除之餘式為 11，則 $f(x)=$＿＿＿＿＿＿．

解答 $2x^4+5x^3+3x^2-x+2$

解析 設 $f(x)=(ax+b)(x+1)^3+3$

$f(-2)=8\Rightarrow(-2a+b)(-1)^3+3=8\Rightarrow 2a-b=5$

$f(1)=11\Rightarrow(a+b)\times 8+3=11\Rightarrow a+b=1$　　解得 $a=2$，$b=-1$

則 $f(x)=(2x-1)(x+1)^3+3=2x^4+5x^3+3x^2-x+2$．

10.設 $f(x)=ax^2+bx+c$，$g(x)=3x^2+bx+8$，若 $f(1)=g(1)$，$f(2)=g(2)$，$f(3)=g(3)$，則 $a-c=$＿＿＿＿＿．

解答 -5

解析 $\because \deg(f(x))\le 2$，$\deg(g(x))=2$ 由 $f(1)=g(1)$，$f(2)=g(2)$，$f(3)=g(3)$

可解得 $a=3$，$c=8$，故 $a-c=-5$．

11.a，b 為整數，若多項式 $2x^3-5x^2+ax-6$ 被多項式 x^2-4x+b 整除，則數對$(a,b)=$____________ .

解答 $(-16,-2)$

解析

$$\begin{array}{r|llll}
 & 2+3 & & & \\ \hline
1-4+b & 2-5+ & & a- & 6 \\
 & 2-8+ & & 2b & \\ \hline
 & & 3+ & (a-2b)- & 6 \\
 & & 3- & 12+ & 3b \\ \hline
 & & & (a-2b+12)+ & (-6-3b)
\end{array}$$

令 $a-2b+12=0$， $-6-3b=0$，得 $b=-2$，$a=-16$.

12.若多項式 $f(x)=3x^2+4x+5$ 與 $g(x)=a(x+3)(x+5)+b(x+5)(x+7)+c(x+7)(x+3)$ 表同一多項式，其中 a ， b 為實數，則 a 之值為____________ .

解答 $\dfrac{31}{2}$

解析 $f(x)=3x^2+4x+5=a(x+3)(x+5)+b(x+5)(x+7)+c(x+7)(x+3)$

$f(-7)=124=a(-4)(-2)$　　　$a=\dfrac{124}{8}=\dfrac{31}{2}$.

13.設多項式 $f(x)=8x^3-36x^2+82x-65=a(2x-3)^3+b(2x-3)^2+c(2x-3)+d$ ，其中 a ， b ， c ， $d\in\mathbb{R}$ ，

(1)試求數組 $(a,b,c,d)=$____________ .

(2)以四捨五入法，試求 $f(1.499)$ 之近似值至小數點後第三位，求此值為____________ .

解答 (1)(1,0,14,4);(2)3.972

解析 (1)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
 & 8 & -36 & +82 & -65 & \frac{3}{2} \\
 & & 12 & -36 & 69 & \\ \hline
2 & 8 & -24 & 46 & \boxed{4} & =d \\
 & 4 & -12 & 23 & & \\
 & & 6 & -9 & & \\ \hline
2 & 4 & -6 & \boxed{14} & =c & \\
 & 2 & -3 & & & \\
 & & 3 & & & \\ \hline
2 & 2 & \boxed{0} & =b & & \\
 & 1 & =a & & &
\end{array}$$

$(a,b,c,d)=(1,0,14,4)$.

(2) $f(1.499)\fallingdotseq 14(-0.002)+4=-0.028+4=3.972$.

14.若 $f(x)=8x^3-12x^2+8x-5$，則 $f(1.501)=$____________ .

（四捨五入取小數點後三位數字）

解答 7.026

解析 $x=1.501\Rightarrow x-1.5=0.001$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
8 & -12 & +8 & -5 & \frac{3}{2} \\
 & +12 & +0 & +12 & \\
\hline
8 & +0 & +8 & +7 & \\
 & +12 & +18 & & \\
\hline
8 & +12 & +26 & & \\
 & +12 & & & \\
\hline
8 & +24 & & &
\end{array}
$$

$f(x)=8(x-1.5)^3+24(x-1.5)^2+26(x-1.5)+7 \Rightarrow f(1.501)=8(0.001)^3+24(0.001)^2+$ $26(0.001)+7\approx 7.026$．

15.設 $f(x)$為二次多項式，且 $f(2008)=4$，$f(2009)=1$，$f(2010)=6$，則 $f(2011)=$____________．

解答　19

解析　設 $f(x)=A(x-2008)(x-2009)+B(x-2009)(x-2010)+C(x-2008)(x-2010)$

$f(2008)=B\times(-1)\times(-2)=4\Rightarrow B=2$

$f(2009)=C\times 1\times(-1)=1\Rightarrow C=-1$

$f(2010)=A\times 2\times 1=6\Rightarrow A=3$

$\therefore f(x)=3(x-2008)(x-2009)+2(x-2009)(x-2010)-(x-2008)(x-2010)$

$f(2011)=3\times 3\times 2+2\times 2\times 1-1\times 3\times 1=18+4-3=19$．

16.設 $f(x)$ 為一多項式，若多項式 $(x-1)\cdot f(x)$ 除以 x^2+x+2 的餘式為 $3x-7$，試求多項式 $f(x)$ 除以 x^2+x+2 的餘式為____________．

解答　$x+5$

解析　$f(x)=(x^2+x+2)Q(x)+(ax+b)$

$(x-1)f(x)=(x-1)(x^2+x+2)Q(x)+(ax+b)(x-1)$

$\qquad\qquad\quad =(x-1)(x^2+x+2)Q(x)+a(x^2+x+2)+(-2a+b)x+(-b-2a)$

$\begin{cases}-2a+b=3\\ -2a-b=-7\end{cases}\Rightarrow a=1$，$b=5$　　$\therefore$餘式 $x+5$．

17.設多項式 $f(x)$ 除以 $ax-b$ 的商式為 $q(x)$，餘式為 r，其中 a，b，$r\in\mathbb{R}$，則下列選項____________為正確．

(A)多項式 $f(x)$ 除以 a^2x-ab 的餘式為 ar

(B)多項式 $f(x)$ 除以 a^2x-ab 的商式為 $\frac{1}{a}\cdot q(x)$

(C)多項式 $b^2\cdot f(ax)$ 除以 $ax-\frac{b}{a}$ 的餘式為 b^2r

(D)多項式 $b^2\cdot f(ax)$ 除以 $ax-\frac{b}{a}$ 的商式為 $b^2\cdot q(ax)$

(E)多項式 $x\cdot f(x)$ 除以 $ax-b$ 的餘式為 $\frac{br}{a}$　(F)多項式 $f(\frac{x}{a})$ 除以 $x-b$ 的餘式為 ar．

解答　BCE

解析 (A)╳，$f(x)=(ax-b)q(x)+r=(a^2x-ab)\cdot\frac{1}{a}q(x)+r$　　餘式為 r

(B)○，由(A)，商式 $\frac{1}{a}q(x)$

(C)○，$f(x)=(ax-b)q(x)+r$

$b^2f(ax)=b^2(a^2x-b)q(ax)+b^2r$　　$\therefore$ 餘式 b^2r

(D)╳，$b^2f(ax)=(ax-\frac{b}{a})\cdot ab^2q(ax)+b^2r$　　$\therefore$ 商式 $ab^2q(ax)$

(E)○，$xf(x)=x(ax-b)\cdot q(x)+r\cdot x=x(ax-b)\cdot q(x)+\frac{r}{a}(ax-b)+\frac{b}{a}r$　　$\therefore$ 餘式 $\frac{b}{a}r$

(F)╳，$f(\frac{x}{a})=(a\cdot\frac{x}{a}-b)\cdot q(\frac{x}{a})+r=(x-b)\cdot q(\frac{x}{a})+r$　　$\therefore$ 餘式為 r .

故選(B)(C)(E) .

18.若 k 為常數，且 $7x^5+8x^3+8x+5$ 被 $x-k$ 除，得到餘式為 28，則 $7x^5+8x^3+8x+5$ 被 $88x-88k$ 除，得到餘式為__________ .

解答 28

解析 設 $f(x)=7x^5+8x^3+8x+5$，

$f(x)=(x-k)Q_1(x)+28=88(x-k)\cdot\frac{1}{88}Q_1(x)+28=(88x-88k)\cdot Q_2(x)+28$，餘式為 28 .

19.設 $f(x)=x^{2012}+ax^{101}+7x-8$ 被 $x+1$ 整除，則 $a=$__________ .

解答 -14

解析 $f(-1)=0\Rightarrow(-1)^{2012}+a\times(-1)^{101}+7\times(-1)-8=0\Rightarrow 1-a-7-8=0\Rightarrow a=-14$.

20.設 $f(x)=x^5+x^4-10x^3-10x^2+x+5$，試求下列各函數值：(1)$f(1+i)=$______ .(2)$f(1+\sqrt{2})=$___ .

解答 (1)$18-43i$;(2)$-36-28\sqrt{2}$

解析

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
1 & +1 & -10 & -10 & +1 & +5 & 1 \\
 & +1 & +2 & -8 & -18 & -17 & \\ \hline
1 & +2 & -8 & -18 & -17 & \multicolumn{1}{|l}{-12} & \\
 & +1 & +3 & -5 & -23 & & \\ \hline
1 & +3 & -5 & -23 & \multicolumn{1}{|l}{-40} & & \\
 & +1 & +4 & -1 & & & \\ \hline
1 & +4 & -1 & \multicolumn{1}{|l}{-24} & & & \\
 & +1 & +5 & & & & \\ \hline
1 & +5 & \multicolumn{1}{|l}{+4} & & & & \\
 & +1 & & & & & \\ \hline
1 & \multicolumn{1}{|l}{+6} & & & & &
\end{array}$$

得 $f(x)=(x-1)^5+6(x-1)^4+4(x-1)^3-24(x-1)^2-40(x-1)-12$.

(1)$f(1+i)=i^5+6i^4+4i^3-24i^2-40i-12=18-43i$.

(2)$f(1+\sqrt{2})=(\sqrt{2})^5+6(\sqrt{2})^4+4(\sqrt{2})^3-24(\sqrt{2})^2-40(\sqrt{2})-12=-36-28\sqrt{2}$.

21.已知多項式 $f(x)=2(x-2)^4-2(x-2)^3+k(x-2)^2-16(x-2)+18=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，

(1)若 $a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=70$，則 k 之值為____________.

(2)求 $(x-2)^2$ 除 $f(x)$ 之餘式為____________.

解答 (1)32;(2)$-16x+50$

解析 (1) $f(1)=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=70\Rightarrow 2+2+k+16+18=70$ $\quad\therefore k=32$.

(2)餘式為 $-16(x-2)+18=-16x+50$.

22.若多項式 $f(x)$ 除以 x^3-1 的商為 $x(x-1)$，餘式為 $2x^2-x+3$，試求

(1) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的商式和餘式分別為商式=____________，(2)餘式=____________.

解答 (1)x^3+x^2+x+2;(2)$3x+1$

解析 $f(x)=(x^3-1)\cdot x(x-1)+(2x^2-x+3)=(x-1)^2\cdot(x^2+x+1)\cdot x+2(x-1)^2+(3x+1)$

$=(x-1)^2(x^3+x^2+x+2)+(3x+1)$

$\therefore$商式 x^3+x^2+x+2，餘式 $3x+1$.

23.已知 $f(x)$ 為一多項式且 $\deg f(x)=3$，若 $f(x)$ 除以 x^2+1 之餘式為 $-6x+4$ 且 $f(x)$ 除以 x^2-4 之餘式為 $4x+9$，則 $f(x)=$____________.（乘開依降冪排列）

解答 $2x^3+x^2-4x+5$

解析 令 $f(x)=(x^2+1)(ax+b)+(-6x+4)=ax^3+bx^2+(a-6)x+(b+4)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & a & b & & \\ \hline 1+0-4 & a & b & a-6 & b+4 \\ & a & 0 & -4a & \\ \hline & & b & 5a-6 & b+4 \\ & & b & 0 & -4b \\ \hline & & & 5a-6 & 5b+4 \end{array}$$

$\therefore \begin{cases}5a-6=4\\5b+4=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ $\qquad\therefore f(x)=2x^3+x^2-4x+5$.

24.三次多項式 $f(x)$，$f(1)=5$，$f(2)=6$，$f(3)=11$，$f(4)=8$，則 $f(x)$除以$(x-1)(x-2)(x-3)$之餘式為____________.

解答 $2x^2-5x+8$

解析 $\because \deg f(x)=3$ 且 $f(1)=5$，$f(2)=6$，$f(3)=11$，$f(4)=8$，

$\therefore$設 $f(x)=a(x-1)(x-2)(x-3)+b(x-2)(x-3)+c(x-3)+11$，

$\because f(2)=-c+11=6$，$\therefore c=5$，

$f(1)=2b-2c+11=5$，$\therefore b=2$，

$f(4)=6a+2b+c+11=8$，$\therefore a=-2$，

$\therefore$所求 $=2(x-2)(x-3)+5(x-3)+11=2x^2-5x+8$.

25.設 $f(x)=2x^3-5x^2+x+3$，若 $f(x-2)=g(x+1)$，則 $(x+1)f(x)-2xg(x)$ 除以 $x-2$ 之餘式為_______.

解答 23

解析 $(x+1)f(x)-2xg(x)$ 除以 $(x-2)$ 之餘式為

$(2+1)f(2)-2(2)g(2)=3f(2)-4g(2)=3f(2)-4\cdot f(-1)=3(1)-4(-5)=3+20=23$.

26.若 $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$，$f(x)$除以 $x+1$，$x+2$ 的餘式分別為 0，6，則數對$(a,b)=$______________ .

解答 (8,11)

解析 $\begin{cases} f(-1)=-1+a-b+4=0 \\ f(-2)=-8+4a-2b+4=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=-3 \\ 2a-b=5 \end{cases} \Rightarrow a=8，b=11$.

27. $f(x)$ 為三次多項式， $f(x)$ 除以 x^2+x+2 餘式為 $x+2$，除以 x^2+x-2 餘式為 $-x+2$，求 $f(x)$ 除以 x^3+x^2 的餘式為______________ .

解答 2

解析 令 $f(x)=(ax+b)(x^2+x+2)+(x+2)$

$f(1)=(a+b)(4)+3=1$

$f(-2)=(-2a+b)(4)=4$，$a=\dfrac{-1}{2}$， $b=0$

$f(x)=\dfrac{-1}{2}x(x^2+x+2)+(x+2)=\dfrac{-1}{2}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+2=(x^3+x^2)(\dfrac{-1}{2})+2$

$\therefore$餘式為 2 .

28.$(1+x)^{10}$ 除以 x^2+1 得餘式為______________ .

解答 $32x$

解析 $f(x)=(1+x)^{10}=(x^2+1)q(x)+ax+b$（$a$，$b$ 為實數）

$f(i)=(1+i)^{10}=(i^2+1)q(i)+ai+b \Rightarrow (1+i)^{10}=ai+b$

又$(1+i)^{10}=[(1+i)^2]^5=(2i)^5=32i$

$\therefore 32i=ai+b \Rightarrow a=32，b=0$ 故餘式為 $32x$.

29.設多項式 $f(x)=x^4+x^3-x^2+11x-3$，則 $f(-1+\sqrt{3})$之值 $=$______________ .

解答 $3\sqrt{3}$

解析 令 $x=-1+\sqrt{3} \Rightarrow x+1=\sqrt{3}$

$f(x)=(x+1)^4-3(x+1)^3+2(x+1)^2+12(x+1)-15$

$f(-1+\sqrt{3})=(\sqrt{3})^4-3(\sqrt{3})^3+2(\sqrt{3})^2+12\sqrt{3}-15=3\sqrt{3}$.

$$\begin{array}{rrrrr|r}
1 & +1 & -1 & +11 & -3 & \underline{-1} \\
 & -1 & +0 & +1 & -12 & \\
\hline
1 & +0 & -1 & +12 & \underline{-15} & \\
 & -1 & +1 & +0 & & \\
\hline
1 & -1 & +0 & \underline{+12} & & \\
 & -1 & +2 & & & \\
\hline
1 & -2 & \underline{+2} & & & \\
 & -1 & & & & \\
\hline
+1 & \underline{-3} & & & &
\end{array}$$

30.設多項式 $f(x)$以 x^2-3x+2、x^2-4x+3 分別除之，依次得餘式為 3、$3x$，則以 x^2-5x+6 除 $f(x)$之餘式為____________ .

解答　$6x-9$

解析　設 $f(x)=(x^2-3x+2)q_1(x)+3$（$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$）…①

$=(x^2-4x+3)q_2(x)+3x$（$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$）…②

再設 $f(x)=(x^2-5x+6)q(x)+ax+b$（$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$）…③

由①③得 $f(2)=3=2a+b$…④，由②③得 $f(3)=9=3a+b$…⑤

由④⑤得 $a=6$，$b=-9$，∴餘式為 $6x-9$.

31.$f(x)$以 x^2-5x+6 除之餘 $x+3$，以 x^2-6x+8 除之餘 $2x+1$，則以 $x^2-7x+12$ 除之餘式為__________ .

解答　$3x-3$

解析　設 $f(x)=(x^2-5x+6)q_1(x)+x+3=(x-2)(x-3)q_1(x)+x+3$

$=(x^2-6x+8)q_2(x)+2x+1=(x-2)(x-4)q_2(x)+2x+1$

$=(x^2-7x+12)q(x)+ax+b=(x-3)(x-4)q(x)+ax+b$

$\begin{cases} f(3)=6=3a+b \\ f(4)=9=4a+b \end{cases}\Rightarrow a=3$，$b=-3$，∴餘式為 $3x-3$.

32.多項式 $f(x)$除以 $x-1$ 之餘式為 2，除以 x^2+x+1 之餘式為 $2x+6$，則 $f(x)$除以 x^3-1 之餘式為_______ .

解答　$-2x^2+4$

解析　設 $f(x)=(x-1)(x^2+x+1)q(x)+a(x^2+x+1)+2x+6$

$f(1)=3a+8=2\Rightarrow a=-2$，∴所求餘式為 $-2(x^2+x+1)+2x+6=-2x^2+4$.

33.$x^{96}-7x^{84}+5x^{30}+4x^{12}-5x^3+1$ 除以 x^4-1 之餘式為____________ .

解答　$-5x^3+5x^2-1$

解析　令 $x^4-1=0$，即 $x^4=1$ 代入 $f(x)=x^{96}-7x^{84}+5x^{30}+4x^{12}-5x^3+1$ 得

$f(x)=(x^4)^{24}-7(x^4)^{21}+5(x^4)^7\times x^2+4(x^4)^3-5x^3+1$

$=1-7+5x^2+4-5x^3+1=-5x^3+5x^2-1$，

∴餘式為 $-5x^3+5x^2-1$.

34.已知 $\deg f(x)\geq 4$，若 $f(x)$以 x^2-4 與 x^2+x+1 除之餘式分別依次為 $-5x+1$，$3x-1$，則 $f(x)$除以$(x^2-4)(x^2+x+1)$之餘式 $=$____________ .（答案須展開整理並降冪排列）

解答　$-2x^3+3x+1$

解析　∵$f(x)=(x^2-4)q_1(x)+(-5x+1)\Rightarrow f(2)=-9$，$f(-2)=11$

令 $f(x)=(x^2-4)(x^2+x+1)q_2(x)+(ax+b)(x^2+x+1)+3x-1$

則 $f(2)=(2a+b)(4+2+1)+5=-9\Rightarrow 14a+7b=-14$

$f(-2)=(-2a+b)(4-2+1)-7=11\Rightarrow -6a+3b=18\Rightarrow\begin{cases} 2a+b=-2 \\ -2a+b=6 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}$

∴餘式為$(-2x+2)(x^2+x+1)+3x-1=-2x^3+3x+1$.

35.設 $f(x)=x^4+ax^3+2x^2+bx-2$ 有 x^2+x-2 的因式，求數對$(a\ ,b)=$____________ .

解答 $(4\ ,-5)$

解析 $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$，由因式定理知 $f(-2)=16-8a+8-2b-2=0$

$f(1)=1+a+2+b-2=0\Rightarrow\begin{cases}4a+b=11\cdots① \\ a+b=-1\cdots②\end{cases}$ 解①②得$(a\ ,b)=(4\ ,-5)$.

36.設 $f(x)$為三次多項式，且 $f(1996)=-3$，$f(1997)=4$，$f(1998)=5$，$f(1999)=6$，求 $f(2000)=$_________.

解答 13

解析 $f(2000)=(-3)\times\frac{(2000-1997)(2000-1998)(2000-1999)}{(1996-1997)(1996-1998)(1996-1999)}$

$+4\times\frac{(2000-1996)(2000-1998)(2000-1999)}{(1997-1996)(1997-1998)(1997-1999)}$

$+5\times\frac{(2000-1996)(2000-1997)(2000-1999)}{(1998-1996)(1998-1997)(1998-1999)}$

$+6\times\frac{(2000-1996)(2000-1997)(2000-1998)}{(1999-1996)(1999-1997)(1999-1998)}=3+16-30+24=13$.

37.若整係數多項式 $x^4-x^3+kx^2-2kx-2$ 有整係數一次因式，則 $k=$____________ .

解答 0 或 -2

解析 $f(x)=x^4-x^3+kx^2-2kx-2$ 的一次因式只可能為 $x\pm1$，$x\pm2$

若 $f(1)=0\Rightarrow1-1+k-2k-2=0\Rightarrow k=-2$，

若 $f(-1)=0\Rightarrow1+1+k+2k-2=0\Rightarrow k=0$，

若 $f(2)=0\Rightarrow16-8+4k-4k-2=6\neq0$（不合）

若 $f(-2)=0\Rightarrow16+8+4k+4k-2=0\Rightarrow k=-\frac{11}{4}$（不合）

$\therefore k=0$ 或 -2 .