

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：101.10.03				
範圍	2-2 多項式四則運算(A)	班級	一年____班	姓名
		座號		

一、填充題 (每題 10 分)

1. 已知 $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 3x + 4$, $g(x) = 2x^2 + x + 1$, 求 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的

(1) 商式為 _____; (2) 餘式為 _____.

解答 (1) $x + 2$; (2) 2

解析

$$\begin{array}{r}
 1+2 \\
 2+1+1 \overline{) 2+5+3+4} \\
 \underline{2+1+1} \\
 4+2+4 \\
 \underline{4+2+2} \\
 2
 \end{array}$$

\therefore 商式為 $x + 2$, 餘式為 2.

2. $x^5 - x^3 + x + 5$ 除以 $x^2 - x - 2$ 得餘式 = _____.

解答 $9x + 13$

解析

$$\begin{array}{r}
 1+1+2+4 \\
 1-1-2 \overline{) 1+0-1+0+1+5} \\
 \underline{1-1-2} \\
 1+1+0 \\
 \underline{1-1-2} \\
 2+2+1 \\
 \underline{2-2-4} \\
 4+5+5 \\
 \underline{4-4-8} \\
 9+13
 \end{array}$$

3. 以 $ax^2 - 3x + 2$ 除 $2x^3 + bx + 10$ 得商為 $2x + c$, 餘式為 $3x - 2$, 則序組 $(a, b, c) =$ _____.

解答 $(1, -11, 6)$

解析 $2x^3 + bx + 10 = (ax^2 - 3x + 2)(2x + c) + 3x - 2$

比較 x^3 係數 $\Rightarrow 2 = 2a \Rightarrow a = 1$

比較常數項 $\Rightarrow 10 = 2c - 2 \Rightarrow c = 6$

比較 x 係數 $\Rightarrow b = -3c + 4 + 3 = -18 + 7 = -11$.

4. 若多項式 $x^3 + 4x^2 + 5x - 3$ 除以 $f(x)$ 的商式為 $x + 2$, 餘式為 $2x - 1$, 則 $f(x) =$ _____.

解答 $x^2 + 2x - 1$

解析 由除法原理知: $x^3 + 4x^2 + 5x - 3 = f(x) \times (x + 2) + (2x - 1)$

$\Rightarrow f(x) \times (x + 2) = (x^3 + 4x^2 + 5x - 3) - (2x - 1) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2 \Rightarrow$

$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 3x - 2}{x + 2} = x^2 + 2x - 1$.

5. a, b 為實數, 已知多項式 $x^2 - 3x + a$ 與 $x - 2$ 的乘積再加上 $-3x + b$ 得到 $x^3 - 5x^2 + 4x + 2$, 則數對 $(a, b) =$ _____ .

解答 (1,4)

解析 $(x^2 - 3x + a)(x - 2) + (-3x + b) = x^3 - 5x^2 + 4x + 2$,

比較係數得常數項: $-2a + b = 2$, x 項: $6 + a - 3 = 4$, $\therefore a = 1, b = 4$.

6. 設 a, b 為常數, 多項式 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + b$, $g(x) = (x - 2)(5x - 3) + (x - 1)(2x^2 - x + 1)$. 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 是相等的多項式, 則 $(a, b) =$ _____ .

解答 (0,1)

解析 因為 $f(x) = g(x)$, 所以 $\begin{cases} f(1) = g(1) \\ f(2) = g(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b - 3 = -2 \\ 4a + b + 6 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$.

$\therefore (a, b) = (0, 1)$.

7. 設 $f(x) = ax^3 + (2b + 2)x^2 + cx + 2d$, $g(x) = (b + c)x^3 + (a + c - 1)x^2 + (a + d)x - c$, 若 $f(x) = g(x)$, 則序組 $(a, b, c, d) =$ _____ .

解答 (3,1,2, -1)

解析 $a = b + c \cdots \textcircled{1}$,

$2b + 2 = a + c - 1 \cdots \textcircled{2}$,

$c = a + d \cdots \textcircled{3}$,

$2d = -c \cdots \textcircled{4}$,

$\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{4} \Rightarrow 2(c - a) = -c \Rightarrow 2a - 3c = 0 \cdots \textcircled{5}$

$\textcircled{1}$ 代入 $\textcircled{2} \Rightarrow 2(a - c) + 2 = a + c - 1 \Rightarrow a - 3c + 3 = 0 \cdots \textcircled{6}$

由 $\textcircled{5} \textcircled{6}$ 得 $a = 3, c = 2$, 代入 $\textcircled{4} \textcircled{1}$ 得 $d = -1, b = 1$.

8. 設多項式 $f(x) = (x - 2)^4 + 2(x - 2)^3 + 3(x - 2)^2 + 4(x - 2) - 5$, 則 $f(x)$ 展開式中各項係數和為 _____.

解答 -7

解析 $f(x)$ 的各項係數和為 $f(1) = 1 - 2 + 3 - 4 - 5 = -7$.

9. 設 $f(x) = (x^3 + x^2 - 2x + 1)^5 = a_{15}x^{15} + a_{14}x^{14} + \cdots + a_1x + a_0$, 則 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{15} =$ _____.

解答 -121

解析 所求為 $f(x)$ 的奇次項係數和 $= \frac{f(1) - f(-1)}{2} \cdots \textcircled{1}$

而 $f(1) = (1 + 1 - 2 + 1)^5 = 1$, $f(-1) = (-1 + 1 + 2 + 1)^5 = 243$,

代入 $\textcircled{1}$ 得所求 $= -121$.

10. 設 $p(x) = x^4 - 2x^3 - x^2$, $q(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$, $r(x) = 5x - 7$, 則 $p(x) + q(x) - r(x) =$ _____.

解答 $x^4 - 2x^2 - 9x + 10$

解析 $p(x) + q(x) - r(x) = (x^4 - 2x^3 - x^2) + (2x^3 - x^2 - 4x + 3) - (5x - 7)$
 $= (x^4 - 2x^2 - 4x + 3) - (5x - 7) = x^4 - 2x^2 - 9x + 10$.

11. 已知 $ax^3 + bx^2 + 4x + c$ 除以 $x^2 - 2x + d$ 的商式為 $2x + 1$, 餘式為 7, 則

(1) 數對 $(a, b) =$ _____, (2) 數對 $(c, d) =$ _____.

解答 (1)(2, -3); (2)(10, 3)

解析 令 $ax^3 + bx^2 + 4x + c = (x^2 - 2x + d)(2x + 1) + 7 = 2x^3 - 3x^2 + (2d - 2)x + (d + 7)$,

$\therefore a = 2, b = -3, 4 = 2d - 2, c = d + 7, \therefore d = 3, c = 10$.

12. a, b 為整數, 若多項式 $2x^3 - 5x^2 + ax - 6$ 被多項式 $x^2 - 4x + b$ 整除, 則數對 $(a, b) =$ _____.

解答 $(-16, -2)$

解析

$$\begin{array}{r} 2+3 \\ 1-4+b \overline{)2-5+ \quad \quad \quad a- \quad \quad \quad 6} \\ \underline{2-8+ \quad \quad \quad 2b} \\ 3+ \quad (a-2b) - \quad \quad \quad 6 \\ \underline{3- \quad \quad \quad 12+ \quad \quad \quad 3b} \\ (a-2b+12)+(-6-3b) \end{array}$$

$$a-2b+12=0, \quad -6-3b=0, \quad \text{得 } b=-2, \quad a=-16.$$

13. 若多項式 $f(x)=3x^2+4x+5$ 與 $g(x)=a(x+3)(x+5)+b(x+5)(x+7)+c(x+7)(x+3)$ 表同一多項式，其中 a, b 為實數，則 a 之值為_____。

解答 $\frac{31}{2}$

解析 $f(x)=3x^2+4x+5=a(x+3)(x+5)+b(x+5)(x+7)+c(x+7)(x+3)$

$$f(-7)=124=a(-4)(-2) \Rightarrow a=\frac{124}{8}=\frac{31}{2}.$$

14. 已知 $f(x)=3x^5-2x^3+x^2-5x+6$ ， $g(x)=x^{10}-4x^6+8x^4-5x^3+6x^2-1$ ，求 $f(x)g(x)$ 之偶次項係數和為_____。

解答 90

解析 $f(x) \cdot g(x)$ 之偶次項係數和 $= \frac{f(1)g(1)+f(-1)g(-1)}{2} = \frac{(3)(5)+(11)(15)}{2} = 90$ 。

15. 設 $P(x)=1+2x+3x^2+4x^3+5x^4$ ， $Q(x)=1-2x+3x^2-4x^3+5x^4$ ，則 $P(x) \times Q(x)$ 的乘積中， x^5 的係數為_____。

解答 0

解析 $2 \times 5 + 3 \times (-4) + 4 \times 3 + 5 \times (-2) = 0$ 。

16. 已知 $f(x)=x^2-2x-3$ ， $g(x)$ 為 x 的函數，若 $f(g(x))=4x^4+12x^3-15x^2-36x+32$ ，則 $g(1)$ 之值為_____。

解答 0 或 2

解析 令 $g(1)=t$ ，則 $f(t)=t^2-2t-3$ ，又 $f(g(1))=4+12-15-36+32=-3$ ，
 $\therefore t^2-2t-3=-3 \Rightarrow t=0$ 或 2 ，故 $g(1)=0$ 或 2 。

17. 設多項式 $f(x)=(x-2)^5+8(x-2)^4+7(x-2)^3+10(x-2)^2+11(x-2)+7$ ，求：

(1) $f(x)$ 展開式中的常數項為_____。(2) $f(x)$ 展開式中所有偶次方項的係數和為_____。

解答 (1)65;(2)143

解析 (1)常數項 $= f(0) = (-2)^5 + 8 \cdot (-2)^4 + 7 \cdot (-2)^3 + 10 \cdot (-2)^2 + 11 \cdot (-2) + 7 = 65$ 。

$$(2) \text{偶次方項的係數} = \frac{f(1)+f(-1)}{2} = 143.$$

18. 已知 $f(x)$ 為一多項式且 $\deg f(x)=3$ ，若 $f(x)$ 除以 x^2+1 之餘式為 $-6x+4$ 且 $f(x)$ 除以 x^2-4 之餘式為 $4x+9$ ，則 $f(x)=$ _____。(乘開依降幂排列)

解答 $2x^3+x^2-4x+5$

解析 令 $f(x)=(x^2+1)(ax+b)+(-6x+4)=ax^3+bx^2+(a-6)x+(b+4)$

$$\begin{array}{r}
 a \quad b \\
 1+0-4 \overline{) a \quad b \quad a-6 \quad b+4} \\
 \underline{a \quad 0 \quad -4a} \\
 b \quad 5a-6 \quad b+4 \\
 \underline{b \quad 0 \quad -4b} \\
 5a-6 \quad 5b+4
 \end{array}$$

$$\therefore \begin{cases} 5a-6=4 \\ 5b+4=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \therefore f(x)=2x^3+x^2-4x+5.$$

19. 設多項式 $f(x)$ 的各項係數和為 12，奇次項係數和為 18，且以 $x-3$ 除 $f(x)$ 的餘式為 -4 ，商為 $q(x)$ ，則 $q(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為_____。

解答 5

解析 (1) 所求為 $q(-1)$

(2) 由 $f(x)$ 的各項係數和為 12 得 $f(1)=12 \cdots \textcircled{1}$

奇次項係數和為 18 得 $\frac{f(1)-f(-1)}{2}=18$ ，由 $\textcircled{1}$ 代入得 $f(-1)=-24 \cdots \textcircled{2}$

設 $f(x)=(x-3)q(x)+(-4)$ ，則 $f(-1)=(-4)q(-1)-4$

$\Rightarrow -24=(-4)q(-1)-4$ (由 $\textcircled{2}$ 代入) 得 $q(-1)=5$ 。

20. 設 $f(x)=(a-3)x^2+(b+5)x+c-4$ ， $g(x)=3x-5$ ，若 $f(x)=g(x)$ ，求序組 $(a, b, c)=$ _____。

解答 $(3, -2, -1)$

解析 $\begin{cases} a-3=0 \\ b+5=3 \\ c-4=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \\ c=-1 \end{cases} \therefore (a, b, c)=(3, -2, -1)$ 。

21. 設 $f(x)=x^4+3x^3-2x^2+mx+n$ 有 x^2+2x+3 之因式，求 $m+n=$ _____。

解答 -32

解析 利用長除法

$$\begin{array}{r}
 1+1-7 \\
 1+2+3 \overline{) 1+3-2+ \quad m+ \quad n} \\
 \underline{1+2+3} \\
 1-5+ \quad m \\
 \underline{1+2+ \quad 3} \\
 -7+ (m-3)+ \quad n \\
 \underline{-7- \quad 14- \quad 21} \\
 (m+11)+(n+21)
 \end{array}$$

$$\therefore m+11=0 \Rightarrow m=-11$$

$$n+21=0 \Rightarrow n=-21 \quad \text{故 } m+n=-32.$$

22. 設兩多項式 $x^5+3x^4+4x^3+ax^2+bx+6$ 與 $x^5+3x^4+3x^3+x^2+x+6$ 除以 x^2-5x+2 之餘式相同，則數對 $(a, b)=$ _____。

解答 $(-4, 3)$

解析 令 $f(x)=x^5+3x^4+4x^3+ax^2+bx+6$

$$g(x)=x^5+3x^4+3x^3+x^2+x+6$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 2) Q_1(x) + r(x)$$

$$g(x) = (x^5 - 5x + 2) Q_2(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) = x^3 + (a-1)x^2 + (b-1)x = (x^2 - 5x + 2)[Q_1(x) - Q_2(x)]$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2 \mid f(x) - g(x)$$

$$\begin{array}{r}
 1+ 0 \\
\hline
1-5+2 1+(a-1)+(b-1)+0 \\
 1- 2 \\
\hline
 (a+4)+(b-3)+0 \\
 0+ 0 \\
\hline
 (a+4)+(b-3)+0 \\
 \parallel \parallel \\
 0 0
\end{array}$$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (-4, 3).$$