高雄市明誠中學　高一數學平時測驗　　日期：101.09.12					
範圍	1-1 數與數線(A)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題　(每題 10 分)

1.$0.2\overline{37}$ 化為有理數 $=$ ____________ .

解答　$\dfrac{47}{198}$

解析　設 $x=0.2\overline{37}\Rightarrow 100x=23.7\overline{37}\Rightarrow 100x-x=23.7\overline{37}-0.2\overline{37}$

$$\Rightarrow 99x=23.7-0.2\Rightarrow x=\frac{237-2}{990}=\frac{235}{990}=\frac{47}{198}\ .$$

2.化簡 $0.\overline{32}+0.\overline{210}$ 為一個循環小數 $=$ ____________ .

解答　$0.\overline{533442}$

解析　SOL 一：$\dfrac{32}{99}+\dfrac{210}{999}=\dfrac{32\times111+210\times11}{10989}=\dfrac{5862}{10989}=\dfrac{533442}{999999}=0.\overline{533442}$

SOL 二：$0.\overline{32}$ 循環節 2 位；$0.\overline{210}$ 循環節 3 位

$\because$ 最小公倍數$[2,3]=6$，新數的循環節為 6 位，所求 $=0.\overline{323232}+0.\overline{210210}=0.\overline{533442}$.

3.設 $f(n)$ 表示 $\dfrac{36}{13}$ 化為小數後，小數點後第 n 位的數字，則 $f(200)=$ ____________ .

解答　6

解析　$\dfrac{36}{13}=2.\overline{769230}$，$200\div6=33\cdots2$，$\therefore$ 33 次循環後，第二個數字為 6 .

4.將分數 $\dfrac{16241}{49950}$ 化為小數時，小數點後第 51 位數字是____________ .

解答　5

解析　原數 $=\dfrac{32482}{99900}=\dfrac{32514-32}{99900}=0.32\overline{514}$，$51=2+3\times16+1$，

表示經過 16 個循環節後的第一數 5 .

5.設 $\sqrt{28}$ 的小數部分為 k，將 $\sqrt{3-k}$ 化為 $\sqrt{a}-b$ 的形式，若 a,b 為整數，則 $a+b=$ ____________ .

解答　8

解析　$\sqrt{28}=5.\cdots\Rightarrow k=\sqrt{28}-5=-5+2\sqrt{7}\Rightarrow\sqrt{3-k}=\sqrt{8-2\sqrt{7}}=\sqrt{7}-1$，

$\therefore a=7$，$b=1$，$a+b=8$.

6.將 $\dfrac{1}{7}$ 化成小數，若小數點以下第 n 位數字記作 a_n，試問：

(1)①$a_1=$ ____________；②$a_2=$ ____________；③$a_{10}=$ ____________ .

(2)$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{40}=$ ____________ .

解答　(1)①1②4③8;(2)177

解析　(1)$\because \dfrac{1}{7}=0.\overline{142857}$，故 $a_1=1$，$a_2=4$，　又 $10=6\times1+4$，$a_{10}=8$.

(2)$\because 40 = 6\times 6+4$，循環 6 次後，再 4 位

$a_1+a_2+a_3+\ \cdots\ +a_{40}=(1+4+2+8+5+7)\times 6+(1+4+2+8)=177$．

7.設 a，b，c 為 1 至 9 的正整數，若 $\dfrac{699}{900}<0.a\overline{bc}<\dfrac{700}{900}$，則$(a,b,c)=$____________．

解答 (7,7,6)

解析 原式$\Rightarrow \dfrac{699}{900}<\dfrac{(100a+10b+c)-a}{990}<\dfrac{700}{900}$，同乘 990

$\Rightarrow 768.9<(100a+10b+c)-a<770$，

$\therefore$整數$(100a+10b+c)-a=769$，取 $a=7$，$b=7$，$c=6$．

8.有一個最簡分數，其分子與分母之和為 70，若將此分數化為小數，並將第二位小數四捨五入得 0.6 一數，則此分數為____________．

解答 $\dfrac{27}{43}$

解析 設所求為$\dfrac{70-p}{p}$（p 為正整數，$1\le p<70$，且 p, $70-p$ 互質），

第二位小數四捨五入得 0.6，則$0.55\le\dfrac{70-p}{p}<0.65\Rightarrow 0.55p\le 70-p<0.65p$，

左式 $\Rightarrow p\le 45.\cdots$，右式 $\Rightarrow p>42.\cdots$，

$\therefore p=43$、44、45，$\therefore$此分數可能為$\dfrac{27}{43}$或$\dfrac{26}{44}$或$\dfrac{25}{45}$（後二者不合）．

9.已知$\dfrac{a}{b}$是最簡分數，a 與 b 均為一位正整數，b 的倒數等於$\dfrac{b+1}{9a+2}$，則分數$\dfrac{a}{b}=$____________．

解答 $\dfrac{6}{7}$

解析 $\dfrac{1}{b}=\dfrac{b+1}{9a+2}\Rightarrow 9a+2=b(b+1)$ ….(＊)

$\because b\,(b+1)$ 連續兩整數必為偶數$\Rightarrow 9a+2$為偶數即a也為偶數

$\therefore a$正整數可為 2，4(不合)，6，代入(＊)b 可為 4，7，代入(＊)得$\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{4}$(不合)或$\dfrac{6}{7}$．

10.若 a 是一位正整數且$\dfrac{7a621}{84}$是有限小數，則 $a=$____________．

解答 5

解析 $\dfrac{7a621}{84}=\dfrac{7a621}{2^2\cdot 3\cdot 7}$為有限小數，則 $3|7a621$ 且 $7|7a621$

$\Rightarrow 16+a=3k$，$k\in\mathbb{Z}\Rightarrow a=2$，5，8（2，8 不合，$\because 7|7a621$），$\therefore a=5$．

11.a 為一個二位正整數，若$\dfrac{105}{a}$為有限小數，則 a 的最大值為____________．

解答 96

解析 $\dfrac{105}{a}$為有限小數，又 $105=3\times 5\times 7$，

$\therefore a=99=3^2\times 11$（╳），$a=98=2\times 7^2$（╳），$a=97=1\times 97$（╳），
$a=96=2^5\times 3^1$（✓），取 $a=96$．

12.設 x 與 y 都是有理數，且 $\sqrt{3}(x+\sqrt{3})+y(1-3\sqrt{3})=0$，則 $x+y=$______．

解答 -12

解析 $\sqrt{3}x+3+y-3\sqrt{3}y=0\Rightarrow(3+y)+\sqrt{3}(x-3y)=0$，$\because x$，$y$ 為有理數

$\therefore\begin{cases}3+y=0\\x-3y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-9\\y=-3\end{cases}$，故 $x+y=-12$．

13.將下列各數化成最簡根式：

(1) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{80}=$______．　(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=$______．

解答 (1) $8\sqrt{5}$;(2) $\dfrac{8\sqrt{15}}{15}$

解析 (1) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{80}=\sqrt{5}+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$．(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{5+3}{\sqrt{15}}=\dfrac{8}{\sqrt{15}}=\dfrac{8\sqrt{15}}{15}$．

14.化簡下列各式：(1) $\sqrt{27}-\sqrt{243}=$______．　(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$______．

解答 (1) $-6\sqrt{3}$;(2)3

解析 (1) $\sqrt{27}-\sqrt{243}=3\sqrt{3}-\sqrt{3^5}=3\sqrt{3}-3^2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-9\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$．

(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2=5-2=3$．

15.化簡 $5\sqrt{18}-7\sqrt{8}+4\sqrt{20}-2\sqrt{45}=$______．

解答 $\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

解析 原式 $=15\sqrt{2}-14\sqrt{2}+8\sqrt{5}-6\sqrt{5}=\sqrt{2}+2\sqrt{5}$．

16. $a=\sqrt{7}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{6}+\sqrt{3}$，$c=2+\sqrt{5}$，比較 a，b，c 大小______．

解答 $c>b>a$

解析 $a^2=9+2\sqrt{14}$，$b^2=9+2\sqrt{18}$，$c^2=9+2\sqrt{20}$，

$\because 20>18>14$，$\therefore c^2>b^2>a^2$，$\therefore c>b>a$　（$\because a$，b，c 均正）．

17.化簡 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+2\sqrt{10-4\sqrt{6}}=$______．

解答 -9

解析 原式 $=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{-1}+2\sqrt{10-2\sqrt{4\times 6}}=(-5-2\sqrt{6})+2(\sqrt{6}-\sqrt{4})$

$=-5-2\sqrt{6}+2\sqrt{6}-4=-9$．

18.化簡 $\dfrac{12}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}=$______．（分母不可含方根）

解答 $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}$

解析 $\frac{12}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{12(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-5}=\frac{12(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{2\sqrt{6}}$

$=\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}$.

19. $a=\sqrt{23}-\sqrt{17}$，$b=\sqrt{17}-\sqrt{11}$，$c=\sqrt{16-2\sqrt{55}}$，則 a、b、c 之大小順序為____________ .

解答 $a<b<c$

解析 $a=\sqrt{23}-\sqrt{17}$，$b=\sqrt{17}-\sqrt{11}$，$c=\sqrt{11}-\sqrt{5}$

$\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{\sqrt{23}+\sqrt{17}}{6}$，$\frac{1}{b}=\frac{\sqrt{17}+\sqrt{11}}{6}$，$\frac{1}{c}=\frac{\sqrt{11}+\sqrt{5}}{6}\Rightarrow\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>\frac{1}{c}>0$ $\quad\therefore a<b<c$.

20.(1)設 $P=\sqrt{10+\sqrt{37}}$，試問最接近 P 的整數為____________ .

(2)已知 k 為正整數，且滿足 $\frac{k}{11}<\sqrt{5}<\frac{k+1}{11}$，試問 k 值為____________ .

解答 (1)4;(2)24

解析 (1) $P=\sqrt{10+\sqrt{37}}\approx\sqrt{10+\sqrt{36}}=\sqrt{10+6}=4$.

(2) $\frac{k}{11}<\sqrt{5}<\frac{k+1}{11}\Rightarrow k<11\sqrt{5}<k+1\Rightarrow k^2<605<(k+1)^2\Rightarrow k=24$.

21.已知 k 為正整數，且滿足 $\frac{k}{11}<\sqrt{5}<\frac{k+1}{11}$，則 $k=$____________ .

解答 24

解析 $\frac{k}{11}<\sqrt{5}<\frac{k+1}{11}\Rightarrow k^2<5\times121$ 且 $(k+1)^2>5\times121\Rightarrow k^2<605$，$(k+1)^2>605$. $k=24$.

22.設 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=a+b$，其中 a 是整數，$0\le b<1$，則 $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{2-b}=$____________ .

解答 $\frac{6}{7}$

解析 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=\sqrt{11+2\sqrt{18}}=\sqrt{9}+\sqrt{2}=3+\sqrt{2}=4.\cdots\cdots$，$a=4$，$b=(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1$，

則 $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{2-b}=\frac{1}{3+\sqrt{2}}+\frac{1}{3-\sqrt{2}}=\frac{6}{7}$.

23. $\frac{(1+\frac{9}{2})(1+\frac{9}{3})\cdots(1+\frac{9}{9})}{(1+\frac{11}{2})(1+\frac{11}{3})\cdots(1+\frac{11}{11})}=$____________ .

解答 $\frac{11}{133}$

解析 $\dfrac{(1+\frac{9}{2})(1+\frac{9}{3})\cdots(1+\frac{9}{9})}{(1+\frac{11}{2})(1+\frac{11}{3})\cdots(1+\frac{11}{11})}=\dfrac{\frac{11}{2}\times\frac{12}{3}\cdots\frac{18}{9}}{\frac{13}{2}\times\frac{14}{3}\cdots\frac{22}{11}}=\dfrac{11\times12}{\frac{19\times20\times21\times22}{10\times11}}=\dfrac{11\times12}{19\times2\times21\times2}=\dfrac{11}{133}$.