

第 15 回 解答

一、多重選擇題

1. (1)(3) 2. (2)(4) 3. (1)(4)(5)

二、填充題

1. 9 2. $\frac{31}{2}$ 3. $-7 \leq f(3) \leq 1$ 4. $(3, \sqrt{3})$ 5. 12900

《解析》

一、多重選擇題

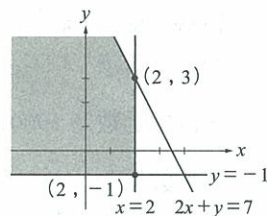
1. (1) 目標函數必為線性函數，才可稱為線性規劃問題
 (2) F 無界時，目標函數也可能有最佳解
 (3) 為真
 (4)(5) 當所求目標函數所表示的直線平移後，會與 F 的邊界重合時，最佳解不唯一，而且未必只發生在頂點處

故選(1)(3)

2. 畫出可行解區域，並標出頂點，如右圖所示

- (1) 可行解區域是無界，無法求面積
 (2) 當 $(x, y) = (2, -1)$ 時， $x - y$ 有最大值 3
 (3) $x - y$ 的最小值不存在
 (4) 當 $(x, y) = (2, 3)$ 時， $3x + y$ 有最大值 9
 (5) $3x + y$ 的最小值不存在

故選(2)(4)



3. (1) 依題意得 $\begin{cases} 2a+9b=-3 \\ 8a+6b=18 \end{cases}$ ，解聯立得 $(a, b) = (3, -1)$

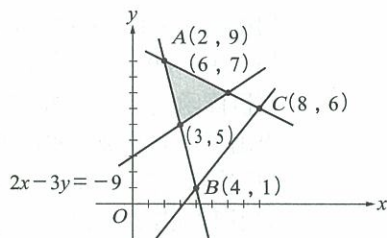
- (2) 分別求出 $\overrightarrow{AB}: 4x+y=17$ ， $\overrightarrow{BC}: 5x-4y=16$ ，
 $\overrightarrow{CA}: x+2y=20$

由 $\begin{cases} 4x+y=17 \\ 2x-3y=-9 \end{cases}$ 得交點 $(3, 5)$ ；

$\begin{cases} x+2y=20 \\ 2x-3y=-9 \end{cases}$ 得交點 $(6, 7)$

畫出新的可行解區域，如右圖所示，為三角形區域

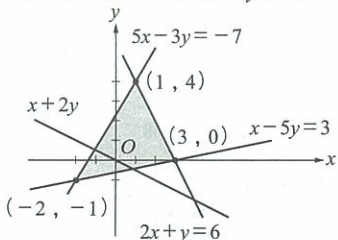
- (3) 由(2)知 $(0, 3)$ 不是頂點
 (4)(5) 由右圖看出 $3x - y$ 在 $(2, 9)$ 有最小值 -3 ，在 $(6, 7)$ 有最大值 11
 故選(1)(4)(5)



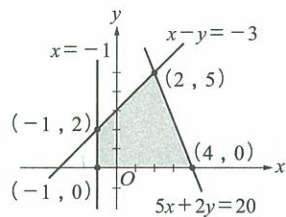
二、填充題

1. 畫出可行解區域，並標出頂點，如下圖(-)所示

由下圖(-)得出當 $(x, y) = (1, 4)$ 時， $x + 2y$ 有最大值 9



圖(-)



圖(二)

2. 畫出可行解區域，並標出頂點，如上圖(二)所示

\therefore 可行解區域的面積為 $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(20+4) - (-5-2)| = \frac{31}{2}$

3. 設 $f(x) = ax + b$

$\therefore -2 \leq a + b \leq 1, 1 \leq -a + b \leq 3$

以 a, b 為兩軸，畫出可行解區域，並標出頂點，如右圖所示

由圖得出目標函數 $f(3) = 3a + b$

在 $(a, b) = (0, 1)$ 時，有最大值為 $3 \cdot 0 + 1 = 1$

而在 $(a, b) = (-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ 時，有最小值為 $3 \cdot (-\frac{5}{2}) + \frac{1}{2} = -7$

故 $-7 \leq f(3) \leq 1$

4. 如右圖，

直線 BC 的斜率 $-\sqrt{3}$ ，

而目標函數的斜率 -3

故由圖得出 $3x + y$ 在點 $B(3, \sqrt{3})$ 時有最大值

5. 設大車運送 x 趟，小車運送 y 趟，則有：

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 15x + 8y \geq 100 \end{cases}, \text{畫出可行解區域}$$

如右圖所示

而目標函數為 $1900x + 1000y$ ，取最靠近最佳解 $(0, \frac{25}{2})$

的整數點 $(1, 11)$ 或 $(0, 13)$ ，

可得最少運費為 $1900 + 11 \times 1000 = 12900$ (元)

三、計算題

1. (1)(2) 設甲廠開工 x 天，乙廠開工 y 天，

限制條件為

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 1000x + 3000y \geq 15000 \Rightarrow x + 3y \geq 15 \\ 1600x + 800y \geq 12000 \Rightarrow 2x + y \geq 15 \end{cases}$$

而目標函數為 $4x + 5y$ 萬元

畫出可行解區域，並標出頂點，如右圖所示

由圖得出當 $(x, y) = (6, 3)$ 時， $4x + 5y$ 有最小值 39

故甲工廠開工 6 天，乙工廠開工 3 天，有最低成本支出 39 萬元

2. (1)(2) 設甲款車買 x 輛，乙款車買 y 輛，

限制條件為

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \text{ 且 } x, y \text{ 為整數} \\ 200x + 400y \leq 5000 \Rightarrow x + 2y \leq 25 \\ 5000x + 2000y \leq 68000 \Rightarrow 5x + 2y \leq 68 \end{cases}$$

而目標函數為 $30x + 40y$

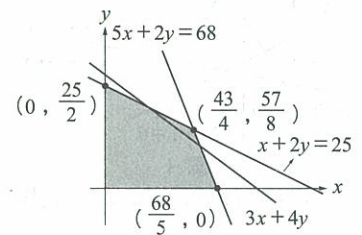
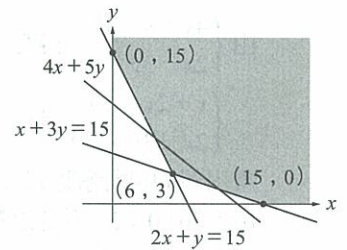
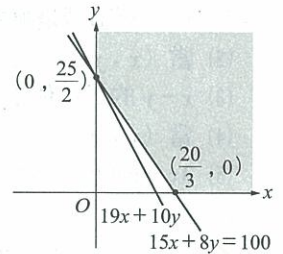
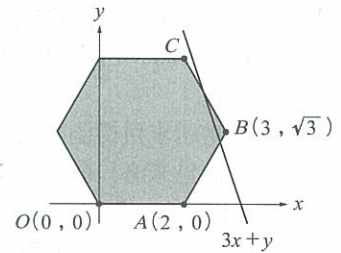
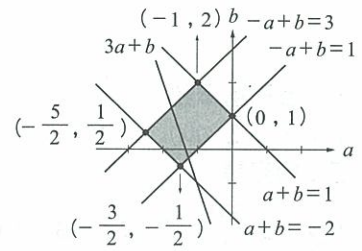
畫出可行解區域，並標出頂點，如右圖所示

但 x, y 須為整數

\therefore 最佳解 $(\frac{43}{4}, \frac{57}{8})$ 附近的格子點之目標函數值：

$(9, 8)$	$(10, 7)$	$(11, 6)$	$(12, 4)$
590	580	570	520

故當 $(m, n) = (9, 8)$ 時，有最大載客量 590 人



請沿虛線剪下