高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：101.03.15					
範圍	1-1 函數	班級	三年 班	姓名	
		座號			

一、單選題 （ 每題 5 分 ）

（ ）1.設 $f(x)=3x+1$， $g(x)=3x^2+3$，若 $h(f(x))=g(x+1)$，則 $h(x)=$

(1) $3x^2+3x+1$ (2) $\frac{1}{3}(x^2+4x+13)$ (3) $\frac{1}{3}(x^2-4x+6)$

(4) x^2+3x+3 (5) x^2+3 .

解答 2

解析 $\because h(f(x))=g(x+1)$，$\therefore h(3x+1)=3(x+1)^2+3$，

設 $t=3x+1 \Rightarrow x=\frac{1}{3}(t-1)=\frac{t}{3}-\frac{1}{3}$，

$h(t)=3\left(\frac{1}{3}t-\frac{1}{3}+1\right)^2+3=3\left(\frac{1}{9}t^2+\frac{4}{9}t+\frac{4}{9}\right)+3=\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+\frac{13}{3}=\frac{1}{3}(t^2+4t+13)$，

即 $h(x)=\frac{1}{3}(x^2+4x+13)$.

（ ）2.若定義域為 $A=\{x|1\le x\le 7\}$ 的函數 f 定義如下： $f(x)=\begin{cases}[x],1\le x<4\\-x+3,4\le x\le 7\end{cases}$

（$[x]$表不大於 x 的最大整數），則 $f\left(\frac{5}{2}\right)+f(4)$ 之值為

(1)0 (2)1 (3)2 (4)3 (5)4 .

解答 2

解析 $f\left(\frac{5}{2}\right)+f(4)=\left[\frac{5}{2}\right]+(-4+3)=2-1=1$.

（ ）3.設函數 $f(x)=\begin{cases}x^2+3,0\le x<2\\9-x,2\le x\le 6\end{cases}$，且對於任意實數 x，恆有 $f(x+6)=f(x)$，則

$f(4)+f(f(13))=$ (1)10 (2)8 (3)6 (4)4 (5)2 .

解答 1

解析 $f(4)=9-4=5$，

$f(f(13))=f(f(7+6))=f(f(7))=f(f(1+6))=f(f(1))=f(4)=5$，

$\therefore f(4)+f(f(13))=10$.

（ ）4.若 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 且 $f\left(\frac{x+3}{2x-1}\right)=5x+4$，則 $f(3)=$ (1)2 (2)4 (3)6 (4)8 (5)10 .

解答 5

解析 若 $\frac{x+3}{2x-1}=3 \Rightarrow x=\frac{6}{5}$，則 $f(3)=5\times\frac{6}{5}+4=10$.

（ ）5.若 $f(x)=3x^2+2x-5$ 且 $g(x+2)=f(x-3)$，則 $g(3)=$

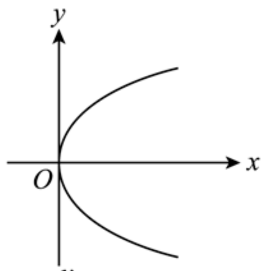
(1)1 (2) -2 (3)12 (4)8 (5)3 .

解答 5

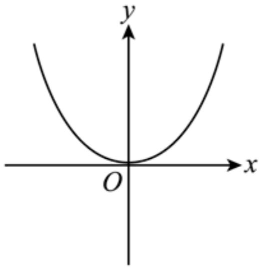
解析 $g(3)=g(1+2)=f(1-3)=f(-2)=12-4-5=3$.

（ ）6.下列的圖形，何者是 y 為 x 的函數圖形?

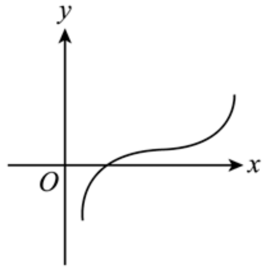
(A)



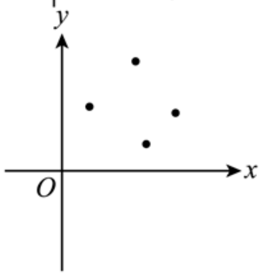
(B)



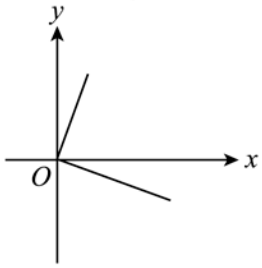
(C)



(D)



(E)



(1)ABC (2)ACD (3)BCD (4)BDE (5)BCDE．

解答 3

解析 作垂直 x 軸的鉛直線，若與圖形只有一個交點，則爲函數圖形．

(　　　)7.若 $f: x \to \dfrac{1}{x+1}$，則 $f\left(f\left(x\right)\right)=$ (1) $x+1$ (2) $\dfrac{x}{x+1}$ (3) $\dfrac{x+2}{2x+3}$ (4) $\dfrac{x-1}{2x+1}$ (5) $\dfrac{x+1}{x+2}$ ．

解答 5

解析 $\because f\left(x\right)=\dfrac{1}{x+1}$，$\therefore f\left(f\left(x\right)\right)=f\left(\dfrac{1}{x+1}\right)=\dfrac{1}{\dfrac{1}{x+1}+1}=\dfrac{x+1}{x+2}$ ．

二、多選題 (每題 10 分)

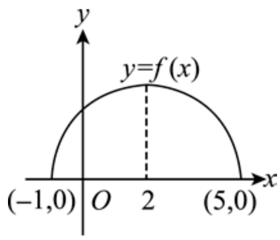
(　　　)1.關於函數 $f\left(x\right)=\sqrt{-x^2+4x+5}$，下列敘述何者正確？

(1) $f\left(x\right)$ 之定義域爲 $\left\{x \mid -1 \le x \le 5,\ x \in \mathbb{R}\right\}$

(2) $f\left(x\right)$ 之定義域爲 $\left\{x \middle| x \ge 5 \text{或} x \le -1, x \in \mathbb{R}\right\}$

(3) $f\left(1\right)=f\left(3\right)$ (4) $f\left(x\right)$ 之值域爲 $\left\{f\left(x\right) \middle| f\left(x\right) \ge 0\right\}$

(5)對所有 $a \in$ 定義域，$f\left(a\right) \le f\left(2\right)$ ．



解答 135

解析 $f\left(x\right)$ 之定義域：$-x^2+4x+5 \ge 0$

$\Rightarrow x^2-4x-5 \le 0 \Rightarrow \left(x-5\right)\left(x+1\right) \le 0 \Rightarrow -1 \le x \le 5$，即 $\left\{x \middle| -1 \le x \le 5\right\}$，

$f\left(x\right)=\sqrt{-\left(x-2\right)^2+9}$，$f\left(x\right)$ 之值域：$\left\{f\left(x\right) \middle| 0 \le f\left(x\right) \le 3\right\}$，

(1)○ (2)╳ (3)○：$f\left(1\right)=\sqrt{8}$，$f\left(3\right)=\sqrt{8}$ ． (4)╳ (5)○．

(　　　)2.設 $A=\left\{1,2,3,4\right\}$，兩函數 f 、g ：$A \to A$，分別定義爲 $f\left(1\right)=2$，$f\left(2\right)=3$，$f\left(3\right)=4$，$f\left(4\right)=1$；$g\left(1\right)=2$，$g\left(2\right)=1$，$g\left(3\right)=4$，$g\left(4\right)=3$，則下列敘述何者正確？

(1) $g\left(f\left(1\right)\right)=1$ (2) $f\left(g\left(1\right)\right)=1$ (3) $f\left(f\left(3\right)\right)=3$ (4) $g\left(g\left(3\right)\right)=3$ (5) $g\left(f\left(4\right)\right)=4$ ．

解答 14

解析 (1)○：$g\left(f\left(1\right)\right)=g\left(2\right)=1$ ． (2)╳：$f\left(g\left(1\right)\right)=f\left(2\right)=3$ ． (3)╳：$f\left(f\left(3\right)\right)=f\left(4\right)=1$ ．

(4)○：$g\left(g\left(3\right)\right)=g\left(4\right)=3$ ． (5)╳：$g\left(f\left(4\right)\right)=g\left(1\right)=2$ ．

(　　　)3.若 $f(x)=\begin{cases} x^2-1, 當x\le 0 \\ 5x+3, 當0<x<5 \\ x^2+x+10, 當x\ge 5 \end{cases}$，則下列敘述何者正確？

(1) $f(0)=3$　(2) $f(7)=66$　(3) $f(x)=8 \Rightarrow x=1$　(4) $f(-1)=0$　(5) $f(5)=28$.

解答　24

解析　(1)╳： $f(0)=0^2-1=-1$.　(2)○： $f(7)=7^2+7+10=66$.

(3)╳：(a) $x^2-1=8 \Rightarrow x=\pm 3$（正不合），(b) $5x+3=8 \Rightarrow x=1$，(c) $x^2+x+10=8 \Rightarrow x$無實解，

$\therefore f(x)=8 \Rightarrow x=1$或$-3$.

(4)○： $f(-1)=(-1)^2-1=0$.　(5)╳： $f(5)=5^2+5+10=40$.

三、填充題　(每題 10 分)

1.若 $f(x)=\dfrac{x-3}{(x-1)(x+2)}$，則 f 之定義域爲__________ .

解答　$\{x|x\in\mathbb{R}且x\ne 1,-2\}$

解析　∵分母不可爲 0，$\therefore (x-1)(x+2)\ne 0 \Rightarrow x\ne 1$， -2，故定義域爲$\{x|x\in\mathbb{R}且x\ne 1,-2\}$.

2.二次函數 $f(x)=x^2+ax+b$，其中a、b是兩實數，若 $f(1)=3$且 $f(f(1))=5$，則數對$(a,b)=$__________ .

解答　$(-3,5)$

解析　$f(1)=3\Rightarrow a+b=2$， $f(f(1))=f(3)=9+3a+b=5\Rightarrow 3a+b=-4$，得$(a,b)=(-3,5)$.

3.若 $f:\mathbb{N}\to\mathbb{C}$， $f(n)=i^n+\dfrac{1}{i^n}$，則函數 f 的值域爲__________ .

解答　$\{0,-2,2\}$

解析　$f(1)=i+\dfrac{1}{i}=i-i=0$， $f(2)=i^2+\dfrac{1}{i^2}=-1-1=-2$， $f(3)=i^3+\dfrac{1}{i^3}=-i-\dfrac{1}{i}=-i+i=0$，

$f(4)=i^4+\dfrac{1}{i^4}=1+1=2$， $f(5)=i^5+\dfrac{1}{i^5}=i+\dfrac{1}{i}=f(1)$， $\therefore f$ 的值域爲$\{0,-2,2\}$.

4.設 f、g、h、k 皆爲$\mathbb{R}$映至$\mathbb{R}$之函數且 $f(x)=2x-3$，$g(x)=3x+2$， $f(h(x))=g(x)$，$k(g(x))=f(x)$，

則(1) $h(x)=$__________，　(2) $k(x)=$__________ .

解答　(1)$\dfrac{3x+5}{2}$;(2)$\dfrac{2}{3}x-\dfrac{13}{3}$

解析　(1) $g(x)=f(h(x))=2\times h(x)-3=3x+2\Rightarrow h(x)=\dfrac{3x+5}{2}$.

(2) $f(x)=k(g(x))=k(3x+2)=2x-3$，$\therefore k(x)=2\times\dfrac{x-2}{3}-3=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{13}{3}$.

5.設$\mathbb{Z}$爲所有整數集合，函數 $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$，且滿足下列條件：① $f(x+3)=f(x)$；② $f(x)=3x-1$，當

$0\le x<3$，求(1) $f(-1)=$__________，(2) $f(100)=$__________，(3) $f(-200)=$__________ .

解答　(1)5;(2)2;(3)2

解析　(1) $f(-1)=f(-1+3)=f(2)=3\times 2-1=5$.

(2) $f(100)=f(1)=3\times 1-1=2$.　(3) $f(-200)=f(1)=2$.

6.若 $x\in\mathbb{N}$，$f(x)$表$\sqrt{x}$的整數部分，$g(x)$表$\sqrt{x}$的小數部分，則$6[f(2)+f(50)]+8[g(8)+g(18)]=$____ .

解答　$40\sqrt{2}$

解析　$f(x)$表示$\sqrt{x}$的整數部分， $g(x)$表$\sqrt{x}$的小數部分，

$f(2)=1$， $f(50)=7$， $g(8)=\sqrt{8}-2$， $g(18)=\sqrt{18}-4$，

$\therefore 6[f(2)+f(50)]+8[g(8)+g(18)]=6\times 8+8\times(2\sqrt{2}-2+3\sqrt{2}-4)=40\sqrt{2}$.

7.設 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$， $f(x)=3x+5$，當 $f(3x+5)=32$時， $x=$____________ .

解答 $\dfrac{4}{3}$

解析 $f(3x+5)=3(3x+5)+5=9x+20=32\Rightarrow x=\dfrac{4}{3}$.

8.設 $f(x)=x^2+1$， $g(x)=x-1$，求(1) $f(g(x))=$____________，(2) $g(f(x))=$____________ .

解答 (1) x^2-2x+2； (2) x^2

解析 (1) $f(g(x))=f(x-1)=(x-1)^2+1=x^2-2x+2$. (2) $g(f(x))=g(x^2+1)=(x^2+1)-1=x^2$.

9.若函數 $f(x)=\sqrt{\dfrac{2-x}{5+x}}$之值為實數，則

(1)變數 x 的最大範圍為____________，(2) $f(1)+f(-4)$之值為____________ .

解答 (1) $-5<x\le 2$;(2) $\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$

解析 (1)$\because$ $f(x)=\sqrt{\dfrac{2-x}{5+x}}\in\mathbb{R}$，

$\therefore \dfrac{2-x}{5+x}\ge 0\Rightarrow(2-x)(5+x)\ge 0\Rightarrow(x-2)(x+5)\le 0\Rightarrow -5\le x\le 2$，且分母不可為 0，

$\therefore -5<x\le 2$.

(2) $f(1)+f(-4)=\sqrt{\dfrac{1}{6}}+\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}+\sqrt{6}=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$.

10.若 $f(x)=\begin{cases}2x+5,\text{當}x>9\\ x^2-|x|,\text{當}-9\le x\le 9\\ x-4,\text{當}x<-9\end{cases}$，則(1) $f(4)+f(-5)=$____________，(2) $f(f(5))=$____________ .

解答 (1)32;(2)45

解析 (1) $f(4)=4^2-|4|=12$， $f(-5)=(-5)^2-|-5|=20$， $\therefore f(4)+f(-5)=32$.

(2) $f(5)=5^2-5=20$， $\therefore f(f(5))=f(20)=2\times 20+5=45$.

11.若函數 $f(x)=x^2-2x+3$， $x\in\mathbb{R}$，則 $f(x)$的值域為____________ .

解答 $\{y|y\ge 2, y\in\mathbb{R}\}$

解析 $f(x)=x^2-2x+3=(x-1)^2+2\ge 2$， $x\in\mathbb{R}$，$\therefore$值域：$\{y|y\ge 2, y\in\mathbb{R}\}$.

12.若 $f(x)=x^2+2x+4$， $g(2x+1)=f(x+4)$，則(1) $g(x)=$____________，(2) $g(7)=$____________ .

解答 (1) $\dfrac{1}{4}(x^2+18x+93)$;(2)67

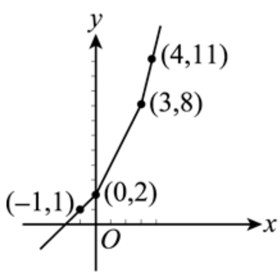
解析 (1) $g(2x+1)=f(x+4)=(x+4)^2+2(x+4)+4=x^2+10x+28$，

設 $t=2x+1\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}(t-1)=\dfrac{t}{2}-\dfrac{1}{2}$，

$g(t)=\left(\dfrac{t}{2}-\dfrac{1}{2}\right)^2+10\times\dfrac{1}{2}(t-1)+28=\dfrac{t^2}{4}+\dfrac{9}{2}t+\dfrac{93}{4}=\dfrac{1}{4}(t^2+18t+93)$，即 $g(x)=\dfrac{1}{4}(x^2+18x+93)$.

(2) $g(7)=\dfrac{1}{4}(7^2+18\times 7+93)=67$.

14.設 $f(x)=\begin{cases}3x-1, x>3\\ 2x+a, 0<x\le 3\\ x+b, x\le 0\end{cases}$，



(1)若 $y=f(x)$的圖形為一連續的折線，則 ① $a=$____________，② $b=$

__________，

(2)將 $f(x)$ 以一式子表示爲__________________．

解答 (1)①2②2; (2) $f(x)=2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}|x-3|+\frac{1}{2}|x|$

解析 (1)如圖，① $x=3$時，$9-1=6+a\Rightarrow a=2$．　② $x=0$時，$2\times 0+a=0+b\Rightarrow b=2$．

(2)令 $y=f(x)=cx+d+e|x-3|+r|x|$

過 $(-1,1)\Rightarrow 1=-c+d+4e+r\cdots\cdots$①

$(0,2)\Rightarrow 2=d+3e\cdots\cdots$②

$(3,8)\Rightarrow 8=3c+d+3r\cdots\cdots$③

$(4,11)\Rightarrow 11=4c+d+e+4r\cdots\cdots$④

解①②③④得 $c=2$，$d=\frac{1}{2}$，$e=\frac{1}{2}$，$r=\frac{1}{2}$，　$\therefore f(x)=2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}|x-3|+\frac{1}{2}|x|$．

15.若 $f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)=5x+3$，則 $f(x)=$__________．

解答 $\frac{8x-1}{x-2}$

解析 設 $t=\frac{2x+1}{x-1}\Rightarrow tx-t=2x+1\Rightarrow x=\frac{t+1}{t-2}$，$f(t)=5\left(\frac{t+1}{t-2}\right)+3=\frac{5t+5+3t-6}{t-2}=\frac{8t-1}{t-2}$，

即 $f(x)=\frac{8x-1}{x-2}$．

16.設 $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+1}$，求函數 f 的值域爲__________．

解答 $\left\{y\middle|\frac{3-\sqrt{13}}{2}\le y\le\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$

解析 設 $\frac{2x+3}{x^2+1}=y\Rightarrow yx^2-2x+(y-3)=0$，$\because x\in\mathbb{R}$，$\therefore D\ge 0$　　$D=(-2)^2-4\cdot y(y-3)\ge 0$

$\Rightarrow 4-4y(y-3)\ge 0\Rightarrow 1-y^2+3y\ge 0\Rightarrow y^2-3y-1\le 0\Rightarrow\frac{3-\sqrt{13}}{2}\le y\le\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

$\therefore f$ 的值域爲 $\left\{y\middle|\frac{3-\sqrt{13}}{2}\le y\le\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$．

17.設 $g(x)=\frac{1}{\sqrt{5-4x-x^2}}$，求函數 g 的(1)定義域爲__________，(2)值域爲__________．

解答 (1) $\{x|-5<x<1\}$;(2) $\left\{y\middle|y\ge\frac{1}{3}\right\}$

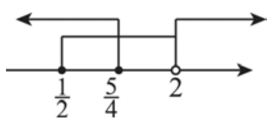
解析 (1)令 $5-4x-x^2>0\Rightarrow(x+5)(x-1)<0\Rightarrow -5<x<1$，$\therefore$函數 g 的定義域爲 $\{x|-5<x<1\}$．

(2) $\because g(x)=\frac{1}{\sqrt{9-(x+2)^2}}\ge\frac{1}{3}$，$\therefore$函數 g 的值域爲 $\left\{y\middle|y\ge\frac{1}{3}\right\}$．

18.設 $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$，$1\le x\le 3$，求函數 f 的值域爲__________．

解答 $\left\{y\middle|\frac{1}{2}\le y\le\frac{5}{4}\right\}$

解析 令 $\frac{2x-1}{x+1}=y\Rightarrow xy+y=2x-1\Rightarrow x=\frac{1+y}{2-y}$，$\because 1\le x\le 3$，$\therefore 1\le\frac{1+y}{2-y}\le 3$



$\Rightarrow \dfrac{2y-1}{2-y} \ge 0$ 且 $\dfrac{4y-5}{2-y} \le 0 \Rightarrow (2y-1)(y-2) \le 0$ 且 $(4y-5)(y-2) \ge 0$ 但 $y \ne 2$，

$\therefore \dfrac{1}{2} \le y \le \dfrac{5}{4}$，即 f 的值域爲 $\left\{ y \middle| \dfrac{1}{2} \le y \le \dfrac{5}{4} \right\}$.

19.若函數 $f(x)$ 滿足 $f(x)-2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x$，則 $f(x)=$____________ .

解答 $-\dfrac{x^2+2}{3x}$

解析 $f(x)-2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x \cdots\cdots$①，以 $\dfrac{1}{x}$ 代 x 得 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)-2f(x)=\dfrac{1}{x} \cdots\cdots$②

①+②×2 得 $-3f(x)=x+\dfrac{2}{x}$，$\therefore f(x)=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3x}=-\dfrac{x^2+2}{3x}$.

20.求函數 $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}$ 的(1)定義域爲____________，(2)值域爲____________ .

解答 (1) $\{x | x \in \mathbb{R}, 但 x \ne -3, 1\}$;(2) $\{y | y \in \mathbb{R}\}$

解析 (1)分母不可爲 0，$\therefore x^2+2x-3 \ne 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) \ne 0 \Rightarrow x \ne -3$ 且 $x \ne 1$，

定義域：$\{x | x \in \mathbb{R}, 但 x \ne -3, 1\}$.

(2)令 $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3} \Rightarrow yx^2+2yx-3y=x^2-3x+2 \Rightarrow (y-1)x^2+(2y+3)x+(-3y-2)=0$，

$\because x \in \mathbb{R}$，$\therefore D=(2y+3)^2-4(y-1)(-3y-2) \ge 0$

$\Rightarrow 16y^2+8y+1 \ge 0 \Rightarrow (4y+1)^2 \ge 0$，$y \in \mathbb{R}$，$\therefore$值域：$\{y | y \in \mathbb{R}\}$.

21.設函數 $f\left(\dfrac{4-3x}{2x+1}\right)=\dfrac{3x-4}{x+2}$，求(1) $f(x)=$____________，(2) $f(3)=$____________ .

解答 (1) $-\dfrac{11x}{3x+10}$;(2) $-\dfrac{33}{19}$

解析 令 $\dfrac{4-3x}{2x+1}=t \Rightarrow x=\dfrac{4-t}{2t+3}$，$\therefore f(t)=\dfrac{3\times\dfrac{4-t}{2t+3}-4}{\dfrac{4-t}{2t+3}+2}=\dfrac{-11t}{3t+10}$，(1) $f(x)=-\dfrac{11x}{3x+10}$.(2) $f(3)=-\dfrac{33}{19}$.

22.設 f 爲定義於 $\mathbb{R}$ 之函數，對任一實數 x 恆有 $f(x)=f(x+5)$ 及 $f(-x)=-f(x)$，已知 $f(3)=5$，求
(1) $f(-33)=$____________，(2) $f(2)=$____________ .

解答 (1) -5;(2) -5

解析 (1) $f(-33)=-f(33)=-f(6\cdot5+3)=-f(3)=-5$.(2) $f(2)=f(-3+5)=f(-3)=-f(3)=-5$.

23.設函數 $f(x)=\begin{cases} 3x+1, 當 0 \le x < 1 \\ x^2-2, 當 1 \le x < 5 \end{cases}$，且 $f(x+5)=f(x)$，則 $f(-4)+f(9)+f(f(0))=$_____ .

解答 12

解析 $f(-4)+f(9)+f(f(0))$

$=f(-4+5)+f(4+5)+f(3\times0+1)=f(1)+f(4)+f(1)=(-1)+14+(-1)=12$.

24.函數 $f(x)$ 滿足 $f(x+3)=f(x)$，$f(-x)=-f(x)$，且 $f(1)=1$，$f(2)=2$，求
$f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(100)=$____________ .

解答 100

解析 $f(-0)=-f(0)$，$\therefore f(0)=0$

$f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+\cdots+f(100)$

$=(0+1+2)+(0+1+2)+\cdots+(0+1+2)+0+1=3\times 33+1=100$.

25.設 $f(x+n)=f(x)+n$，且 $f(1)=0$，求 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(20)=$____________ .

解答 190

解析 $\because f(x+n)=f(x)+n$，$\therefore f(1+n)=f(1)+n \Rightarrow f(1+n)=n$，

令$t=1+n \Rightarrow n=t-1$， $f(t)=t-1$，即 $f(x)=x-1$，

$f(1)+f(2)+\cdots+f(20)=(1-1)+(2-1)+\cdots+(20-1)=0+1+2+\cdots+19=\frac{0+19}{2}\times 20=190$.

26.(1)設 $f(x)=\frac{2x+3}{x+1}$，求反函數 $f^{-1}(x)=$ ____________ .

(2)設 $f(x)=\log_2(x+\sqrt{x^2+1})$，求反函數 $f^{-1}(x)=$ ____________ .

解答 (1)$-\frac{x-3}{x-2}$ ；(2)$\frac{2^x-2^{-x}}{2}$

解析 (1) 設 $y=\frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow yx-2x+(y-3)=0$， $x(y-2)=-(y-3) \Rightarrow x=-\frac{y-3}{y-2}$

即 $y=-\frac{x-3}{x-2}$ $\therefore f^{-1}(x)=-\frac{x-3}{x-2}$.

(2) 設 $y=\log_2(x+\sqrt{x^2+1}) \Rightarrow x+\sqrt{x^2+1}=2^y \Rightarrow x-2^y=\sqrt{x^2+1}$

$(x-2^y)^2=x^2+1 \Rightarrow x^2-2x\cdot 2^y+2^{2y}=x^2+1 \quad \Rightarrow x=\frac{2^{2y}-1}{2\cdot 2^y}=\frac{2^y-2^{-y}}{2}$

即 $y=\frac{2^x-2^{-x}}{2}$ ，反函數 $f^{-1}(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2}$