高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：100.09.29					
範圍	1-2 二項分配、期望值 *a*	班級	三年　班	姓名	
		座號			

一、單一選擇題 (每題5分)

( ) 1. 設隨機變數 X，定義爲 $X=\begin{cases}1，機率是\dfrac{1}{3}\\ 0，機率是\dfrac{2}{3}\end{cases}$，則 X 的標準差爲

(A) $\dfrac{1}{9}$ (B) $\dfrac{2}{9}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (E) $\dfrac{2}{3}$。

答案：D

解析：$E(X)=1\times\dfrac{1}{3}+0\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$

$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2=(1^2\times\dfrac{1}{3}+0^2\times\dfrac{2}{3})-(\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{2}{9}$ $\therefore\sigma=\sqrt{\dfrac{2}{9}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

( ) 2. 投擲一均勻骰子一次，若擲出奇數點，可得 2 元，若擲出偶數點，可得 4 元，若 X 表示投擲一次可得的錢數，則 X 的標準差爲 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5。

答案：A

解析：$E(X)=2\times\dfrac{1}{2}+4\times\dfrac{1}{2}=3$；$\therefore Var(X)=(2^2\times\dfrac{1}{2}+4^2\times\dfrac{1}{2})-3^2=1$，$\therefore\sigma=\sqrt{1}=1$

( ) 3. 已知一個不均勻的銅板，出現正面的機率爲 $\dfrac{2}{3}$，出現反面的機率爲 $\dfrac{1}{3}$，今丟銅板 5 次，則恰出現 3 次正面的機率爲 (A) $\dfrac{8}{27}$ (B) $\dfrac{15}{81}$ (C) $\dfrac{32}{243}$ (D) $\dfrac{51}{243}$ (E) $\dfrac{80}{243}$。

答案：E

解析：$C^5_3(\dfrac{2}{3})^3(\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{80}{243}$

( ) 4. 袋中有 1，2，3 卡片各一張，任取出一張，記下號碼後放回袋中再取出一張，求此兩張數字和的期望值爲 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5。

答案：D

解析：$E(X)=(1+2+3)\times\dfrac{1}{3}=2$ $\therefore E(2X)=2E(X)=4$

( ) 5. 假設 X 爲一個隨機變數，若 $Var(2X+5)=144$，則 $Var(5X+7)=$
(A) 360 (B) 180 (C) 354.5 (D) 900 (E) 720。

答案：D

解析：$Var(2X+5)=2^2\cdot Var(X)=144\Rightarrow Var(X)=36$

$\therefore Var(5X+7)=5^2\cdot Var(X)=25\times36=900$

二、多重選擇題（每題10分 ）

(　　) 1. 考慮兩個隨機變數 X，Y，其取值如下

$$X=\begin{cases}1\text{，機率是}\dfrac{1}{2}\\-1\text{，機率是}\dfrac{1}{2}\end{cases}\text{，}Y=\begin{cases}100\text{，機率是}\dfrac{1}{2}\\-100\text{，機率是}\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

，則下列敘述何者正確？

(A) $E(X)=E(Y)$　(B) $E(X^2)=E(Y^2)$　(C) $Var(X)<Var(Y)$
(D) $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$　(E) $Var(XY)=Var(X)Var(Y)$。

$\boxed{\text{答案}}$：A C D

$\boxed{\text{解析}}$：(A) $E(X)=1\times\frac{1}{2}+(-1)\times\frac{1}{2}=0$，$E(Y)=100\times\frac{1}{2}+(-100)\times\frac{1}{2}=0$

(B) $E(X^2)=1\times(\frac{1}{2})+(-1)^2\times\frac{1}{2}=1$，$E(Y^2)=100^2\times(\frac{1}{2})+(-100)^2\times\frac{1}{2}=1000$

(C) $\because Y$ 的取值較爲分散，$\therefore Var(Y)>Var(X)$

(D)對任何隨機變數 X，Y，恆有 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$

(E) $Var(XY)\neq Var(X)Var(Y)$

(　　) 2. 已知一個不均勻的銅板，出現正面的機率爲 $\frac{2}{3}$，出現反面的機率爲 $\frac{1}{3}$，今丟銅板 5 次，若 X 表示出現正面的次數，則下列敘述何者正確？　(A) $X=3$ 的機率爲 $\frac{8}{243}$
(B) $X=2$ 的機率爲 $\frac{40}{243}$　(C) X 的期望值爲 $\frac{10}{3}$　(D) X 的變異數爲 $\frac{10}{9}$
(E) X 的標準差爲 $\frac{10}{3}$。

$\boxed{\text{答案}}$：B C D

$\boxed{\text{解析}}$：(A) $C^5_3(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})^2=\frac{80}{243}$

(B) $C^5_2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^3=\frac{40}{243}$

(C) $E(X)=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$

(D) $Var(X)=5\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{10}{9}$

(E) $\sigma=\sqrt{Var(X)}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

(　　) 3. 若 X 與 Y 是互爲獨立的隨機變數，且 $Var(X)=5$，$Var(3Y)=27$，則
(A) $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$　(B) $Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$
(C) $Var(3X+2)=17$　(D) $Var(2X+5Y)=95$
(E)若 $E(X)=4$，則 $E(X^2)=16$。

$\boxed{\text{答案}}$：A B D

$\boxed{\text{解析}}$：(A)對任意的隨機變數 X，Y，恆有 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$

(B) $\because X$，Y 是互爲獨立的隨機變數 $\therefore Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$

(C) $Var(3X+2)=3^2\cdot Var(X)=9\times5=45$

(D) $\because Var(3Y)=3^2\cdot Var(Y)=27\Rightarrow Var(Y)=3$

$\therefore Var(2X+5Y)=Var(2X)+Var(5Y)=4\times5+25\times3=95$

(E) $Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2\Rightarrow 5=E(X^2)-16\Rightarrow E(X^2)=21$

三、填充題 (每題 10 分)

1. 調查顯示有40%的大學生曾有打工經驗，現抽取5位大學生，則至少有3位曾有打工經驗的機率為＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{992}{3125}$

解析：此為$n=5$，$p=40\%=\dfrac{2}{5}$的二項分配

因此至少有3位曾有打工經驗的機率為$C^5_3\left(\dfrac{2}{5}\right)^3\left(\dfrac{3}{5}\right)^2+C^5_4\left(\dfrac{2}{5}\right)^4\left(\dfrac{3}{5}\right)+C^5_5\left(\dfrac{2}{5}\right)^5$

$=\dfrac{720}{3125}+\dfrac{240}{3125}+\dfrac{32}{3125}=\dfrac{992}{3125}$

2. 一袋中有寫著20，30，50，80的卡片各一張。自袋中隨機取卡片兩次，一次一張，取後放回，以隨機變數X表示兩次的號碼和，則：

(1)X的期望值為＿＿＿＿＿＿。 (2)X的標準差為＿＿＿＿＿＿。

答案：(1)90；(2)$5\sqrt{42}$

解析：以X_1表示第一次取到的號碼；以X_2表示第二次取到的號碼

則$E(X_1)=E(X_2)=\dfrac{20+30+50+80}{4}=45$

(1)X的期望值$E(X)=E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)=45+45=90$

(2)$Var(X_1)=Var(X_2)=\dfrac{1}{4}(20^2+30^2+50^2+80^2)-45^2=2550-2025=525$

故X的變異數$Var(X)=Var(X_1+X_2)=\mathrm{Var}(X_1)+Var(X_2)=525+525=1050$

$\Rightarrow X$的標準差為$\sqrt{1050}=5\sqrt{42}$

3. 若$E(3X+1)=10$，且$E[(X+2)^2]=100$，試求：(1) $E(X)=$＿＿＿。(2) $Var(3X+2)=$＿＿＿。

答案：(1) 3；(2) 675

解析： (1) $E(3X+1)=3E(X)+1=10$ $\therefore E(X)=3$

(2) $E[(X+2)^2]=E(X^2+4X+4)=100$

$\therefore E(X^2)+4\times3+4=100$ $\therefore E(X^2)=84$

$\therefore Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=84-9=75$

$\therefore Var(3X+2)=3^2\cdot Var(X)=9\times75=675$

4. (1)設X是一隨機變數且$Var(4X-6)=144$，則X的標準差為＿＿＿＿＿＿。

(2)設X是一隨機變數滿足$E(5X^{2)}=200$，且$E(X)=6$，則X的標準差為＿＿＿＿＿＿。

答案：(1)3；(2)2

解析：(1)$\because Var(4X-6)=Var(4X)=16Var(X)=144$，$Var(X)=9$，故$X$的標準差為$\sqrt{9}=3$

(2)$E(5X^2)=5E(X^2)=200\Rightarrow E(X^2)=40$

$\therefore Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2=40-36=4$，故$X$的標準差$\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{4}=2$

5. 連續投擲一公正骰子4次，以隨機變數X表示出現點數爲5的次數，則：
(1)X的期望值爲＿＿＿＿＿。(2)X的變異數爲＿＿＿＿＿。(3)X的標準差爲＿＿＿＿＿。

答案：(1)$\frac{2}{3}$；(2)$\frac{5}{9}$；(3)$\frac{\sqrt{5}}{3}$

解析：此爲參數$(4，\frac{1}{6})$的二項分配

(1)X 的期望值$E(X)=4\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

(2)X 的變異數$Var(X)=4\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

(3)X 的標準差$\sigma=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

6. 假設人的某一特徵(如眼睛的顏色或左撇子)是根據一對基因來分類的，且假設 D 代表顯性因子，而 r 代表隱性因子，則某人有 DD 是純顯性的，有 rr 基因是純隱性的，有 Dr 則是混合性的，而 DD，Dr 均會具有顯性外觀，若孩子從父母各得一個因子，則對某一特徵而言，若兩位都是混合性的父母有 4 個小孩，則 4 個小孩中有 3 個具有顯性基因外觀的機率＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{27}{64}$

解析：

	D	r
D	DD	Dr
r	Dr	rr

故每個孩子具有顯性基因的機率爲$\frac{3}{4}$，其餘爲$\frac{1}{4}$，$\therefore P=C^4_3(\frac{3}{4})^3(\frac{1}{4})=\frac{27}{64}$

7. 在同時擲 2 個骰子的試驗中，把至少有一個出現 6 點的情形叫做成功，則同時擲 2 個骰子 30 次的試驗中，成功次數的期望值爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{55}{6}$

解析：$p=1-(\frac{5}{6})^2=\frac{11}{36}$；$E(X)=np=30\times\frac{11}{36}=\frac{55}{6}$

8. 同時投擲兩粒公正的骰子，以 X 表示出現的點數乘積，則 X 的期望值爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{49}{4}$

解析：以 X_1，X_2 分別表示兩顆骰子的點數則 $E(X_1)=E(X_2)=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=\frac{7}{2}$

$\because X_1$，X_2 爲獨立的隨機變數　，$E(X_1X_2)=E(X_1)\cdot E(X_2)=\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{49}{4}$

9. 若 X 與 Y 爲獨立隨機變數，取值都是 1，2，3 且機率分配分別爲$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，求：

(1) $E(X\cdot Y)=$＿＿＿＿＿＿＿。(2) $Var(3X-2Y)=$＿＿＿＿＿＿＿。

答案：(1) $\frac{25}{9}$；(2) $\frac{65}{9}$

解析：$E(X)=E(Y)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$；

$Var(X)=Var(Y)=(1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6})-(\frac{5}{3})^2=\frac{5}{9}$

(1) $E(X\cdot Y)=E(X)\cdot E(Y)=\frac{25}{9}$

(2)$\because X$，Y 獨立　$\therefore 3X$，$-2Y$ 亦互相獨立

故 $Var(3X-2Y)=Var(3X)+Var(-2Y)=3^2Var(X)+(-2)^2Var(Y)=9\times\frac{5}{9}+4\times\frac{5}{9}=\frac{65}{9}$

10.有 6 題五選一的單選題，不經思考任意亂猜，若 X 表示猜對的題數，則 X 的期望值為＿＿＿＿，標準差為＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{6}{5}$；$\frac{2\sqrt{6}}{5}$

解析：每一題猜對的機率為 $P=\frac{1}{5}$　$\therefore E(X)=6\times\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$

$Var(X)=6\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$　$\therefore \sigma=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

11.袋中有寫著 10，20，30，40 卡片各兩張，自袋中隨機取卡片兩次，一次一張，取後放回，以隨機變數 X 表示兩次號碼和，則 X 的期望值為＿＿＿＿＿＿＿。

答案：50

解析：$E(X)=E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)=(10\times\frac{1}{4}+20\times\frac{1}{4}+30\times\frac{1}{4}+40\times\frac{1}{4})\times 2=50$

12.一袋中有兩紅球、一白球，隨機抽取 2 球，做 4 次實驗，每次抽兩球，求抽到兩球都是紅球的次數期望值為＿＿＿＿＿＿＿次。

答案：$\frac{4}{3}$

解析：抽到 2 紅之機率為 $\frac{C_2^2}{C_2^3}=\frac{1}{3}$

試驗 1 次之期望值 $E(X)=1\times\frac{1}{3}+0\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，故 $E(X+X+X+X)=4E(X)=\frac{4}{3}$

13.袋中有 1 元硬幣兩個、5 元硬幣三個，今由袋中取出兩個(假設每個硬幣被取出的機會相等)，則：(1)兩個硬幣錢數和的期望值為＿＿＿＿＿＿＿。

(2)兩個硬幣錢數和的變異數為＿＿＿＿＿＿＿。

答案：(1) $\frac{34}{5}$；(2) $\frac{144}{25}$

解析：(1)以 X_1 表示第一個硬幣的錢數，X_2 表示第二個硬幣的錢數，X 表示兩個硬幣的錢數和

$E(X_1)=E(X_2)=1\times\frac{2}{5}+5\times\frac{3}{5}=\frac{17}{5}$，$\therefore E(X)=E(X_1)+E(X_2)=2\times\frac{17}{5}=\frac{34}{5}$

(2)$\because X_1$，X_2 不爲獨立的隨機變數　$\therefore Var(X) \neq Var(X_1) + Var(X_2)$

和	2	6	10
P	$\frac{C_2^2}{C_2^5}$	$\frac{C_1^2 C_1^3}{C_2^5}$	$\frac{C_2^3}{C_2^5}$

$\therefore Var(X) = (4\times\frac{1}{10} + 36\times\frac{6}{10} + 100\times\frac{3}{10}) - (\frac{34}{5})^2 = 52 - \frac{1156}{25} = \frac{144}{25}$

14.設 X 是參數爲$(6，\frac{1}{2})$之二項分配的成功次數，若 μ 爲 X 的期望值，σ 爲 X 的標準差，則 $P(\{\mu-\sigma \leqq X \leqq \mu+\sigma\}) =$ ______________。$(\sqrt{6} \approx 2.45)$

答案：$\frac{25}{32}$

解析：$\mu = 6\times\frac{1}{2} = 3$，$\sigma = \sqrt{6\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1.225$

$\therefore$在一個標準差的範圍內 $3-1.225 \leqq X \leqq 3+1.225$

$\Rightarrow 1.775 \leqq X \leqq 4.225$　$(X \in Z)$　$\therefore X = 2，3，4$

$\therefore P(\{X=2，3，4\}) = C_2^6(\frac{1}{2})^6 + C_3^6(\frac{1}{2})^6 \quad C_4^6(\frac{1}{2})^6 = \frac{15+20+15}{64} = \frac{50}{64} = \frac{25}{32}$

15.設 X 表示丟一均勻骰子所出現點數的結果，試求 X 的期望值爲________，變異數爲________，標準差爲______________。

答案：$\frac{7}{2}$；$\frac{35}{12}$；$\sqrt{\frac{35}{12}}$

解析：$E(X) = 1\times\frac{1}{6} + 2\times\frac{1}{6} + 3\times\frac{1}{6} + 4\times\frac{1}{6} + 5\times\frac{1}{6} + 6\times\frac{1}{6} = \frac{7}{2}$

$Var(X) = (1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2)\times\frac{1}{6} - (\frac{7}{2})^2 = \frac{35}{12}$，$\therefore \sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{35}{12}}$

16.全校同學每人擲骰子 36 次。設 X 是每人擲出點數是 6 的次數，則 X 的標準差爲__________。

答案：$\sqrt{5}$

解析：$n=36$，$p=\frac{1}{6}$；$\therefore \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{36\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}} = \sqrt{5}$

17.袋中有紅球4個，黑球6個，球大小一致且被取出的機會均等，連續自袋中取球3次，每次取一球，取出後放回，則：(1)取得紅球次數的期望值爲____。(2)取得紅球次數的標準差爲____。

答案：(1)$\frac{6}{5}$；(2)$\frac{3\sqrt{2}}{5}$

解析：此爲 $n=3$，$p=\frac{2}{5}$的二項分配

(1)取得紅球次數的期望值$E(X) = 3\times\frac{2}{5} = \frac{6}{5}$

(2)取得紅球次數的變異數$Var(X) = 3\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{18}{25}$，故標準差爲$\sqrt{\frac{18}{25}} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$

18.袋中有 5 個紅球、4 個白球，今由其中任取兩球，則取得紅球個數的期望值爲＿＿＿＿＿，標準差爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{10}{9}$；$\frac{5\sqrt{5}}{9}$

解析：

紅球個數	1	2
P	$\frac{C_1^5 C_1^4}{C_2^9}$	$\frac{C_2^5}{C_2^9}$

$\therefore E(X)=1\times\frac{20}{36}+2\times\frac{10}{36}=\frac{10}{9}$，$\therefore \sigma=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{(1^2\times\frac{20}{36}+2^2\times\frac{20}{36})-(\frac{10}{9})^2}=\frac{5\sqrt{5}}{9}$

19.設隨機變數 X 取值爲 $x_i=i$（$i=1，2，3$），機率分別爲 $p_i=\frac{4-x_i}{6}$，試求 X 的期望值爲＿＿＿＿＿，標準差爲＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{5}{3}$；$\frac{\sqrt{5}}{3}$

解析：(1)$X=\begin{cases}1，p_1=\frac{4-1}{6} \quad \frac{1}{2}\\ 2，p_2=\frac{4-2}{6} \quad \frac{1}{3}\\ 3，p_3=\frac{4-3}{6} \quad \frac{1}{6}\end{cases}$，$\therefore E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$

(2) $\sigma=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{(1\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{3}+9\times\frac{1}{6})-(\frac{5}{3})^2}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

20. 某人打靶，平均每四發擊中一發，今射擊六發，問剛好擊中兩發的機率爲＿＿＿＿＿。

答案 $\frac{1215}{4096}$

解析 $C_2^6(\frac{1}{4})^2(\frac{3}{4})^4=\frac{1215}{4096}$

21. 投擲一均勻硬幣六次，則在最後一次恰好擲出第二次正面的機率爲＿＿＿＿＿。

答案 $\frac{5}{64}$

解析 前五次中，恰好出現一次正面，且第六次爲正面 $\therefore$ 所求機率 $=[C_1^5(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})^4]\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{64}$

22. 投擲一均勻的骰子 5 次，在第 4 次出現 2 點的情況下，共出現 3 次 2 點的機率爲＿＿＿＿＿。

答案 $\frac{25}{216}$

解析 設 $A=$ 五次中第四次出現 2 點的事件　$B=$ 五次中共出現 3 次 2 點的事件

則 A 即(□，□，□，2，□)　$\therefore$ $P(A)=\frac{1}{6}$(只考慮第 4 次即可)

$A\cap B$ 即(□，□，□，2，□)——其中□□□□恰有二次 2 點，另二個爲非 2 點，

其機率為$C^4_2(\frac{1}{6})^2\cdot(\frac{5}{6})^2$

$\therefore\ P(A\cap B)=\frac{1}{6}\cdot C^4_2\cdot(\frac{1}{6})^2\cdot(\frac{5}{6})^2=\frac{25}{6^4}$

故所求$=P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{25}{6^4}}{\frac{1}{6}}=\frac{25}{216}$

23. 甲、乙兩人猜拳，各出剪刀、石頭、布三者中之一，求猜拳四次，不分勝負的機率為________。

答案 $\frac{19}{81}$

解析 (四次平手)或(二次平手且各一勝一負)或(各二勝二負)

$(\frac{1}{3})^4\quad+C^4_2(\frac{1}{3})^2C^2_1(\frac{1}{3})^2\quad+C^4_2(\frac{1}{3})^2(\frac{1}{3})^2=\frac{19}{81}$

24. 甲乙兩人打網球比賽，甲平均在三局中獲勝二局，言明五局中勝三局者勝，則甲勝的機率為_____。

答案 $\frac{64}{81}$

解析 甲獲勝的情形有：

(1)賽 3 局，甲連勝 3 局：機率為$(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$

(2)賽 4 局，第 4 局甲勝，前 3 局甲勝 2 局，機率為$C^3_2(\frac{2}{3})^2\times(\frac{1}{3})^2\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$

(3)賽 5 局，第 5 局甲勝，前 4 局甲勝 2 局：$C^4_2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^2\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$

故甲勝的機率為$\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\frac{64}{81}$

25. 同時擲三粒公正的骰子，則恰有兩粒點數相同之機率為____________。

答案 $\frac{5}{12}$

解析

$C^6_1\times C^3_2(\frac{1}{6})^2(\frac{5}{6})=\frac{5}{12}$

選相同的點數，1～6 其中之一

26. 設有一不公正的骰子，其出現k點的機率為$\frac{k}{n}$，$n\in\boldsymbol{N}$，$k=1$，2，3，…，6，則

(1)投此骰子 3 次，則恰有 2 次出現 6 點的機率為____________。(必須化為最簡分數)

(2)每投 1 次，若出現k點，則可得$(100-k)$元，今連投 2 次，試問所得的期望值為_______元。(不足 1 元者，捨去不計)

答案 (1)$\frac{60}{343}$;(2)191

解析 (1)$\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\cdots\cdots+\frac{6}{n}=1$，$n=21$，$\therefore\ \frac{6}{21}=\frac{2}{7}$，$1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

$\therefore$ 恰有二次 6 的機率爲 $C_2^3 \cdot (\frac{2}{7})^2 \cdot (\frac{5}{7}) = \frac{60}{343}$

(2) $\frac{1}{21}(100-1) + \frac{2}{21}(100-2) + \frac{3}{21}(100-3) + \cdots\cdots + \frac{6}{21}(100-6) = \frac{1}{21}[99 + 196 + \cdots\cdots + 564] \fallingdotseq 95.67$

$95.67 \times 2 = 191.3 \fallingdotseq 191$（元）

27. 某一投手平時每投 3 球中有 2 好球，今一打擊者站在打擊區域內始終不揮棒，準備等 4 壞球保送，則此打擊者被三振出局之機率(即 4 壞球前有 3 好球之機率)爲____________。

答案 $\frac{656}{729}$

解析 被三振出局有下列四種情形：○：好球，╳：壞球

(1)○○○：$C_3^3 (\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$

(2)□□□(3 球中恰有 2 個好球) ○○╳：$C_2^3 (\frac{2}{3})^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

(3)□□□□(4 球中恰有 2 個好球) ○○╳╳：$C_2^4 (\frac{2}{3})^2 (\frac{1}{3})^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

(4)□□□□□(5 球中恰有 2 個好球) ○○╳╳╳：$C_2^5 (\frac{2}{3})^2 (\frac{1}{3})^3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{80}{729}$

故所求爲 $\frac{8}{27} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \frac{80}{729} = \frac{656}{729}$

28. 袋中有紅球，白球，藍球各 4 個（共 12 個），今從袋中任取一球，取出後放回，(設各球被取機會均等)，連取 4 次，令 A 表所取 4 球恰有 2 色之事件，B 表所取 4 球恰有 2 白球之事件，則條件機率 $P(A|B) =$____________。

答案 $\frac{1}{2}$

解析 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{C_2^4 \cdot (\frac{4}{12})^2 \cdot (\frac{4}{12})^2 + C_2^4 \cdot (\frac{4}{12})^2 \cdot (\frac{4}{12})^2}{C_2^4 \cdot (\frac{4}{12})^2 \cdot (\frac{8}{12})^2} = \frac{1}{2}$