高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：100.09.22					
範圍	條件機率獨立事件 貝氏定理	班級	三年　　班	姓名	
		座號			

一、單選題: 每題 5 分

(　　) 1. 某校橋藝社由甲、乙、丙三班同學組成，各占 40%、30%、30%。社員中甲班人數的$\frac{1}{4}$、乙班人數的$\frac{1}{5}$及丙班人數的$\frac{1}{3}$也是籃球校隊的隊員。某次橋藝社推選新社長，每人當選的機會均等，則籃球隊員當選的機率為

(A)$\frac{11}{50}$　(B)$\frac{12}{50}$　(C)$\frac{13}{50}$　(D)$\frac{14}{50}$　(E)$\frac{15}{50}$。

解答：C

解析：$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{5}+\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{3}=\frac{13}{50}$

(　　) 2. 一袋中有 60 個燈泡，其中有 8 個是壞的，現在逐個檢查不再放回，則第三次取到不良品的機率為　(A)$\frac{2}{15}$　(B)$\frac{4}{15}$　(C)$\frac{13}{15}$　(D)$\frac{104}{885}$　(E)$\frac{52}{885}$。

解答：A

解析：第三次取到不良品的機率＝(好好壞)＋(好壞壞)＋(壞好壞)＋(壞壞壞)

$$=\frac{52}{60}\cdot\frac{51}{59}\cdot\frac{8}{58}+\frac{52}{60}\cdot\frac{8}{59}\cdot\frac{7}{58}+\frac{8}{60}\cdot\frac{52}{59}\cdot\frac{7}{58}+\frac{8}{60}\cdot\frac{7}{59}\cdot\frac{6}{56}$$

$=\frac{2}{15}=$ 第一次取到不良品的機率(抽獎原理)

(　　) 3. 設 A、B 為兩事件，$P(A)>0$，$P(B)>0$，則下列各式何者錯誤？

(A) $P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$　　(B) $P(B'|A)=1-P(B|A)$

(C) $P(B)=P(A)\cdot P(B|A)+P(A')\cdot P(B|A')$　　(D) $P(B|A)>P(B)$

(E) $P(A|B)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)\cdot P(B|A)+P(A')\cdot P(B|A')}$。

解答：D

解析：當 A、B 為獨立事件，則 $P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(B)\cdot P(A)}{P(A)}=P(B)$

二、多選題: 每題 10 分

(　　) 1. 設 A、B 為獨立事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(A\cup B)=\frac{2}{3}$，則下列何者正確？

(A) $P(B)=\frac{1}{3}$　(B) $P(A|B)=\frac{1}{3}$　(C) $P(A'\cap B)=\frac{1}{3}$　(D) $P(A'|B)=\frac{2}{3}$

(E) $P(B'|A)=\dfrac{2}{3}$。

$\boxed{\text{解答}}$：BCD

$\boxed{\text{解析}}$： $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\dfrac{1}{3}\cdot P(B)$ $\because P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow \dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}+P(B)-\dfrac{1}{3}P(B) \Rightarrow \dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}P(B)$，$P(B)=\dfrac{1}{2}$

(B) $P(A|B)=P(A)=\dfrac{1}{3}$（$\because A$、B 獨立）

(C) A、B 獨立，A'、B 獨立，$P(A'\cap B)=P(A')\cdot P(B)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$

(D) $P(A')=\dfrac{2}{3}$（$\because A'$、B 獨立） (E) $P(B'|A)=P(B')=\dfrac{1}{2}$（$\because A$、$B'$ 獨立）

( ) 2. 袋中有 4 紅球，3 白球，甲乙輪流每次取一球，甲先取，先得紅球者勝，下列敘述何者正確？

(A)若取後不放回，則甲獲勝的機率比乙大

(B)若取後不放回，則乙獲勝的機率比甲大

(C)若取後放回，則甲獲勝的機率比乙大

(D)若取後放回，則乙獲勝的機率比甲大

(E)對這兩種方式而言，取後放回則甲獲勝的機率比取後不放回的機率大。

$\boxed{\text{解答}}$：ACE

$\boxed{\text{解析}}$：(A) P(甲勝)$=\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{2}{6}\cdot\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{35}=0.6\cdots\cdots$

P(乙勝)$=1-\dfrac{24}{35}=\dfrac{11}{35}$

$\therefore P$(甲勝)$>P$(乙勝)

(C) P(甲勝)$=\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{4}{7}+\cdots\cdots=\dfrac{\frac{4}{7}}{1-(\frac{3}{7})^2}=\dfrac{7}{10}$

P(乙勝)$=1-\dfrac{7}{10}=\dfrac{3}{10}$

$\dfrac{7}{10}>\dfrac{3}{10}$ $\therefore$取後放回時，甲勝的機率較大

(E)取後放回，甲勝機率$=\dfrac{7}{10}>\dfrac{24}{35}$

$\therefore$取後放回甲勝機率大於取後不放回之甲勝機率

三、填充題: 每題 10 分

1. 設 A、B 爲兩事件，$P(A)=\dfrac{3}{4}$，$P(B)=\dfrac{1}{3}$，$P(A\cap B)=\dfrac{2}{9}$，則：

(1) $P(A'|B)=$ ________。(2) $P(A'|B')=$ ________。

$\boxed{解答}$：(1)$\frac{1}{3}$　(2)$\frac{5}{24}$

$\boxed{解析}$：(1)$P(A'|B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{1}{9}$，$\therefore P(A'|B)=\frac{P(A'\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$

(2)$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{31}{36}$

$\therefore P(A'|B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)}=\frac{\frac{5}{36}}{\frac{2}{3}}=\frac{5}{24}$

2. 投擲三顆均勻的骰子，則在至少出現一顆4點的條件下，其點數和爲偶數的機率爲________。

$\boxed{解答}$：$\frac{46}{91}$

$\boxed{解析}$：A表示出現一顆4點的事件，B表示三顆均勻的骰子其點數和爲偶數的事件，則

$n(A)=6^3-5^3=91$

$A\cap B$可能情形有(4,4,4)：有1種

(4,4,2)或(4,4,6)：$3\cdot 2=6$種

(4,奇,奇)：$3\cdot 3\cdot 3=27$種

(4,2或6)：$3\cdot 2\cdot 2=12$種

共有$1+6+27+12=46\Rightarrow P(B|A)=\frac{46}{91}$

3. 設甲袋中有三銅幣一銀幣，乙袋中有三銅幣，由甲袋任取一個放入乙袋後，又由乙袋任取一個放入甲袋，則銀幣在甲袋之機率爲__________。

$\boxed{解答}$：$\frac{13}{16}$

$\boxed{解析}$：(銀幣一直都在甲袋+銀幣從甲袋至乙袋再由乙袋至甲袋)$\Rightarrow\frac{3}{4}\cdot 1+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{13}{16}$

4. 某次月考，有25%的同學數學不及格，有15%的同學英文不及格，而有10%的同學兩科不及格，今任選一位同學，試問：

(1)若他英文不及格，則他數學不及格的機率爲__________。

(2)若他數學及格，則他英文不及格的機率爲__________。

$\boxed{解答}$：(1)$\frac{2}{3}$　(2)$\frac{1}{15}$

$\boxed{解析}$：(1)$\frac{10\%}{15\%}=\frac{2}{3}$　(2)$\frac{5\%}{75\%}=\frac{1}{15}$

5. 袋中有4紅球、3白球，甲先乙後輪流取球，每次只取一球，先取到紅球者得勝，則：

(1)若取後不放回，甲得勝的機率爲__________。(2)若取後放回，甲得勝的機率爲_________。

$\boxed{解答}$：(1)$\frac{24}{35}$　(2)$\frac{7}{10}$

$\boxed{解析}$：(1)取後不放回，甲得勝的機率$=\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{24}{35}$

(2)取後放回，甲得勝的機率$=\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{7}+\cdots\cdots=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{1-(\frac{3}{7})^2}=\frac{7}{10}$

6. 10 支籤中有 3 支是有獎的，今有甲、乙、丙三人按甲、乙、丙的順序各抽出一支籤，抽出後不再放回，則三人中至少有一人抽中有獎籤之機率爲__________。

$\boxed{解答}$： $\frac{17}{24}$

$\boxed{解析}$： $1-$全不中$=1-\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}=\frac{17}{24}$

7.10 支籤中，有獎籤 3 支，今依甲、乙之順序抽籤，試求：

(1)甲乙均抽中有獎籤的機率爲__________。

(2)甲沒抽中有獎籤，乙抽中有獎籤的機率爲__________。

(3)在甲沒抽中有獎籤的條件下，乙抽中有獎籤的機率爲__________。

(4)乙抽中有獎籤之機率爲__________。

$\boxed{解答}$：(1)$\frac{1}{15}$ (2)$\frac{7}{30}$ (3)$\frac{1}{3}$ (4)$\frac{3}{10}$

$\boxed{解析}$：(1)$\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$ (2)$\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$ (3)$\dfrac{\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}}{\frac{7}{10}}=\frac{1}{3}$

(4)甲乙均抽中$+$甲沒抽中，乙抽中$=\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$

8.設A、B、C爲樣本空間S的三獨立事件，且$P(A)=\frac{3}{4}$，$P(C\mid B)=\frac{1}{3}$，$P(B\cup C)=\frac{1}{2}$，則$P(A\cup(B\cap C))=$__________。

$\boxed{解答}$： $\frac{37}{48}$

$\boxed{解析}$：因A、B、C爲獨立事件，由已知$P(C\mid B)=\frac{1}{3}$， $P(C)=P(C\mid B)=\frac{1}{3}$，

$P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)$，又$P(B\cup C)=\frac{1}{2}$

$\therefore\quad \frac{1}{2}=P(B)+P(C)-P(B)\cdot P(C)=P(B)+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}P(B)\quad \therefore P(B)=\frac{1}{4}$

又$P[(A\cup(B\cap C)]=P(A)+P(B\cap C)-P[(A\cap(B\cap C)]$

$=P(A)+P(B)\cdot P(C)-P(A\cap B\cap C)$

$=P(A)+P(B)\cdot P(C)-P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{37}{48}$

9.連續擲一公正硬幣 10 次，如果已經知道前面 4 次中出現了偶次（包括零次）正面，那麼全部 10 次中出現 6 次正面之條件機率爲__________。

解答：$\dfrac{53}{256}$

解析：設 A 表 4 次中出現偶數次正面，則 $P(A)=C_0^4(\frac{1}{2})^4+C_2^4(\frac{1}{2})^4+C_4^4(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{2}$

設 B 表 10 次中出現 6 次正面，則

(前四 0 正後六 6 正)+(前四 2 正後六 4 正)+(前四 4 正後六 2 正)

$$P(A\cap B)=C_0^4(\frac{1}{2})^4\cdot(\frac{1}{2})^6+C_2^4(\frac{1}{2})^4\cdot C_4^6(\frac{1}{2})^6+C_4^4(\frac{1}{2})^4\cdot C_2^6(\frac{1}{2})^6=\frac{53}{512}$$

$$P(B\mid A)=\frac{\frac{53}{512}}{\frac{1}{2}}=\frac{53}{256}$$

10.根據過去紀錄得知：某電腦工廠檢驗其產品的過程中，將良品檢驗爲不良品的機率爲 0.20，將不良品檢驗爲良品的機率爲 0.16。又知該產品中，不良品占 5%，良品占 95%。若一件產品被檢驗爲不良品，但該產品實際上爲良品的機率爲__________。

解答：$\dfrac{95}{116}$

解析：所求$=\dfrac{0.95\times0.2}{0.05\times0.84+0.95\times0.2}=\dfrac{95}{116}$

11.某校高一學生占全體 50%、高二學生占全體 30%、高三學生占全體的 20%。若高一學生中有 3% 戴眼鏡、高二學生中有 4% 戴眼鏡、高三學生中有 5% 戴眼鏡。今由全校學生中任選一人，

(1)此人爲戴眼鏡的高一學生之機率爲__________。

(2)若已知此人戴眼鏡，則該生爲高一學生的機率爲__________。

解答：0.015；$\dfrac{15}{37}$

解析：(1) $\dfrac{50}{100}\times\dfrac{3}{100}=0.015$　(2)所求$=\dfrac{\frac{50}{100}\times\frac{3}{100}}{\frac{50}{100}\times\frac{3}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{4}{100}+\frac{20}{100}\times\frac{5}{100}}=\dfrac{15}{37}$

18.投擲一公正骰子三次，則在三次點數和爲 10 的條件下，前兩次其點數和爲 4 的機率爲_____。

解答：$\dfrac{1}{9}$

解析：所求$=\dfrac{\frac{3}{216}}{\frac{27}{216}}=\dfrac{1}{9}$

12.某一螺釘製造工廠有三部機器 A、B、C，其產量依次占總產量的 $\dfrac{1}{2}$、$\dfrac{1}{3}$、$\dfrac{1}{6}$，而其產品的不良率依次爲 2%、3%、6%。今由全部產品中任意抽出一件產品，發現其爲不良品的機率是__________，此不良品產自 A 機器的機率是__________。

$\boxed{\text{解答}}$：　$\dfrac{3}{100}$；$\dfrac{1}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：發現其為不良品的機率是 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{100}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{100}+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{6}{100}=\dfrac{3}{100}$

此不良品產自 A 機器的機率是 $\dfrac{\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{100}}{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{1}{3}$

13.有某種診斷方法，依過去的經驗知道：患癌症的人經過檢驗後發現有癌症的可能性為 0.90，不患有癌症的人經過同樣的檢驗發現有癌症的可能性為 0.05。假設一群人中有 6% 的人患有癌症，現從此群人中任選一人而加以檢驗，求：

(1)檢驗出有癌症的機率為____________

(2)設某人檢驗出有癌症，求此人的確患有癌症的機率為__________。

$\boxed{\text{解答}}$：(1)0.101　(2)$\dfrac{54}{101}$

$\boxed{\text{解析}}$：(1)$P(\text{檢驗有癌症})=0.06\times0.9+0.94\times0.05=0.101$

(2)$P(\text{實際有癌症}\mid\text{檢驗有癌症})=\dfrac{P(\text{實際有癌症}\cap\text{檢驗有癌症})}{P(\text{檢驗有癌症})}=\dfrac{0.06\times0.9}{0.101}=\dfrac{54}{101}$