高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：100.11.03					
範圍	第三回指數、對數(1)	班級	三年 班	姓名	
		座號			

一、填充題（每題10分 ）

1、 試解：$\begin{cases} 2^x+2^y=40 \\ 2^{x+y}=256 \end{cases}$，則序對 $(x,y)=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$(x,y)=(5,3)$ 或 $(3,5)$

解析：$2^{x+y}=256=2^8$,得 $x+y=8$，

$\therefore 2^x+2^y=2^x+2^{8-x}=40$

同乘 2^x 得 $(2^x)^2-40\cdot 2^x+256=0 \Rightarrow (2^x-32)(2^x-8)=0$,

$\therefore 2^x=32,8$,即 $\begin{cases} x=5,3 \\ y=3,5 \end{cases}$，故 $(x,y)=(5,3)$ 或 $(3,5)$.

2、 解方程式 $27\cdot 27^x-27^{\frac{2x}{3}}-729\cdot 27^{\frac{x}{3}}+27=0$ ，則 $x=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$x=-3,\dfrac{3}{2}$

解析：$27\cdot 27^x-27^{\frac{2x}{3}}-729\cdot 27^{\frac{x}{3}}+27=0 \Rightarrow 27\cdot(3^x)^3-(3^x)^2-729\cdot 3^x+27=0$,

設 $t=3^x$ 得 $27t^3-t^2-729t+27=0 \Rightarrow t^2(27t-1)-27(27t-1)=0$

$\Rightarrow (27t-1)(t^2-27)=0,\therefore t=3^x=\dfrac{1}{27},3\sqrt{3}$ ($-3\sqrt{3}$ 不合)　　故 $x=-3,\dfrac{3}{2}$.

3、 若 $2^x+2^{-x}=5$，試求：(1) $4^x+4^{-x}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。；(2) $8^x+8^{-x}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。.

答案：(1)23　　(2)110

解析：(1) $(2^x+2^{-x})^2=25 \Rightarrow (2^x)^2+2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}+(2^{-x})^2=25 \Rightarrow (2^2)^x+2\cdot 1+(2^2)^{-x}=25$,

$\therefore 4^x+4^{-x}=25-2=23$.

(2) $(2^x+2^{-x})^3=125 \Rightarrow (2^x)^3+3\cdot 2^x\cdot 2^{-x}(2^x+2^{-x})+(2^{-x})^3=125$

$\Rightarrow (2^3)^x+3\cdot 1\cdot 5+(2^3)^{-x}=125$,

$\therefore 8^x+8^{-x}=125-15=110$.

4、若 $a^{2x}=\sqrt{2}+1$，試求：(1) $\dfrac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}=$ ＿＿＿＿＿＿＿。；(2) $\dfrac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。.

答案：(1) $2\sqrt{2}-1$　(2) $3+\sqrt{2}$

解析：(1) $\dfrac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}=\dfrac{(a^x)^3+(a^{-x})^3}{a^x+a^{-x}}=\dfrac{(a^x+a^{-x})[(ax)^2-a^xa^{-x}+(a^{-x})^2]}{a^x+a^{-x}}$

$=a^{2x}-1+a^{-2x}=(\sqrt{2}+1)-1+\dfrac{1}{(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}-1$

.(2)原式 $=\dfrac{a^{3x}+\frac{1}{a^{3x}}}{a^x-\frac{1}{a^x}}=\dfrac{a^{6x}+1}{a^{4x}-a^{2x}}=\dfrac{(a^{2x})^3+1}{a^{2x}(a^{2x}-1)}=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^3+1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1-1)}=\dfrac{8+5\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(8+5\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\dfrac{6+2\sqrt{2}}{2}=3+\sqrt{2}$

5、 若 $xyz\neq 0$ ，且 $5^x=2^y=\sqrt{10^z}$ ，若 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{k}{z}$ ，試求 k 值為______________。.

答案：2

解析：$\because \begin{cases}5^x=10^{\frac{z}{2}}\\ 2^y=10^{\frac{z}{2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5=10^{\frac{z}{2x}}\cdots\cdots①\\ 2=10^{\frac{z}{2y}}\cdots\cdots②\end{cases}$,

①×②得 $10=10^{\frac{z}{2x}+\frac{z}{2y}}$,

$\therefore \dfrac{z}{2x}+\dfrac{z}{2y}=1\Rightarrow\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{z}$, 　故 $k=2$.

7、 若 $a>0,b>0,c>0$ ，且 $a^x=b^y=c^z=81,\log_3 abc=4$ ，則

(1) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=$ __________________。

(2)若 $x=2$ ，試求正整數 y 、 z 之值. ____________________。

答案：

解析：(1) $a^x=3^4\Rightarrow 3^{\frac{4}{x}}=a$, $b^y=3^4\Rightarrow 3^{\frac{4}{y}}=b$, 　$c^z=3^4\Rightarrow c^{\frac{4}{z}}=c$,

$abc=3^{\frac{4}{x}+\frac{4}{y}+\frac{4}{z}}\Rightarrow\log_3 abc=\log_3 3^{\frac{4}{x}+\frac{4}{y}+\frac{4}{z}}\Rightarrow 4=\dfrac{4}{x}+\dfrac{4}{y}+\dfrac{4}{z},\therefore\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$.

(2) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1\Rightarrow\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow 2z+2y=yz\Rightarrow yz-2y-2z=0\Rightarrow y(z-2)-2(z-2)=4$

$\Rightarrow(z-2)(y-2)=4$,

$\therefore$

$y-2$	4	2	1
$z-2$	1	2	4

即

y	6	4	3
z	3	4	6

故 $(y,z)=(6,3),(4,4),(3,6)$.

8、 試解：$\begin{cases}\log_2 x^2+\log_3 y=4\\ \log_x 2+\log_y 27=3\end{cases}$. __________________

答案：$\begin{cases}x=\sqrt{2}\\ y=27\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\sqrt[3]{2}\\ y=3\sqrt[3]{3}\end{cases}$

解析：$\because x>0,x\neq 1,y>0,y\neq 1,\begin{cases}2\log_2 x+\log_3 y=4\\ \dfrac{1}{\log_2 x}+3\cdot\dfrac{1}{\log_3 y}=3\end{cases}$,

令 $X=\log_2 x, Y=\log_3 y$，得 $\begin{cases} 2X+Y=4 \cdots\cdots ① \\ \dfrac{1}{X}+\dfrac{3}{Y}=3 \cdots\cdots ② \end{cases}$，

由②得 $Y+3X=3XY \Rightarrow (4-2X)+3X=3X(4-2X) \Rightarrow 6X^2-11X+4=0$

$\Rightarrow (2X-1)(3X-4)=0$，得 $\begin{cases} X=\dfrac{1}{2},\dfrac{4}{3} \\ Y=3,\dfrac{4}{3} \end{cases}$，

$\therefore \begin{cases} \log_2 x=\dfrac{1}{2} \\ \log_3 y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=27 \end{cases}$，或 $\begin{cases} \log_2 x=\dfrac{4}{3} \\ \log_3 y=\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2\sqrt[3]{2} \\ y=3\sqrt[3]{3} \end{cases}$.

9、 試解：$\log_2(x-5)-\log_4(x-1)=\dfrac{1}{2}$.　　$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿。

$\boxed{\text{答案}}$：9

$\boxed{\text{解析}}$：$\because x-5>0, x-1>0 \Rightarrow \quad x>5$,

又 $\log_4(x-5)^2-\log_4(x-1)=\log_4 4^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \log_4 \dfrac{x^2-10x+25}{x-1}=\log_4 2$,

$\therefore \dfrac{x^2-10x+25}{x-1}=2 \Rightarrow x^2-10x+25=2x-2$

$\Rightarrow x^2-12x+27=0 \Rightarrow (x-3)(x-9)=0 \Rightarrow x=9$ (3 不合),　　故 $x=9$.

10、試解：$x+\log_2(2^x-31)=5$. $x=$＿＿＿＿＿＿＿＿。

$\boxed{\text{答案}}$：5

$\boxed{\text{解析}}$：$\because \log_2 2^x+\log_2(2^x-31)=\log_2 32$

$\Rightarrow \log_2[2^x(2^x-31)]=\log_2 32 \Rightarrow 2^x(2^x-31)=32$，　$(2^x)^2-31\cdot 2^x-32=0$

$\Rightarrow (2^x-32)(2^x+1)=0 \Rightarrow 2^x=32$ $(-1$不合),　　故 $x=5$.

11、設對數 $\log_{x-1}(3-x)$ 有意義，試求 x 的範圍. ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{答案}}$：$1<x<3$ 且 $x\neq 2$.

$\boxed{\text{解析}}$：依定義可知 $\begin{cases} x-1>0 \\ x-1\neq 1 \\ 3-x>0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \\ x<3 \end{cases}$，　　所以 $1<x<3$ 且 $x\neq 2$.

12、試求方程式 $2\log_9(x-6)+\dfrac{1}{\log_{x+2}3}=2$ 的解＿＿＿＿＿＿＿＿.

$\boxed{\text{答案}}$：7

$\boxed{\text{解析}}$：由 $2\log_9(x-6)+\dfrac{1}{\log_{x+2}3}=2$

$\Rightarrow \log_9(x-6)^2+\log_9(x+2)=\log_3 9$

$\Rightarrow \log_3(x-6)+\log_3(x+2)=\log_3 9$,

$\therefore (x-6)(x+2)=9 \Rightarrow x^2-4x-21=0 \Rightarrow (x-7)(x+3)=0$，得 $x=7$ (-3不合)，故 $x=7$.

13、甲、乙兩人同解一個 x 的方程式, $2\log x + a\log_x 100 = 2b$, 已知甲只寫錯 a,得兩根爲 10 及 100, 乙只寫錯 b,得兩根爲 $10^{\frac{3}{2}}$ 與 $10^{\frac{4}{3}}$. 試求 a,b 與此方程式之解 $x=$________________.

$\boxed{\text{答案}}$：10 或 100

$\boxed{\text{解析}}$：$2\log x + a\log_x 100 - 2b = 0 \Rightarrow 2\log x + a\cdot\dfrac{\log 100}{\log x} - 2b = 0 \Rightarrow 2(\log x)^2 + a\cdot 2 - 2b\log x = 0$

$\Rightarrow (\log x)^2 - b\log x + a = 0,$

甲：$\log 10 = 1, \log 100 = 2,\ b = 1+2 = 3,$

乙：$\log 10^{\frac{3}{2}} = \dfrac{3}{2}, \log 10^{\frac{4}{3}} = \dfrac{4}{3},\ a = \dfrac{3}{2}\times\dfrac{4}{3} = 2,$

$\therefore (\log x)^2 - 3\log x + 2 = 0 \Rightarrow (\log x - 1)(\log x - 2) = 0 \Rightarrow \log x = 1$ 或 $2 \Rightarrow x = 10$ 或 100.

14、設 $(0.064)^x$ 自小數點以下到第一個不爲零的數字間共有5個0，則 x 的整數值爲__________(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

$\boxed{\text{答案}}$：5

$\boxed{\text{解析}}$：$\log 0.064^x = x\log 0.064 = x\log\dfrac{2^6}{1000} = x(\log 2^6 - \log 1000) = x(6\log 2 - 3) = x(1.806-3)$

$= -1.194x$,

$\therefore -6 \le -1.194x < -5 \Rightarrow \dfrac{5}{1.194} < x \le \dfrac{6}{1.194} \Rightarrow 4.2 < x \le 5.03$, $\quad \therefore x = 5$.

15、比較 48^{100} 及 49^{99} 的大小.($\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$) ________________

$\boxed{\text{答案}}$：$48^{100} > 49^{99}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\log 48^{100} = 100\log 48 = 100\log(2^4\times 3)$

$= 100[4\log 2 + \log 3] = 100[4\times 0.3010 + 0.4771] = 168.11$,

$\log 49^{99} = 99\log 49 = 99\log 7^2 = 198\log 7 = 198\times 0.8451 = 167.3298$,

$\therefore 48^{100} > 49^{99}$.

16、若 $\log 2$, $\log(2^x-1)$, $\log(2^x+3)$ 成等差，試求 x 的近似值________________(到小數點下第三位. $\log 2 = 0.3010$)

$\boxed{\text{答案}}$：2.322

$\boxed{\text{解析}}$：$\log(2^x-1) - \log 2 = \log(2^x+3) - \log(2^x-1)$

$\Rightarrow 2\log(2^x-1) = \log 2 + \log(2^x+3)$

$\Rightarrow \log(2^x-1)^2 = \log(2(2^x+3))$

$\Rightarrow (2^x)^2 - 2\cdot 2^x + 1 = 2\cdot 2^x + 6 \Rightarrow (2^x)^2 - 4\cdot 2^x - 5 = 0 \Rightarrow (2^x-5)(2^x+1) = 0 \Rightarrow 2^x = 5$ (-1不合),

$\therefore x = \log_2 5 = \dfrac{\log 5}{\log 2} = \dfrac{1-0.3010}{0.3010} = \dfrac{0.6990}{0.3010} \doteqdot 2.322$.

17、若 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$，試求：

(1) $\log(10!)$ 的近似值四捨五入到小數點下第三位________________；

(2)求滿足 $2^n < 10!$ 的最大自然數 n. ________________

答案：(1)6.5595　(2)21

解析：(1) $\log 10! = \log(10\times 9\times 8\times 7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1)$

$= \log 10 + \log 9 + \log 8 + \log 7 + \log 6 + \log 5 + \log 4 + \log 3 + \log 2 + \log 1$

$= 1 + \log 3^2 + \log 2^3 + \log 7 + (\log 2 + \log 3) + (1 - \log 2) + \log 2^2 + \log 3 + \log 2$

$= 1 + 2\log 3 + 3\log 2 + \log 7 + \log 3 + 1 + 2\log 2 + \log 3 + \log 2$

$= 6\log 2 + 4\log 3 + 2 + \log 7$

$= 6\times 0.3010 + 4\times 0.4771 + 0.8451 + 2$

$= 1.8060 + 1.9084 + 2.8451 = 6.5595$.

(2) $2^n < 10! \Rightarrow \log 2^n < \log(10!) \Rightarrow n\log 2 < 6.5595 \Rightarrow n < \dfrac{6.5595}{0.3010} = 21.79$　取 $n = 21$.

18、A, B 兩城市的人口數各以 5%與 8%增加，現在 A 市的人口是 B 市的 2 倍，試問幾年後 B 市的人口會超過 A 市？________

答案：25

解析：設 B 市目前的人口數為 a，n 年後 B 市的人口超過 A 市，

$\because a\times(1.08)^n > 2a\times(1.05)^n \Rightarrow 1.08^n > 2\times 1.05^n$,

$\therefore \log 1.08^n > \log(2\times 1.05^n) \Rightarrow n\log\dfrac{108}{100} > \log 2 + n\log\dfrac{105}{100}$

$\Rightarrow n[\log(2^2\cdot 3^3) - \log 100] > 0.3010 + n[\log(3\cdot 5\cdot 7) - \log 100]$

$\Rightarrow n[2\log 2 + 3\log 3 - 2] > 0.3010 + n[\log 3 + \log 5 + \log 7 - 2]$

$\Rightarrow n[2\times 0.3010 + 3\times 0.4771 - 2] > 0.3010 + n[0.4771 + (1 - 0.3010) + 0.8451 - 2]$

$\Rightarrow 0.0333n > 0.3010 + 0.0212n$

$\Rightarrow 0.0121n > 0.3010 \Rightarrow n > 24.8$,　故 $n = 25$.

19、濃度為 13.6%的食鹽水 100 g，從中取出 15 g，再加入 15 g 的水，……如此這樣反覆操作，試問第________次後食鹽水的濃度會降到 4%？($\log 2 = 0.3010, \log 17 = 1.2304$)

答案：8

解析：$13.6\times(1-0.15)^n < 4 \Rightarrow 3.4\times 0.85^n < 1$

取 $\log \Rightarrow \log[3.4\times 0.85^n] < \log 1 \Rightarrow \log\dfrac{34}{10} + \log 0.85^n < 0$

$\Rightarrow \log 2 + \log 17 - \log 10 + n\log\dfrac{85}{100} < 0$

$\Rightarrow 0.3010 + 1.2304 - 1 + n(\log 17 + \log 5 - \log 100) < 0$

$\Rightarrow 0.5314 + n(1.2304 + 0.6990 - 2) < 0$

$\Rightarrow 0.0706n > 0.5314 \Rightarrow n > \dfrac{0.5314}{0.0706} = 7.5$，取 $n = 8$.

20、若依據經驗，某學生英文考試成績 y 與每週讀書時間 x (小時)的學習曲線為 $y = \dfrac{10^{2x-5}}{1+10^{2x-5}}\times 100$，請問該生英文成績要到 60 分，至少要花幾小時唸書？________ (四捨五入至小數點後第一位)

答案：2.6

解析：$\dfrac{10^{2x-5}}{1+10^{2x-5}}\times 100\ge 60\Rightarrow \dfrac{10^{2x-5}}{1+10^{2x-5}}\ge 0.6\Rightarrow 10^{2x-5}\ge 0.6+0.6\times 10^{2x-5}$

$\Rightarrow 10^{2x-5}\ge \dfrac{3}{2}\Rightarrow \log 10^{2x-5}\ge \log\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow 2x-5\ge \log 3-\log 2=0.4771-0.3010=0.1761\Rightarrow 2x>5.1761\Rightarrow x>2.588$, $\therefore 2.6$ 小時.

21、假設在一個社區裡有一個謠言在傳播，下面的數學模式可以表現這個謠言的傳播速度：$N=P(1-10^{-0.1d})$，其中 P 表此社區的總人口，N 表示謠言開始流傳後第 d 天以內已經聽到這個謠言的人口數，假設某一社區有 2000 人，則一個謠言從開始流傳最少要多少天，才會有 1200 人以上聽到這個謠言？________________

答案：4

解析：$2000(1-10^{-0.1d})\ge 1200\Rightarrow 1-10^{-0.1d}\ge 0.6\Rightarrow 10^{-0.1d}\le 0.4$

$\Rightarrow -0.1d\le \log 0.4=2\log 2-1$

$\Rightarrow d\ge 10-20\log 2=10-20\times 0.3010=3.98$,　　$\therefore d=4$.

22、假設開車發生車禍的百分率 R 與駕駛者血液中酒精濃度 x 的關係可以用下列數學模式表之：$R=3\cdot 10^{kx}$，其中 k 為常數，假設血液中的酒精濃度為 0.06 時的車禍發生率為 10% ($R=10$)，試求：(1) k 值________________；(2)若要使車禍發生百分率降到 5%以下，必須規定駕駛者血液中的酒精濃度不高於多少？________________

答案：(1)8.715　　(2)0.025

解析：(1) $R=3\times 10^{kx}=3\times 10^{0.06k}=10\Rightarrow 10^{0.06k}=\dfrac{10}{3}$

$\Rightarrow 0.06k=\log\dfrac{10}{3}=\log 10-\log 3=1-0.4771\Rightarrow k=\dfrac{0.5229}{0.06}=8.715$.

(2) $3\times 10^{8.715x}\le 5\Rightarrow 10^{8.715x}\le \dfrac{5}{3}$

$\Rightarrow 8.715x\le \log\dfrac{5}{3}=\log\dfrac{10}{6}=\log 10-\log 6=1-0.3010-0.4771=0.2219$,

$\therefore x\le \dfrac{0.2219}{8.715}=0.025$.

23、已知芮氏地震強度刻度 R 級所釋出能量 E 爾格之間的關係式為 $\log E=1.5R+11.4$，若釋出能量改為 6 級地震的 20 倍與 50 倍之間，試求這地震強度的範圍________________.

答案：$6.87<R<7.13$

解析：$\log E'=6\times 1.5+11.4=20.4$,

$\therefore 20E'<E<50E'$

$\Rightarrow \log(20E')<\log E<\log(50E')$

$\Rightarrow \log 20+\log E'<\log E<\log 50+\log E'$

$\Rightarrow \log 20+20.4<1.5R+11.4<\log 50+20.4$

$\Rightarrow \log 2+\log 10+9<1.5R<2-\log 2+9$

$\Rightarrow \dfrac{1.3010+9}{1.5}<R<\dfrac{11-0.3010}{1.5}\Rightarrow 6.867<R<7.132$,　　$\therefore 6.87<R<7.13$.

24、設$10 \le x < 100$，若$\log x^2$與$\log \frac{1}{x}$之尾數相同，求 x 值________________.

$\boxed{\text{答案}}$：$10, 10^{\frac{4}{3}}, 10^{\frac{5}{3}}$

$\boxed{\text{解析}}$：設$\log x^2 = m + \alpha, 0 \le \alpha < 1,\ m$ 爲整數，

$\log \frac{1}{x} = n + \alpha,\ n$ 爲整數，

$\log x^2 - \log \frac{1}{x} = m - n \Rightarrow 2\log x + \log x = m - n \Rightarrow 3\log x = m - n$爲整數，

又$10 \le x < 100 \Rightarrow \log 10 \le \log x < \log 100 \Rightarrow 1 \le \log x < 2 \Rightarrow 3 \le 3\log x < 6$,

$\therefore 3\log x = 3, 4, 5 \Rightarrow \log x = 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}$　　得 $x = 10, 10^{\frac{4}{3}}, 10^{\frac{5}{3}}$.

25、利用對數表計算下數的近似值$\sqrt[3]{\frac{5.15 \times 10.7}{369}} =$________________.

已知：$\log 5.15 = 0.7118,\ \log 1.07 = 0.0294,\ \log 3.69 = 0.5670,\ \log 5.305 = 0.7247$

$\boxed{\text{答案}}$：0.5305

$\boxed{\text{解析}}$：設 $x = \sqrt[3]{\frac{5.15 \times 10.7}{369}}$

$\log x = \frac{1}{3}(\log 5.15 + \log 10.7 - \log 369) = \frac{1}{3}(0.7118 + 1.0294 - 2.5670)$

$= -0.2753 = -1 + 0.7247 = -1 + \log 5.305$,

$\therefore x = 5.305 \times 10^{-1} = 0.5305$.

26、設無窮等比級數$1 + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{3})^2 + \cdots$的和爲 S，其前 n 項的部分和爲 S_n，若$|S_n - S| < \frac{1}{10^4}$，則正整數 n 的值至少爲何？________________ (已知$\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)

$\boxed{\text{答案}}$：9

$\boxed{\text{解析}}$：$S = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$,

$$S_n = \frac{1 - [1 - (-\frac{1}{3})^n]}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{3}{4}[1 - (-\frac{1}{3})^n],$$

$|S_n - S| = \left|\frac{3}{4}[1 - (-\frac{1}{3})^n] - \frac{3}{4}\right| = \left|-\frac{3}{4}(-\frac{1}{3})^n\right| < \frac{1}{10^4}$,即$\frac{3}{4}(\frac{1}{3})^n < \frac{1}{10^4}$, $(\frac{1}{3})^n < \frac{1}{10^4} \times \frac{4}{3}$

取對數得$n\log(\frac{1}{3}) < \log \frac{1}{10^4} + \log 4 - \log 3 = -4 + 2 \times 0.3010 - 0.4771 = -3.8751$,

$n > \frac{-3.8751}{-0.4771} = 8.122$,　$\therefore n = 9$.