多項式　詳解

一、概念題

1. -2036；$3x^2+4x$　2. -11　3. -514　4. ±1，$\pm\frac{1}{2}$，$\pm\frac{5}{2}$，±5，±7；$-\frac{35}{2}$　5. 五；$x=1$，3 或 $x\geq7$

6. $(0,0)$；$2+3i$

二、單一選擇題

7.(E)　8.(C)

三、多重選擇題

9.(C)(E)　10.(A)(C)(D)

四、填充題

11. $(-\frac{7}{2},\frac{5}{3},2)$　12. $-28x+17$　13. $(-6,8)$　14. 17

---------- 詳　解 ----------

二、單一選擇題

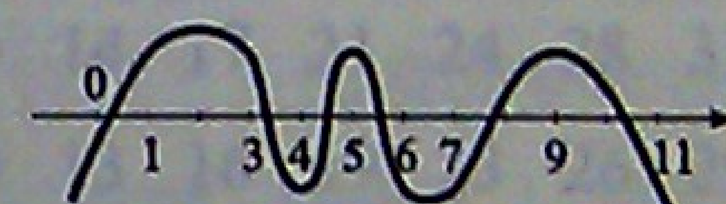
7. ①∵ 開口朝上　∴ (B)(D)不合

②∵ 與 x 軸不相交　∴ 判別式應小於 0，而(A)的 $D=2^2-4\cdot3\cdot(-1)>0$，(C)的 $D=12^2-4\cdot4\cdot9=0$

(E)的 $D=(-4)^2-4\cdot1\cdot5=-4<0$　∴ 選(E)

8. $y=f(x)$ 與 x 軸至少有 6 個交點，加上兩個共軛虛根

∴ $f(x)$ 至少為 $6+2=8$ 次，選(C)



三、多重選擇題

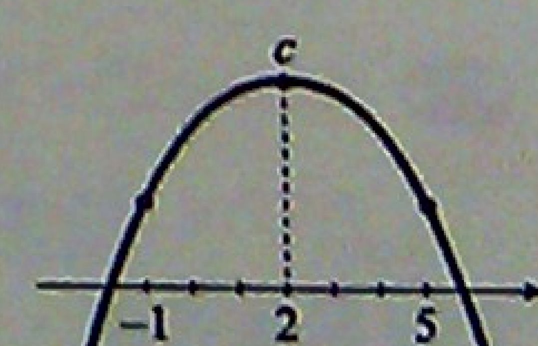
9. 若 $f(x)$ 為實係數，則 $f(x)=0$ 有五個根，但 $f(x)=0$ 只到四次

∴ $f(x)$ 應為虛係數，則虛根不一定成對，也不能用勘根定理，得(A)不合，(B)不合，(C)合，(D)不合

由根與係數得四根之和為 $-a=(-2i)+(1+2i)+(-3)+\alpha$

∴ 另一根 $\alpha=2-a$，得 $f(2-a)=0$　∴ (E)合　∴ 選(C)(E)

10. 如右圖



(A)開口必朝下，合

(B)頂點在 $x=2$ 處，應為 $b=-2$

(C) $f(x)$ 的 $Max=f(2)=c$，合

(D) $f(1)=f(3)>f(4)$，合

(E)∵ 2 為−3 與 7 的中點　∴ 應為 $f(-3)=f(7)$

選(A)(C)(D)

四、填充題

11. y 的係數為 $b=\frac{5}{3}$，x 的係數為 $a=-\frac{7}{2}$　∴ $f(x,y)=-\frac{7}{2}x+\frac{5}{3}y+c$，代 $f(2,6)=-7+10+c=5$

∴ $c=2$

設 $f(x)=(x+3)(x-1)\cdot Q(x)+(ax+b)$，所求即 $ax+b$

$x=0$ 代入題目，$f(0+1)=8+3-7-15=-11$，得 $f(1)=a+b=-11\cdots$①

$x=-4$ 代入題目，$f(-4+1)=(-8)+75-(-49)-15=101$，得 $f(-3)=-3a+b=101\cdots$②

由①②得 $a=-28$、$b=17$　∴ 所求 $=-28x+17$

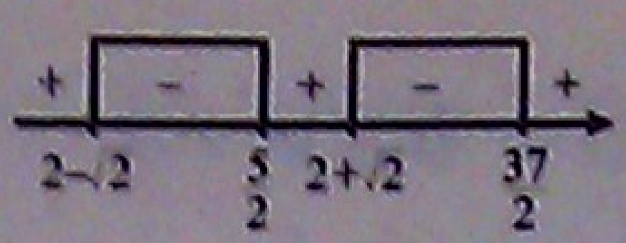
《另解》x 用 $(x-1)$ 代得 $f(x)=(x+1)^3+3(x-2)^2-7(2x-1)-15=x^3+6x^2-23x+5$，再用長除法得餘式為 $-28x+17$

由牛頓法得知有理根的分母必為 1　∴ 其有理根必為整數根

∵ $f(\frac{3}{2})\cdot f(3)<0$　∴ 在 $\frac{3}{2}$、3 之間有根，即 $x=2$ 為根

∵ $f(\pi)\cdot f(\sqrt{19})<0$　∴ 在 π、$\sqrt{19}$ 之間有根，即 $x=4$ 為根

得 $x^2+ax+b=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$　$\Rightarrow$　$a=-6$，$b=8$

$x^2-4x+2=0$ 的根為 $\frac{4\pm\sqrt{16-8}}{2}=2\pm\sqrt{2}$，

，得 $2-\sqrt{2}\le x\le\frac{5}{2}$ 或 $2+\sqrt{2}\le x\le\frac{37}{2}$

∵ $\sqrt{2}\approx1.414$　∴ $x=1$、2、4、5、6、…、18，共 17 個整數