一、單一選擇題

1.(D) 2.(A)

二、多重選擇題

3.(A)(B)(C)(E) 4.(B)(C)(D)

三、填充題

5. 17 6. $\frac{17}{32}$ 7. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ 8. $\frac{5}{18}$ 9. 315 10. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ 11. $\frac{2}{3}$ 12. 48

---------- 詳 解 ----------

一、單一選擇題

1. $A_n(1+2+3+\cdots+n, n)=(\frac{n(n+1)}{2}, n)$ $\therefore \begin{cases} x_n=\frac{n^2+n}{2} \\ y_n=n \end{cases}$ $\therefore 2x_n={y_n}^2+y_n$

$\therefore$ 為開口向右的拋物線，選(D)

2. 樣本空間共有 $7\times7\times7\times7\times7=7^5$ 種（杯子選酒），5 個杯子酒都不同有 $P^7_5=C^7_5\times5!$ 種

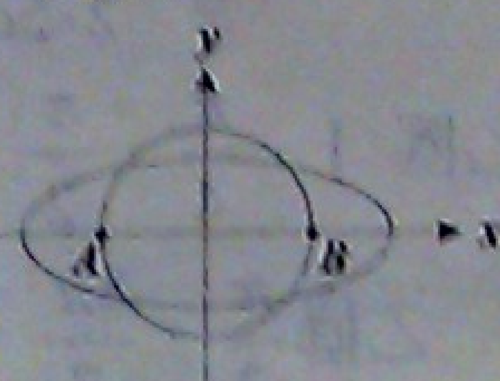
$\therefore P=\frac{C^7_5\times5!}{7^5}$，選(A)

二、多重選擇題

3. 貼坐標，$A(-5,0)$，$B(5,0)$，則 $\overline{PA}+\overline{PB}=14$ 的動點 P 形成橢圓，長軸 $2a=14$，$2c=10$

$\therefore a=7$，$c=5$

則 $7^2=b^2+5^2$，得 $b=\sqrt{24}<5$，橢圓方程式為 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$，圖為



$\therefore$ 選(A)(B)(C)(E)

4. (A)若最高分為 93，最低分為 39，則 $D_1=93-39=54$，而 $D_2=100-30=70$

$\therefore$ 應為 $D_1<D_2$

(B)若每人成績的個位均在 5~9 之間，則 $\overline{x_1}>\overline{x_2}$，合

(C)若高分群的成績個位均為 9，低分群的成績個位均為 0，則原始成績的離差平方和較大，可使 $S_1>S_2$ 成立

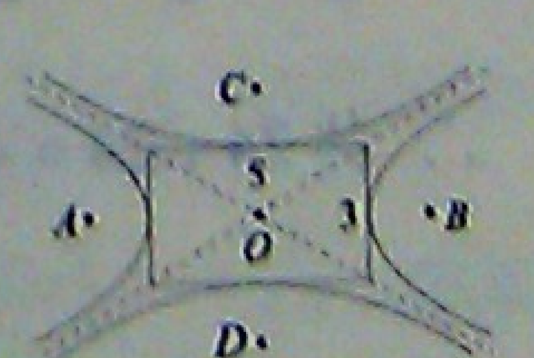
(D)若最高分為 94，最低分為 39，則 $D_2-D_1=(100-30)-(94-39)=70-55=15$，合

(E)$\because$ $\overline{x_2}$ 是以組中點來計算 $\therefore$ $\overline{x_1}$ 與 $\overline{x_2}$ 頂多相差 5，不合

$\therefore$ 選(B)(C)(D)

三、填充題

5. 設中心點為 O，則 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=c$，滿足 $c^2=(\frac{3}{2})^2+(\frac{5}{2})^2=\frac{34}{4}=\frac{17}{2}$



$ADBC$ 為正方形，面積為 $\Delta AOC\times4=(\frac{1}{2}\times c\times c)\times4=2c^2=2\times\frac{17}{2}=17$

6. 樣本空間 S 有 $4\times4\times4=64$，三角形的兩小邊必須大於最大邊

若三邊等長 $\Rightarrow$ $(1,1,1)$、$(2,2,2)$、$(3,3,3)$、$(4,4,4)$，共 4 種

若恰兩邊等長 $\Rightarrow$ $(2,2,1)$、$(2,2,3)$、$(3,3,1)$、$(3,3,2)$、$(3,3,4)$、$(4,4,1)$、$(4,4,2)$、$(4,4,3)$，

共 $8\times\dfrac{3!}{2!}=24$ 種

若 a、b、c 相異 $\Rightarrow$ 即 2、3、4 的排列，有 $3!=6$ 種 $\therefore\ P=\dfrac{4+24+6}{64}=\dfrac{17}{32}$

7. 已知 $A(0,2)$，設 $B(-p,q)$，$C(p,q)$，ΔABC 的重心為 $(\dfrac{0-p+p}{3},\dfrac{2+q+q}{3})=(0,0)$ $\therefore\ q=-1$

$y=-1$ 代入橢圓得 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{1}{4}=1$ $\therefore\ x^2=\dfrac{27}{4}$，$x=\pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，得 $B(-\dfrac{3\sqrt{3}}{2},-1)$，$C(\dfrac{3\sqrt{3}}{2},-1)$

$\therefore\ \Delta ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times$高$=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

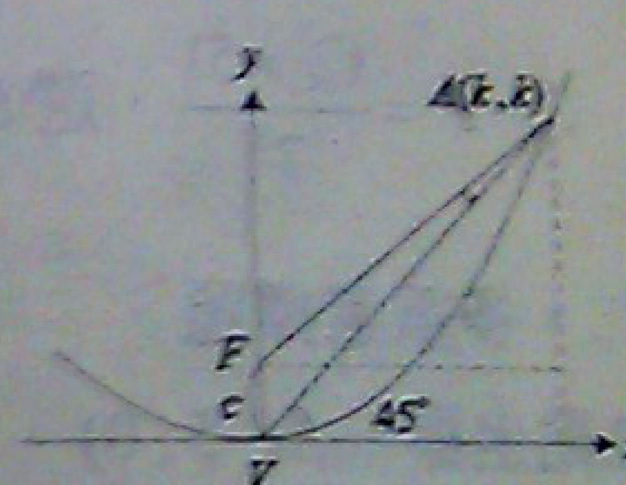
8. 列表，

a	2	3	4	5
b	3、4、5、6	4、5、6	5、6	6

$\therefore\ P=\dfrac{10}{6\times6}=\dfrac{5}{18}$

9. $\dfrac{7!}{2\times2\times2\times\ 2}=\dfrac{5040}{16}=315$

甲乙對調　乙丙對調　戊己對調　甲乙 丙丁 對調



10. 設 $\overline{FV}=c$，拋物線為 $x^2=4cy$

則 $A(k,k)$ 代入得 $k^2=4ck$ $\therefore\ k=4c$

則 $\overline{AV}=4\sqrt{2}c$，$\overline{AF}=5c$

由餘弦定理得 $cos\angle FAV=\dfrac{(5c)^2+(4\sqrt{2})^2-c^2}{2\cdot5c\cdot4\sqrt{2}c}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$

11. 甲擲出 x^2 $\Rightarrow$ 乙擲 1、$\dfrac{\pi}{4}$、$\dfrac{\pi}{2}$、$\dfrac{8\pi}{7}$、2π；甲擲出 2^x $\Rightarrow$ 乙擲任一面均可；

甲擲出 log_2x $\Rightarrow$ 乙擲 $\dfrac{\pi}{2}$、$\dfrac{8\pi}{7}$、2π；甲擲出 $sin\,x$ $\Rightarrow$ 乙擲 1、$\dfrac{\pi}{4}$、$\dfrac{\pi}{2}$；

甲擲出 $cos\,x$ $\Rightarrow$ 乙擲 0、1、$\dfrac{\pi}{4}$、2π；甲擲出 $tan\,x$ $\Rightarrow$ 乙擲 1、$\dfrac{\pi}{4}$、$\dfrac{8\pi}{7}$

共 $5+6+3+3+4+3=24$ 種 $\therefore\ P=\dfrac{24}{6\times6}=\dfrac{2}{3}$

12. ① 4，1，0 排列有 $3!=6$ 種；4，-1，0 排列有 $3!=6$ 種

-4，1，0 排列有 $3!=6$ 種；-4，-1，0 排列有 $3!=6$ 種

② 3，2，2 排列有 $\dfrac{3!}{2!}=3$ 種；3，-2，-2 排列有 $\dfrac{3!}{2!}=3$ 種

3，2，-2 排列有 $3!=6$ 種；-3，2，2 排列有 $\dfrac{3!}{2!}=3$ 種

-3，-2，-2 排列有 $\dfrac{3!}{2!}=3$ 種；-3，2，-2 排列有 $3!=6$ 種

$\therefore$ 共 $24+24=48$ 種