一、單一選擇題

1.(B) 2.(A)

二、多重選擇題

3.(B)(C)(E) 4.(A)(B)(C)(E)

三、填充題

5. 0.399 6. 7π 7. $\frac{7}{24}$ 8. $4\sqrt{3}$ 9. $9\sqrt{3}+12+12\sqrt{6}$ 10. 33 11. 35 12. $R_D > R_C > R_E$

---------------------------------- 詳 解 ----------------------------------

一、單一選擇題

1. ①若$a>1$，則$b<0$，$y=\log_a x+b$遞增如圖(一)，但無此選項

②若$0<a<1$，則$0<b<1$，$y=\log_a x+b$遞減如圖(二) ∴ 選(B)

圖(一)

圖(二)

2.(A)∵ $\overline{PA}=4\sin 50^\circ$ ∴ $\overline{PQ}=(4\sin 50^\circ)\cos 50^\circ=2\sin 100^\circ=2\sin 80^\circ$

(B)∵ $\overline{PA}=4\cos 36^\circ$ ∴ $\overline{PQ}=(4\cos 36^\circ)\sin 36^\circ=2\sin 72^\circ$

(C) $\overline{PQ}=\sqrt{2}\sin 57^\circ+\sqrt{2}\cos 57^\circ=2(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 57^\circ+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 57^\circ)=2\sin(57^\circ+45^\circ)=2\sin 102^\circ=2\sin 78^\circ$

(D) $\overline{PQ}=\sqrt{2}\sin 30^\circ+\sqrt{2}\cos 30^\circ=2(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 30^\circ+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 30^\circ)=2\sin(30^\circ+45^\circ)=2\sin 75^\circ$

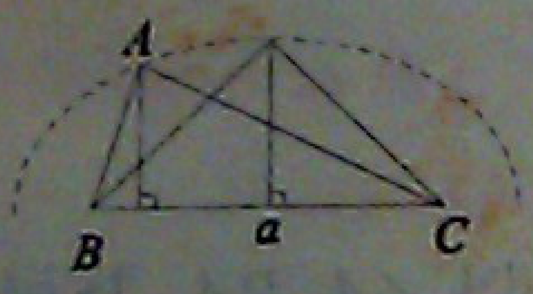
(E) $\overline{PQ}=\cos 40^\circ+\sqrt{3}\sin 40^\circ=2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 40^\circ+\frac{1}{2}\cos 40^\circ)=2\sin(40^\circ+30^\circ)=2\sin 70^\circ$

∴ 選(A)

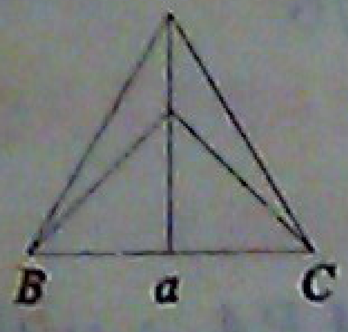
二、多重選擇題

3.

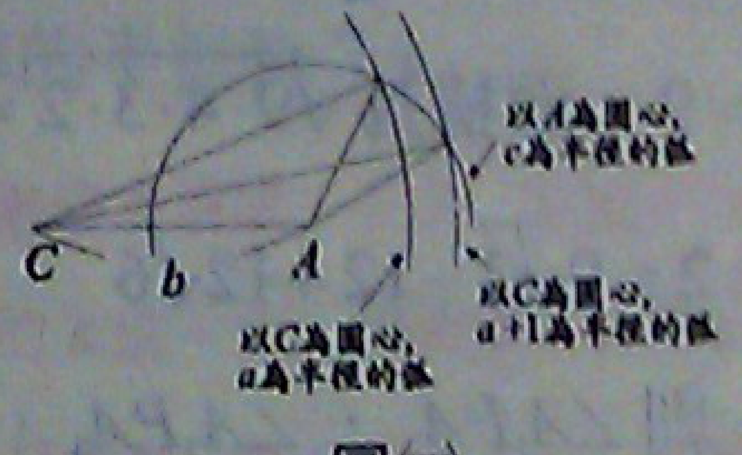
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

(A)不一定，如圖(一)，同底時周長大的三角形可能高比較小

(B)合，如圖(二)，以B、C為焦點做橢圓，則以a、$\frac{b+c}{2}$、$\frac{b+c}{2}$為邊長的Δ其高比原來還要大

(C)合，如圖(三)，以a、b、b為邊長的Δ，其高比以a、$\frac{b+c}{2}$、$\frac{b+c}{2}$為邊長的Δ還要大

(D)不一定，可能高會變小，如圖(四)

(E)合，由海龍公式看出s，$s-a$，$s-b$，$s-c$都變大 ∴ 面積變大

4. $a=\frac{3^n\cdot 5^{200}}{2^{200}\cdot 5^{200}}=\frac{3^n\cdot 5^{200}}{10^{200}}$ ∴ a可化成有限小數，小數點後共200位 (A)合 (B)合

(C)小數點後第200位即$3^n\times 5^{200}$的個位 ∵ 3^n個位為3、9、7、1，5^{200} 個位為5

∴ $3^n\times 5^{200}$個位為5，合

(D) $log\dfrac{3^{500}}{2^{200}}=500log3-200log2=500\times0.4771-200\times0.3010=238.55-60.20=178.35$

∴ 整數部分有 179 位，不合

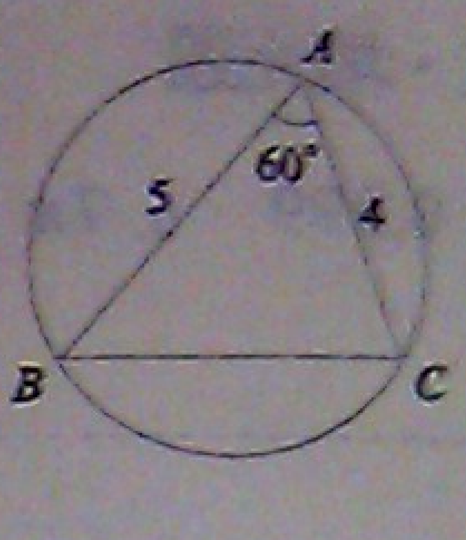
(E) 希望 $\dfrac{3^n}{2^{200}}\geq1$，即 $3^n\geq2^{200}$，取對數即 $n\,log3\geq200\,log2$　∴ $n\geq\dfrac{200\times0.3010}{0.4771}\fallingdotseq126.1\cdots$

∴ 最小的 n 為 127，合

三、填充題

5. ∵ $log3.99=0.601$，而 $0.3991+0.601=1$　∴ $1-0.399=log(10\times0.399)$，得 $x=0.399$

6. $\angle BAC=120^\circ\times\dfrac{1}{2}=60^\circ$，由餘弦定理，$\overline{BC}^2=5^2+4^2-2\cdot5\cdot4\cdot cos60^\circ=25+16-20=21$



∴ $\overline{BC}=\sqrt{21}$

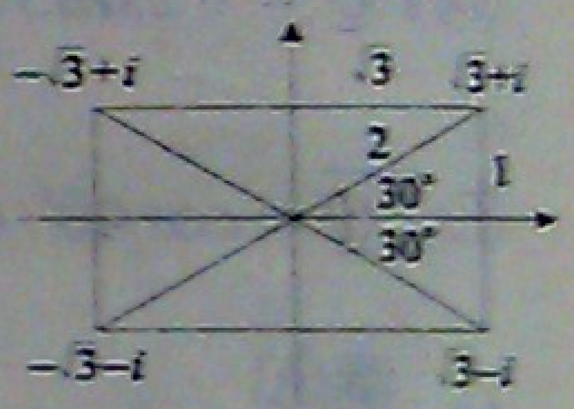
由正弦定理，$\dfrac{\overline{BC}}{sinA}=\dfrac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$　∴ $R=\sqrt{7}$，所求 $=\pi R^2=7\pi$

7. ∵ C 和 $(A+B)$ 互補

∴ $tanC=-tan(A+B)=\dfrac{tanA+tanB}{1-tanAtanB}=-\dfrac{(\frac{-1}{2})+\frac{1}{3}}{1-(\frac{-1}{2})\times\frac{1}{3}}=-\dfrac{-\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{6}}=\dfrac{1}{7}$

∴ $tan2C=\dfrac{2tanC}{1-tan^2C}=\dfrac{2\cdot\frac{1}{7}}{1-(\frac{1}{7})^2}=\dfrac{\frac{2}{7}}{1-\frac{1}{49}}=\dfrac{7}{24}$

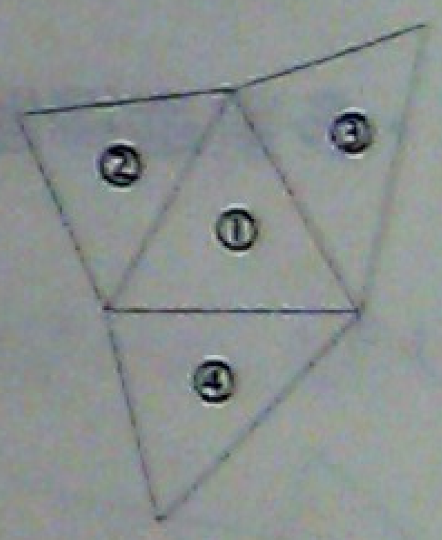
8. $f(x)=0$ 得 $x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-64}}{2\times1}=2\pm2\sqrt{3}i=4(\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)=4(cos60^\circ\pm i\,sin60^\circ)$



則 $f(x^2)=0$，即 $x^2=4(cos60^\circ\pm i\,sin60^\circ)$

∴ $x=\pm2(cos30^\circ\pm i\,sin30^\circ)=\pm\sqrt{3}\pm i$，作圖　∴ 面積為 $\sqrt{3}\times1\times4=4\sqrt{3}$

9. ①面積為 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$；②的 $s=\dfrac{5+5+6}{2}=8$，面積為 $\sqrt{8\cdot3\cdot3\cdot2}=12$



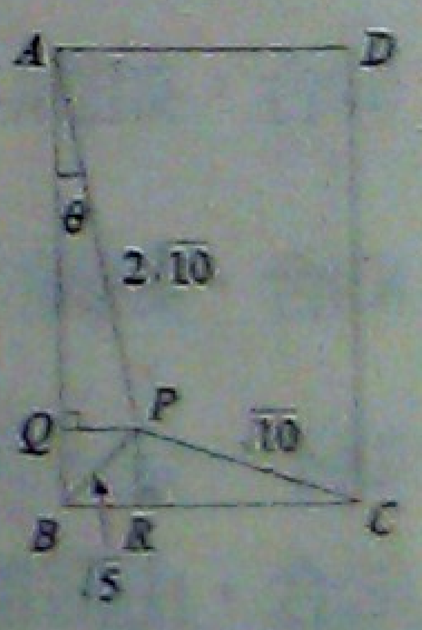
③ = ④　⇒　$s=\dfrac{5+6+7}{2}=9$，面積為 $\sqrt{9\cdot4\cdot3\cdot2}=6\sqrt{6}$

∴ 所求 $=9\sqrt{3}+12+6\sqrt{6}\times2=9\sqrt{3}+12+12\sqrt{6}$

10. P 點的 x 值為 $\dfrac{101}{3}=33\dfrac{2}{3}$，則 $\angle A_1PA_2$，$\angle A_2PA_3$，$\angle A_3PA_4$，…中，以 $\angle A_{33}PA_{34}$ 為最大

∴ $cos\angle A_{33}PA_{34}$ 為最小，得 $n=33$

11. P 投影到 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 分別為 Q 與 R　∵ $tan\angle PAQ=\dfrac{\overline{PQ}}{\overline{AQ}}=\dfrac{1}{3}$



設 $\overline{PQ}=k$，$\overline{AQ}=3k$，則由畢氏定理，$(k)^2+(3k)^2=(2\sqrt{10})^2$，得 $k=2$

∴ $\overline{PQ}=\overline{BR}=2$，$\overline{AQ}=6$，由 $\overline{QB}=\overline{PR}=\sqrt{\sqrt{5}^2-2^2}=1$，$\overline{RC}=\sqrt{\sqrt{10}^2-1^2}=3$

得 $ABCD$ 面積為 $(\overline{AQ}+\overline{QB})\times(\overline{BR}+\overline{RC})=(6+1)\times(2+3)=35$

12. ∵ $\dfrac{\overline{AB}}{sin140^\circ}=\dfrac{\overline{AB}}{sin40^\circ}=2R_C$，$\dfrac{\overline{AB}}{sin20^\circ}=2R_D$，$\dfrac{\overline{AB}}{sin50^\circ}=2R_E$，而 $sin20^\circ<sin40^\circ<sin50^\circ$

∴ $2R_D>2R_C>2R_E$