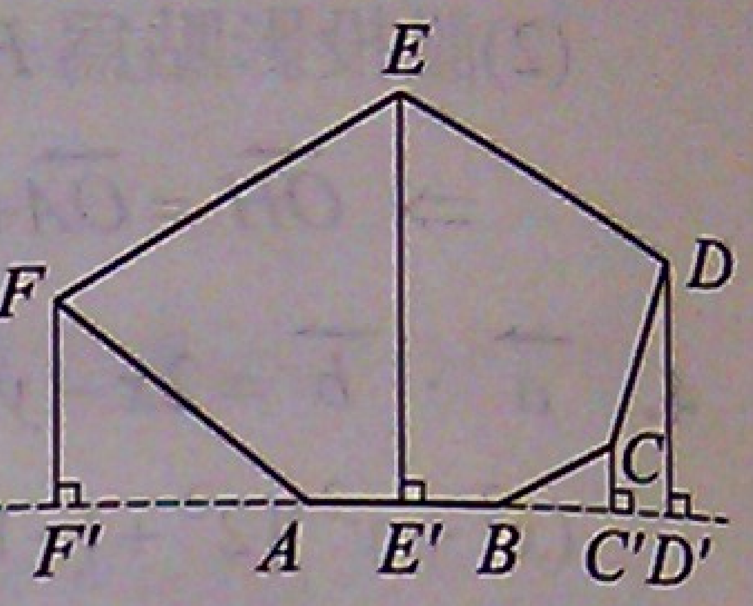
簡 答

一、1. (3) 2. (3) 3. (2) 二、1. (2)(4) 2. (1)(2)(5) 三、1. -2 2. $60°$ 3. (1) $(4,2)$ (2) $(5,0)$ 4. 5 四、1. (1) $-\frac{5}{6}$ (2) $3\sqrt{5}$ 2. (1) -4 (2) $\frac{25}{2}$ (3) $x=\frac{29}{48}$，$y=\frac{125}{192}$

解 析

一、單一選擇題



1. 自 C，D，E，F 分別向 $\overleftrightarrow{AB}$ 作垂線，得垂足依次為 C'，D'，E'，F'，如右圖，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC'}|$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD'}|$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AE'}|$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=-|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AF'}|$，由圖可知 $|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AD'}|$ 最大，故選(3)．【對應課本 P.169】

2. 令 L 的法向量為 $\overrightarrow{n_1}=(3,1)$，$x$ 軸的法向量為 $\overrightarrow{n_2}=(0,1)$

$\Rightarrow \cos\theta=\pm\frac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}$，故 $\sin\theta=\frac{3}{\sqrt{10}}$，故選(3)．【對應課本 P.181】

3. 設圓 C 之圓心為 $Q(1,2)$，半徑為 3，由直線 L 與圓 C 有交點 $\Rightarrow d(Q,L)\le 3$，即 $\frac{|3-8-k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}\le 3 \Rightarrow |k+5|\le 15$，$-20\le k\le 10$，故整數 k 共有 31 個，故選(2)．

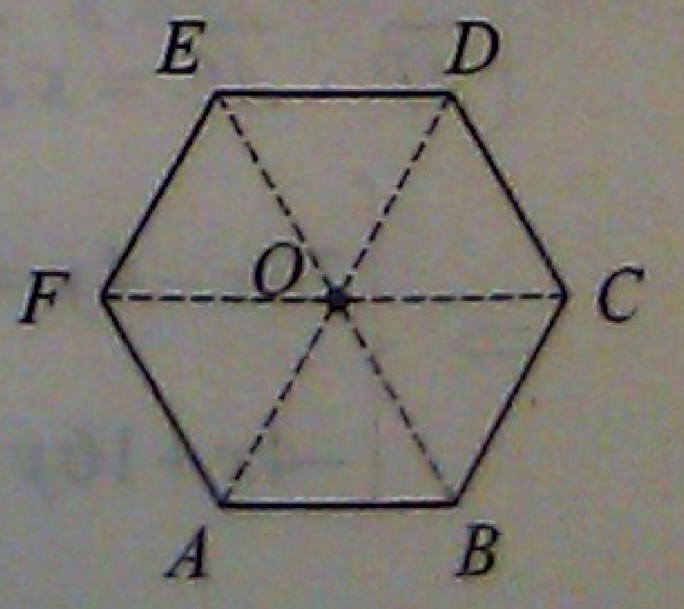
【對應課本 P.179】

二、多重選擇題

1. (1)×，取 $\overrightarrow{a}=(1,0)$，$\overrightarrow{b}=(0,1)\Rightarrow\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$． (2)○，$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2$ $\Rightarrow|\overrightarrow{a}|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2\Rightarrow\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0\Rightarrow\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$．
(3)×，取 $\overrightarrow{a}=(1,0)$，$\overrightarrow{b}=(1,1)$，$\overrightarrow{c}=(1,2)\Rightarrow(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b})\overrightarrow{c}=1\cdot\overrightarrow{c}$，但 $(\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c})\overrightarrow{a}=3\overrightarrow{a}$． (4)○． (5)×，$\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$．故選(2)(4)． 【對應課本 P.171，P.182】

2. (1)○，$x=-1+3t=2\Rightarrow t=1$；$y=2-4t=-2\Rightarrow t=1$． (2)○．
(3)×，令 $t\neq 0$，斜率 $=\frac{(2-4t)-2}{(-1+3t)-(-1)}=\frac{-4t}{3t}=-\frac{4}{3}$． (4)×，$(-2,4)$ 不在 L 上．(5)○，L：$4x+3y-2=0$，$d(O,L)=\frac{|-2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{2}{5}$．故選(1)(2)(5)．【對應課本 P.180，P.182】

三、填充題



1. $3(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD})-2(\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{OB})=3(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF})+2(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})$
$=3\times2\times2\times\cos120°+2\times2\times2\times\cos60°=-2$．【對應課本 P.172】

2. $|2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}|^2=4|\overrightarrow{a}|^2-12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9|\overrightarrow{b}|^2=36$

$\Rightarrow 36-12\times3\times2\times\cos\theta+36=36 \Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1}{2}$，故 $\theta=60^\circ$． 【對應課本 P.172】

3. (1) $\overrightarrow{AB}=(2,6)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1)$

$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $(\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2})\overrightarrow{AC}=\dfrac{4+6}{5}(2,1)=(4,2)$．

(2)設投影點為 H，O 為原點

$\Rightarrow \overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AH}=(1,-2)+(4,2)=(5,0)$，故 $H(5,0)$． 【對應課本 P.175】

4. $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2x-y$

$(x^2+y^2)[2^2+(-1)^2]\geq(2x-y)^2 \Rightarrow 5\times5\geq(2x-y)^2 \Rightarrow -5\leq 2x-y\leq 5$

$\Rightarrow -5\leq\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\leq 5$，故 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ 的最大值為 5． 【對應課本 P.178】

四、計算題

1. (1) $3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=-\overrightarrow{c} \Rightarrow |3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|^2=|-\overrightarrow{c}|^2$

$\Rightarrow 9|\overrightarrow{a}|^2+12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+4|\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{c}|^2$

$\Rightarrow 36+12\times2\times1\times\cos\theta+4=20$，$\cos\theta=-\dfrac{5}{6}$．

(2) $|2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}|^2=4|\overrightarrow{a}|^2-12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9|\overrightarrow{b}|^2=16-12\times2\times1\times(-\dfrac{5}{6})+9=45$

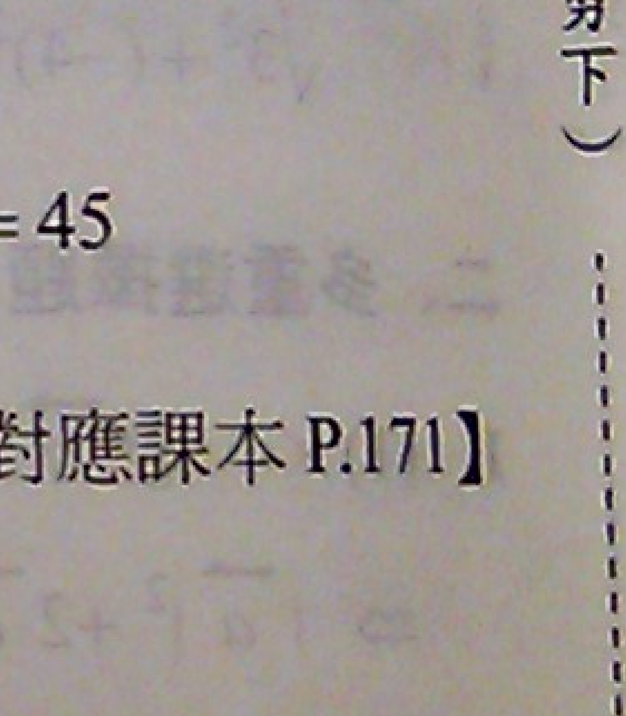
故 $|2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}|=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$． 【對應課本 P.171】

2. (1)由餘弦定理，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta$

$=\dfrac{1}{2}(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2)=\dfrac{1}{2}(25+16-49)=-4$．

(2)令 $\overline{AB}$ 中點為 Q，則 $\overleftrightarrow{PQ}$ 為 $\overline{AB}$ 中垂線，故

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{QP})\cdot\overrightarrow{AB}=(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB})\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=\dfrac{25}{2}$．



(3) $\begin{cases}\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=x|\overrightarrow{AB}|^2+y\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+y|\overrightarrow{AC}|^2\end{cases}$，又同理知 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2=8$

$\Rightarrow \begin{cases}25x-4y=\dfrac{25}{2}\\ -4x+16y=8\end{cases}$，得 $x=\dfrac{29}{48}$，$y=\dfrac{125}{192}$． 【對應課本 P.173】

（請沿虛線剪下）