

●●●●●●●● ● 簡 答 ●●●●●●●●

一、1. (3) 2. (2) 3. (1)

二、1. (1)(3)(5) 2. (2)(3)(5)

三、1. $\frac{1}{2}$ 2. $\sqrt{7}$ 3. 2 4. $2 < a < 2 + \sqrt{10}$ 5. $\sqrt{61}$

四、1. (1) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ (2) $\frac{\sqrt{59}}{4}$ 2. (1) 銳角三角形 (2) 鈍角三角形

●●●●●●●● ● 解 析 ●●●●●●●●

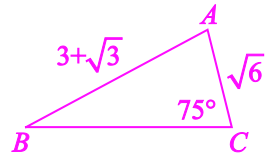
一、單一選擇題

1. $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 的外接圓是同一個，設其半徑為 $R \Rightarrow \frac{8}{\sin 45^\circ} = 2R = \frac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ}$

$\Rightarrow \overline{BC} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6}$ ，故選(3)。

【對應課本 P.33】

2. $\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{6+2\sqrt{3}}{4(3+\sqrt{3})} = \frac{1}{2}$



$\Rightarrow \angle B = 30^\circ$ 或 150° (150° 不合, $\because \overline{AB} > \overline{AC}$, $\therefore \angle C > \angle B$), 故選(2)。

【對應課本 P.33】

3. $2 \times \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \times \frac{c}{2R} = \frac{a}{2R} \Rightarrow a^2 + c^2 - b^2 = a^2$

$\Rightarrow c^2 - b^2 = 0 \Rightarrow c = b$ ，故選(1)。

【對應課本 P.35】

二、多重選擇題

1. (1) \bigcirc , $\angle A = 180^\circ - 63^\circ - 57^\circ = 60^\circ$. (2) \times , $\frac{1}{2}cb \sin A = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

(3) \bigcirc , $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 9 + 64 - 2 \times 3 \times 8 \times \frac{1}{2} = 49$, $a = 7$.

(4) \times , $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{3}\sqrt{3}$.

(5) \bigcirc , $6\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times h \Rightarrow h = \frac{12}{7}\sqrt{3}$. 故選(1)(3)(5). 【對應課本 P.31, P.34, P.35】

2. (1) \times , $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25 + 9 - 49}{2 \times 5 \times 3} = -\frac{1}{2}$, $\angle A = 120^\circ$.

(2) \bigcirc , $s = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$, 面積 $= \sqrt{\frac{15}{2}(\frac{15}{2}-7)(\frac{15}{2}-5)(\frac{15}{2}-3)} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$.

(3) \bigcirc , $\frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} = \frac{1}{2}\sqrt{50 + 18 - 49} = \frac{1}{2}\sqrt{19}$

(4) \times , $\frac{15}{4}\sqrt{3} = \frac{3 \times 5 \times 7}{4R} \Rightarrow R = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{3}\sqrt{3}$.

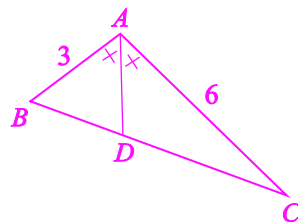
(5) \odot , $\frac{15}{4}\sqrt{3} = r \times \frac{15}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 故選(2)(3)(5). 【對應課本 P.35, P.38, P.39】

三、填充題

1. $(b+c)^2 - a^2 = 3bc \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}$. 【對應課本 P.35】

2. $\cos B = \frac{5^2 + 7^2 - 3^2}{2 \times 5 \times 7} = \frac{7^2 + 7^2 - \overline{AC}^2}{2 \times 7 \times 7} \Rightarrow \overline{AC}^2 = 7$, 故 $\overline{AC} = \sqrt{7}$.
 (對 $\triangle ABD$) (對 $\triangle ABC$) 【對應課本 P.35】

3. $\triangle ABC$ 的面積 = $\triangle ABD$ 的面積 + $\triangle ADC$ 的面積
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{AD} \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times 6 \times \sin 60^\circ$
 $\Rightarrow 18 = 9\overline{AD}$, 得 $\overline{AD} = 2$. 【對應課本 P.31】



4. (1) 成爲三角形: $2a + (2a+1) > 2a+5 \Rightarrow a > 2$.

(2) $(2a)^2 + (2a+1)^2 < (2a+5)^2 \Rightarrow a^2 - 4a - 6 < 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{10} < a < 2 + \sqrt{10}$.

由(1)(2)得 $2 < a < 2 + \sqrt{10}$.

【對應課本 P.35】

5. $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \Rightarrow \cos \angle BCD = -\cos \angle BAD$

$\overline{BD}^2 = 4^2 + 9^2 - 2 \times 4 \times 9 \cos \angle BAD$ (對 $\triangle ABD$) $= 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \cos \angle BCD$ (對 $\triangle BCD$)
 $\Rightarrow 97 - 72 \cos \angle BAD = 41 + 40 \cos \angle BAD$

$\Rightarrow \cos \angle BAD = \frac{1}{2}$, 故 $\overline{BD}^2 = 97 - 72 \times \frac{1}{2} = 61$, $\overline{BD} = \sqrt{61}$.

【對應課本 P.35】

四、計算題

1. (1) $\cos A = \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}} = \frac{1}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{30}$.

【對應課本 P.35】

(2) $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{60}} = \frac{\sqrt{59}}{2\sqrt{15}}$

$\triangle ABC$ 面積 = $\frac{1}{2} \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin A = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{59}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{59}}{4}$.

【對應課本 P.13】

2. (1) 設 $\angle A = (3t)^\circ$, $\angle B = (5t)^\circ$, $\angle C = (7t)^\circ$ 代入 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 得 $t = 12$,

即 $\angle A = 36^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 84^\circ$, $\triangle ABC$ 爲銳角三角形. 【對應課本 P.33】

(2) 由正弦定理 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$, 令 $a = 3t$, $b = 5t$, $c = 7t$, $t > 0$

$\Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{9t^2 + 25t^2 - 49t^2}{2 \times 3t \times 5t} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle C = 120^\circ$

故 $\triangle ABC$ 爲鈍角三角形.

【對應課本 P.35】