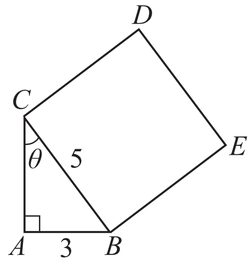
第一章　總複習

基礎題

＜單選題＞（每題 6 分,共 18 分）

1. 有一正方形 $BCDE$ 及直角三角形 ABC，已知 $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，試問 $\cos\angle ACD$ 的值爲

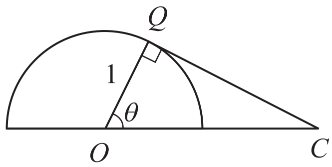


(1) $-\frac{4}{5}$　(2) $-\frac{3}{5}$　(3) $\frac{3}{5}$　(4) $\frac{4}{5}$.

解：$\angle ACB=\theta$，$\sin\theta=\frac{3}{5}$，$\cos\theta=\frac{4}{5}$，$\angle ACD=90^\circ+\theta$，

$\cos\angle ACD=\cos(90^\circ+\theta)=-\sin\theta=-\frac{3}{5}$，故選(2)．

2. 有一半徑爲 1 的半圓，如圖所示，已知 $\overline{QC}\perp\overline{OQ}$，則 $\overline{OC}$ 的長爲



(1) $\sin\theta$　(2) $\cos\theta$　(3) $\tan\theta$　(4) $\frac{1}{\cos\theta}$.

解：$\triangle OQC$ 中，$\overline{OQ}=1$，$\cos\theta=\frac{1}{\overline{OC}}$，得 $\overline{OC}=\frac{1}{\cos\theta}$，故選(4)．

3. 設 α，β 分別是第二，三象限角且 $\sin\alpha=\frac{5}{13}$，$\tan\beta=\frac{4}{3}$，試問 $\alpha+\beta$ 是

(1)第一象限角　(2)第二象限角　(3)第三象限角　(4)第四象限角．

解：α 是第二象限角且 $\sin\alpha=\frac{5}{13}$，知 $\cos\alpha=-\frac{12}{13}$，

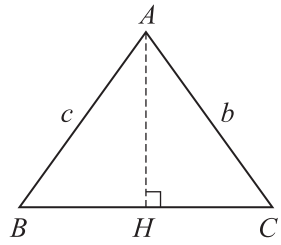
β 是第三象限角且 $\tan\beta=\frac{4}{3}$，知 $\sin\beta=-\frac{4}{5}$，$\cos\beta=-\frac{3}{5}$，

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{33}{65}>0$，$\cos(\alpha+\beta)=\frac{56}{65}>0$，

知 $\alpha+\beta$ 是第一象限角，故選(1)．

< 多選題 >（每題 10 分,共 30 分）

4. 設△ABC的三頂點A，B，C所對應的邊長分別是a，b，c．若$\overline{AH}$是高，試問$\overline{AH}$的長度為



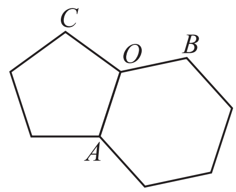
(1) $b\sin B$　(2) $c\sin C$　(3) $b\sin C$　(4) $c\sin B$．

解：在△ABH中，$\overline{AH}=c\sin B$，

在△ACH中，$\overline{AH}=b\sin C$，

故選(3)(4)．

5. 嘌呤是構成人體基因的重要物質，它的化學結構式主要是由一個正五邊形與一個正六邊形構成（令它們的邊長均為 1）的平面圖形，如右圖所示，試問下列哪些選項是正確的？



(1) $\angle BAC=54°$　(2) O是△ABC的外接圓圓心

(3) $\overline{AB}=\sqrt{3}$　(4) $\overline{BC}=2\sin 66°$．　【95 數乙】

解：(1) $\angle BAC=\angle BAO+\angle OAC=30°+36°=66°$．

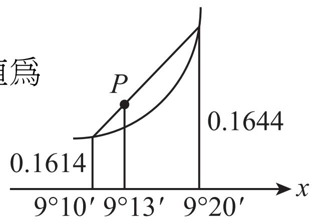
(2) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=1$，知$O$是△$ABC$的外接圓圓心．

(3) $\angle BOA=120°$，$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2-2\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\cos 120°=3$，知$\overline{AB}=\sqrt{3}$．

(4) $\angle BOC=2\angle BAC=132°$，$\overline{BC}=2\overline{OB}\cdot\sin 66°=2\sin 66°$．

故選(2)(3)(4)．

6. 數學教科書中所附的三角函數值表，$\tan 9°10'=0.1614$，$\tan 9°20'=0.1644$，根據內插法求$\tan 9°13'$．設求得的值為P，試問下列哪些選項正確？



(1) $P=0.3\times 0.1644+0.7\times 0.1614$

(2) $P=0.1614+0.3\times 0.0030$

(3) $P=0.1644-0.7\times 0.0030$

(4) $P=0.1623$．

解：(1)由分點公式$P=0.3\times 0.1644+0.7\times 0.1614$．

(2)由內插法$P=0.1614+0.3\times 0.0030$．

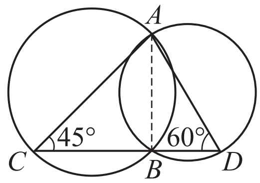
(3)由內插法$P=0.1644-0.7\times 0.0030$．

(4)計算得知$P=0.1623$．

故選(1)(2)(3)(4)．

進階題（共 52 分）

1. 有大小兩圓相交於 A， B 兩點，有一通過 B 的線段交大圓於 C，交小圓於 D，且 $\angle ACD=45°$， $\angle ADC=60°$，若大圓的面積是小圓面積的 k 倍，則 $k=$ $\underline{\dfrac{3}{2}}$.（8 分）



解：設大圓的半徑為 R，小圓的半徑為 r；

在 $\triangle ABC$ 中，$\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}=2R \Rightarrow R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\overline{AB}$；

在 $\triangle ABD$ 中，$\dfrac{\overline{AB}}{\sin 60°}=2r \Rightarrow r=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\overline{AB}$.

若大圓的面積是小圓面積的 k 倍，則 $k=\dfrac{\pi R^2}{\pi r^2}=\dfrac{R^2}{r^2}=\dfrac{3}{2}$.

2. 已知 $\theta=18°$ 時， $\sin 2\theta=\cos 3\theta$， 請善用倍角公式，試求 $\sin 18°$ 的值 .（8 分）

解：令 $\theta=18°$， 得 $5\theta=90°$， 即 $2\theta=90°-3\theta$，

$\sin 2\theta=\sin(90°-3\theta)=\cos 3\theta$，

$2\sin\theta\cos\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$，

因為 $\cos\theta=\cos 18°\neq 0$， 兩邊消去 $\cos\theta$，

得 $2\sin\theta=4\cos^2\theta-3=4(1-\sin^2\theta)-3$，

移項後 $4\sin^2\theta+2\sin\theta-1=0$，

得 $\sin\theta=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$， 但 $\sin 18°>0$， 故 $\sin 18°=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

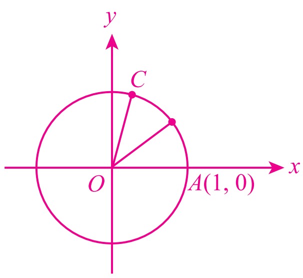
3. 坐標平面上，以原點 O 為圓心的圓上有三個相異點 $A(1,0)$， B， C， 且 $\overline{AB}=\overline{BC}$. 已知銳角三角形 OAB 的面積為 $\dfrac{3}{10}$，則 $\triangle OAC$ 的面積為 $\underline{\dfrac{12}{25}}$.（化為最簡分數）（8 分） 【97 學測】

解：設 $\angle AOB=\theta$， 則 $\angle AOC=2\theta$，

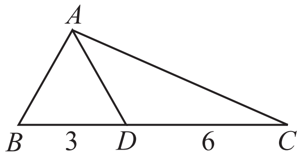
因 $\triangle OAB$ 的面積為 $\dfrac{1}{2}\overline{OA}\cdot\overline{OB}\sin\theta=\dfrac{3}{10}$，

得 $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$， $\cos\theta=\dfrac{4}{5}$， $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{24}{25}$，

知 $\triangle OAC$ 的面積為 $\dfrac{1}{2}\overline{OA}\cdot\overline{OC}\sin 2\theta=\dfrac{12}{25}$.



4. 如右圖所示，在△ABC 中，$\angle BAC$ 的平分線 $\overline{AD}$ 交對邊 $\overline{BC}$ 於 D，已知 $\overline{BD}=3$，$\overline{DC}=6$，且 $\overline{AB}=\overline{AD}$，試求 $\cos\angle BAD$ 的值．(8 分) 【94 學測】



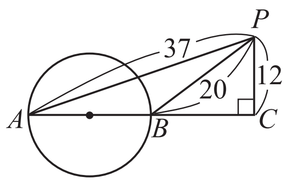
解：設 $\angle BAD=\angle CAD=\theta$，$\overline{AB}=\overline{AD}=x$，則 $\overline{AC}=2x$，

△ABC 的面積 $=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 2x\cdot\sin 2\theta$，△$ABD$ 的面積 $=\frac{1}{2}\cdot x\cdot x\cdot\sin\theta$，

△ACD 的面積 $=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 2x\cdot\sin\theta$，△$ABC$ =△ABD +△ACD，

得 $x^2\cdot 2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}x^2\sin\theta+x^2\sin\theta$，知 $\cos\theta=\frac{3}{4}$．

5. 如右圖，現在有一棟 12 公尺高的塔，離塔不遠處有一圓形的水潭．已知塔頂到水潭的直線最短距離、最長距離分別為 20 公尺、37 公尺，則水潭的直徑為 __19__ 公尺．(10 分)



解：直角△APC 中，$\overline{AC}^2=\overline{AP}^2-\overline{PC}^2=35^2$，得 $\overline{AC}=35$，

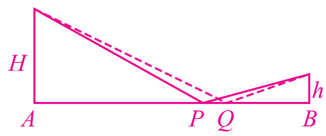
直角△PBC 中，$\overline{BC}^2=\overline{BP}^2-\overline{PC}^2=16^2$，得 $\overline{BC}=16$，

則 $\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=35-16=19$（公尺）.

6. 在 A，B 兩支旗竿底端連線段中的某一點測得 A 旗竿頂端的仰角為 $29°$，B 旗竿頂端的仰角為 $15°$．在底端連線段中的另一點測得 A 旗竿頂端的仰角為 $26°$，B 旗竿頂端的仰角為 $19°$．則 A 旗竿高度和 B 旗竿高度的比值為 __3.3__（四捨五入到小數點後第一位）.(10 分)

θ	$75°$	$71°$	$64°$	$61°$
$\tan\theta$	3.73	2.90	2.05	1.80

解：設 A，B 兩支旗竿的高度分別為 H，h，



$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PB}=H\tan 61°+h\tan 75°$，

$\overline{AB}=\overline{AQ}+\overline{QB}=H\tan 64°+h\tan 71°$，

$H(\tan 61°-\tan 64°)=h(\tan 71°-\tan 75°)$

$\Rightarrow\ -0.25H=-0.83h$，

$\therefore\ \frac{H}{h}=\frac{-0.83}{-0.25}=3.32\approx 3.3$．