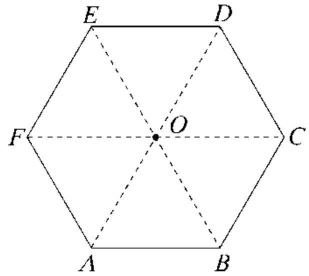
高雄市明誠中學 高二數學複習測驗 日期：100.12.20					
範圍	3-1 向量(C)	班級	普二　　班	姓名	
		座號			

一、填充題（ 每題 10 分 ）

1.設正六邊形 $ABCDEF$，其中 $A(2,\ -1)$， $D(4,\ 3)$，則



$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}|=$____________ .

解答　$6\sqrt{5}$

解析　設中心 O，則 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}=\vec{0}$，

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=-6\overrightarrow{OA}=6\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{AD}$，

$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}|=3|(2,\ 4)|=6\sqrt{5}$.

2. $\overrightarrow{AB}=(-2,\ -4)$， $\overrightarrow{BC}=(3,\ 2)$， $\angle BAC$ 的內分角線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $|\overrightarrow{AD}|=$____________ .

解答　$\dfrac{8}{3}$

解析　$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1,\ -2)$，又 $\overline{BD}:\overline{CD}=|\overrightarrow{AB}|:|\overrightarrow{AC}|=2:1$，

$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}=(-2,-4)+\dfrac{2}{3}(3,2)=(0,\ -\dfrac{8}{3})$，

$|\overrightarrow{AD}|=\dfrac{8}{3}$.

3.設 $\vec{a}=(1,\ -1)$， $\vec{b}=(-2,\ 3)$ 且 $2(\vec{x}+3\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{x}+2\vec{a}-\vec{b})=4(3\vec{b}+2\vec{a})-5\vec{x}$，則 $\vec{x}=$_____

解答　$(-\dfrac{7}{5},\ \dfrac{23}{10})$

解析　$2(\vec{x}+3\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{x}+2\vec{a}-\vec{b})=4(3\vec{b}+2\vec{a})-5\vec{x}$

$\Rightarrow\quad 2\vec{x}+6\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{x}+6\vec{a}-3\vec{b}=12\vec{b}+8\vec{a}-5\vec{x}$

$\Rightarrow\quad 10\vec{x}=9\vec{b}+4\vec{a}=9(-2,\ 3)+4(1,\ -1)=(-14,\ 23)\Rightarrow\vec{x}=(-\dfrac{7}{5},\ \dfrac{23}{10})$.

4.平面上相異四點 $O(0,\ 0)$， A， B， C，且 $(x-2y-3)\overrightarrow{OA}+(3x-y+1)\overrightarrow{OB}+(-4x+3y-13)\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$x$， $y\in\mathbb{R}$，則：(1)若 O 爲△ABC 之重心，則 $(x,\ y)=$____________ .

(2)若 $OABC$ 爲平行四邊形，則 $(x,\ y)=$____________ .

解答　(1) $(-2,\ 0)$；(2) $(8,\ 10)$

解析　(1)∵ O 爲△ABC 的重心，∴ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

$\Rightarrow x-2y-3=3x-y+1=-4x+3y-13\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}$，∴ $(x,\ y)=(-2,\ 0)$.

(2)∵ $OABC$ 爲平行四邊形，∴ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}$，

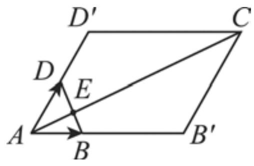
又 $(x-2y-3)\overrightarrow{OA}+(-4x+3y-13)\overrightarrow{OC}=-(3x-y+1)\overrightarrow{OB}$，

∴ $x-2y-3=-4x+3y-13=-(3x-y+1)\Rightarrow\begin{cases}x=8\\y=10\end{cases}$，∴ $(x,\ y)=(8,\ 10)$.

5.四邊形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$， $\overline{BD}$ 與 $\overline{AC}$ 交於 E，則 $\overline{AE}:\overline{EC}=$____________ .

解答　1：4

解析　令 $\overrightarrow{AB'}=3\overrightarrow{AB}$， $\overrightarrow{AD'}=2\overrightarrow{AD}$，∵ $\overrightarrow{AC}\,//\,\overrightarrow{AE}$ 且 $D-E-B$ 三點共線，



$\therefore\ \overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}\Rightarrow\begin{cases}x:y=3:2\\x+y=1\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AE}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore\ \overline{AE}:\overline{EC}=1:4$.

6.設 G 爲 $\triangle ABC$ 之重心，P 爲 $\overline{AG}$ 之中點，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{BG}$，$x,\ y\in\mathbb{R}$，則數對 $(x,\ y)=$____________.

解答　$(\frac{1}{4},\ -\frac{1}{4})$

解析　∵　G 爲 $\triangle ABC$ 之重心， $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{0}$　$\Rightarrow$　$\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+(\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow\quad 2\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BG}\quad\Rightarrow\quad\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$，

又 P 爲 $\overline{AG}$ 之中點，∴　$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BG})=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{BG}$，故 $(x,\ y)=(\frac{1}{4},\ -\frac{1}{4})$.

7.$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=6$，若 I 爲其內心，且 $\overrightarrow{AI}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，$\alpha$，$\beta\in\mathbb{R}$，則數對 $(\alpha,\ \beta)=$

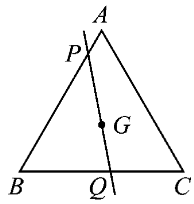
____________ .

解答　$(\frac{2}{5},\ \frac{4}{15})$

解析　$\overrightarrow{AI}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}=\frac{6}{5+6+4}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5+6+4}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$，

∴　$(\alpha,\ \beta)=(\frac{2}{5},\ \frac{4}{15})$.

8.過 $\triangle ABC$ 之重心 G 的一直線與邊 $\overline{AB}$， $\overline{BC}$ 分別交於 P， Q， 且 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:5$， 則 $\overline{BQ}:\overline{QC}=$________ .



解答　$5:4$

解析　令 $\overrightarrow{BC}=t\overrightarrow{BQ}$， ∵　$\overline{BP}:\overline{PA}=5:1$， ∴　$\overrightarrow{BA}=\frac{6}{5}\overrightarrow{BP}$，

G 爲 $\triangle ABC$ 之重心， $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}(\frac{6}{5}\overrightarrow{BP})+\frac{1}{3}(t\overrightarrow{BQ})=\frac{2}{5}\overrightarrow{BP}+\frac{t}{3}\overrightarrow{BQ}$，

∵　G， P， Q 三點共線， ∴　$\frac{2}{5}+\frac{t}{3}=1\quad\Rightarrow\quad t=\frac{9}{5}$， ∴　$\overline{BQ}:\overline{QC}=5:4$.

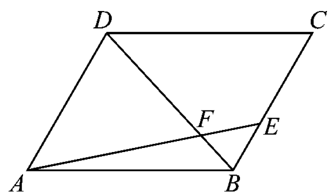
9.設 $A(4,-3)$，$B(-2,9)$，若 $P\in\overrightarrow{AB}$，且 $\overline{AP}$ 上恰有 5 個格子點（整數點），則 P 點坐標爲____________.（以參數式表示）

解答　$\begin{cases}x=4+t\\y=-3-2t\end{cases}$， $0\le t\le 4$

解析　$\overrightarrow{AB}=(6,-12)=6(1,-2)$ ，又 $\overline{AP}$ 上恰有 5 個格子點

$\overleftrightarrow{AB}$ ： $\begin{cases}x=4+t\\y=-3-2t\end{cases}$， （$t=0$， 1， 2， 3， 4）$\Rightarrow P(4+t,\ -3-2t)$.

10.設 $ABCD$ 爲一平行四邊形， $\overline{BE}:\overline{EC}=1:2$， 如圖所示， $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$， x， $y\in\mathbb{R}$， 則數對 $(x,\ y)=$____________ .



解答　$(\frac{3}{4},\ \frac{1}{4})$

解析 $\because\ \overline{BE}:\overline{EC}=1:2$，$\therefore\ \overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，

又 $\overrightarrow{AF}/\!/\overrightarrow{AE}$，$\therefore$ 設 $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AB}+\frac{t}{3}\overrightarrow{AD}$，

$\because\ F$，B，D 三點共線，$\therefore\ t+\frac{t}{3}=1\Rightarrow t=\frac{3}{4}$，故 $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$，即 $(x,\ y)=(\frac{3}{4},\ \frac{1}{4})$．

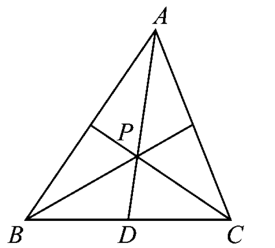
11.$\triangle ABC$ 之三邊 $\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，$\overline{AC}=2$，I 爲 $\triangle ABC$ 之內心，O 爲任意點，則 $\overrightarrow{OI}=$________ $\overrightarrow{OA}+$________ $\overrightarrow{AB}+$________ $\overrightarrow{BC}$．

解答 $(1)1;(2)\frac{2}{3};(3)\frac{4}{9}$

解析 $\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b=2$，$c=4$，I 爲 $\triangle ABC$ 之內心，O 爲任意點

$\Rightarrow\ \overrightarrow{OI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{9}\overrightarrow{OB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{9}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})+\frac{4}{9}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}$．

12.$\triangle ABC$ 內有一點 P，滿足 $3\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，且 $\overleftrightarrow{AP}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D，若 $\overrightarrow{AD}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$，$a$，$b\in\mathbb{R}$，則數對 $(a,\ b)=$____________．



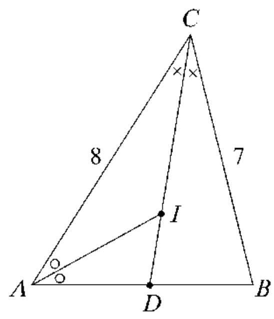
解答 $(\frac{5}{9},\ \frac{4}{9})$

解析 $\because\ 3\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，$P$ 爲內心 $\Rightarrow\ a:b:c=3:4:5$，

$\overline{AD}$ 平分 $\angle A\ \Rightarrow\ \overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=4:5$，

$\therefore\ \overrightarrow{AD}=\frac{5}{4+5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{4+5}\overrightarrow{AC}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$，故 $(a,\ b)=(\frac{5}{9},\ \frac{4}{9})$．

13.設 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，I 爲 $\triangle ABC$ 之內心，直線 CI 交 $\overline{AB}$ 於 D，則 $\overrightarrow{CI}=k\overrightarrow{CD}$ 時，$k=$__________．



解答 $\frac{5}{7}$

解析 $\overline{CD}$ 爲角平分線，$\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{CA}:\overline{CB}=8:7$，$\therefore\ \overline{AD}=\frac{8}{15}\overline{AB}=\frac{8}{15}\times 6=\frac{16}{5}$，

$\overline{AI}$ 爲角平分線，$\overline{CI}:\overline{DI}=\overline{AC}:\overline{AD}=8:\frac{16}{5}=5:2$，故 $\overrightarrow{CI}=\frac{5}{7}\overrightarrow{CD}$，得 $k=\frac{5}{7}$．

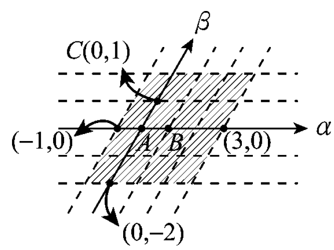
14.$\triangle ABC$ 及內部一點 P，若 $\overrightarrow{PA}+4\overrightarrow{PB}+5\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$，且 $\triangle ABC$ 之面積爲 12，則 $\triangle PBC$ 之面積＝______．

解答 $\frac{12}{5}$

解析 $\overrightarrow{PA}+4\overrightarrow{PB}+5\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+5\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow\ \triangle PAB:\triangle PBC:\triangle PCA=5:2:3\ \Rightarrow\ \triangle PBC=\frac{2}{5+2+3}\cdot\triangle ABC=\frac{2}{10}\times 12=\frac{12}{5}$．

15.$\triangle ABC$ 的面積$=5$，則點集合 $\{P\,|\,\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，$-1\le\alpha\le 3$，$-2\le\beta\le 2\}$ 所表示區域的面積爲____________．



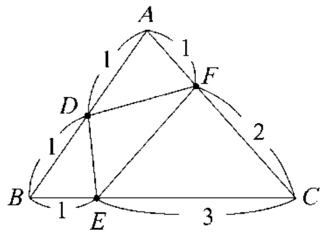
解答 160

解析 點集合 $\{P\,|\,\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，$-1\le\alpha\le 3$，$-2\le\beta\le 2\}$ 的區域爲一個平行四邊形如圖，其面積爲

$[3-(-1)][2-(-2)](2\triangle ABC)=32(\triangle ABC)=32\times 5=160$．

16.設△ABC中，D，E，F三點分別在$\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CA}$上，$\overline{AD}=\overline{DB}$，$\overline{BC}=4\overline{BE}$，$\overline{CF}=2\overline{AF}$且$G$是△$DEF$的重心，若$\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則$(x,\ y)=$____________.

解答 $(\frac{5}{12},\ \frac{7}{36})$



解析 ∵ G為△DEF的重心，

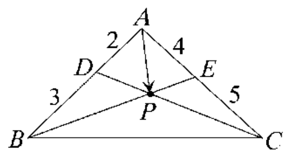
$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF})=\frac{1}{3}[\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC})+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}]$

$=\frac{1}{3}(\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{12}\overrightarrow{AC})=\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{36}\overrightarrow{AC}$，

∴ $(x,\ y)=(\frac{5}{12},\ \frac{7}{36})$.

17.△ABC中，D在$\overline{AB}$上，且$\overline{AD}:\overline{DB}=2:3$，$E$在$\overline{CA}$上，且$\overline{CE}:\overline{EA}=5:4$，若$\overline{BE}$交$\overline{CD}$於$P$點，則：(1)$\overline{CP}:\overline{PD}=$____________.(2)設$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則有序數對$(x,\ y)=$____________.

解答 (1) $25:12$;(2) $(\frac{10}{37},\ \frac{12}{37})$



解析 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x(\frac{5}{2}\overrightarrow{AD})+y\overrightarrow{AC}$……①，

∵ D，P，C三點共線，∴ $\frac{5}{2}x+y=1$……②，

$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}+y(\frac{9}{4}\overrightarrow{AE})$，

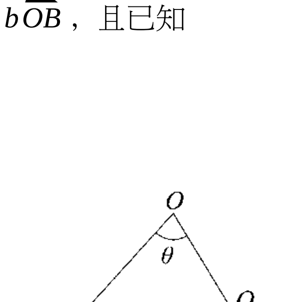
∵ B，P，E三點共線，∴ $x+\frac{9}{4}y=1$……③，

解②，③得數對$(x,\ y)=(\frac{10}{37},\ \frac{12}{37})$代入①

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AP}=\frac{25}{37}\overrightarrow{AD}+\frac{12}{37}\overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow$ $\overline{CP}:\overline{PD}=25:12$.

18.一直線過△OAB的重心G且分別交$\overline{OA}$，$\overline{OB}$於P，Q，設$\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OQ}=b\overrightarrow{OB}$，且已知$\frac{\triangle OPQ}{\triangle OAB}=\frac{5}{11}$，則$a^2+b^2=$____________.

解答 $\frac{115}{121}$



解析 $\frac{\triangle OPQ}{\triangle OAB}=\frac{\frac{1}{2}\overline{OP}\cdot\overline{OQ}\cdot\sin\theta}{\frac{1}{2}\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\sin\theta}=\frac{\frac{1}{2}(a\overline{OA})(b\overline{OB})\sin\theta}{\frac{1}{2}\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\sin\theta}=ab=\frac{5}{11}$……①，

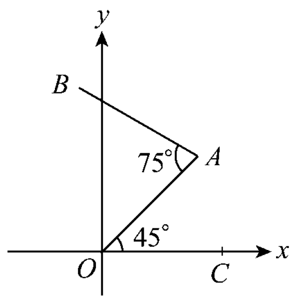
G為重心，則$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{a}\overrightarrow{OP}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{b}\overrightarrow{OQ}$，

∵ P，G，Q三點共線，∴ $\frac{1}{3a}+\frac{1}{3b}=1$……②

$\Rightarrow$ 同乘$3ab$得$a+b=3ab=3\times\frac{5}{11}=\frac{15}{11}$，∴ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\frac{225}{121}-\frac{10}{11}=\frac{115}{121}$.

19.如圖所示，$\overline{OA}=3$，$\overline{AB}=5$，$\angle AOC=45°$，$\angle BAO=75°$，則B點之坐標為____________.

解答 $(\frac{3\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}+5}{2})$

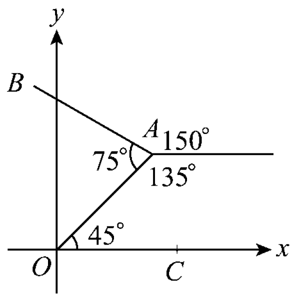


解析 $\overrightarrow{OA}=(3\cos 45°,\ 3\sin 45°)=(\frac{3\sqrt{2}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}}{2})$,

$\overrightarrow{AB}=(5\cos 150°,\ 5\sin 150°)=(-\frac{5\sqrt{3}}{2},\ \frac{5}{2})$,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=(\frac{3\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}+5}{2})$,

$\therefore\quad B(\frac{3\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}+5}{2})$.



20.「若 $x,\ y\in\mathbb{Z}$，則稱點 $(x,\ y)$ 爲格子點」，設 $A(-47,\ 11)$， $B(261,\ -61)$，則 $\overline{AB}$ 上有__________個格子點．

解答 5

解析 $\overrightarrow{AB}=(308,-72)=4(77,-18)$

$\overline{AB}:\begin{cases}x=-47+77t\\ y=11-18t\end{cases}$， $t=0,1,2,3,4$， $x,\ y\in\mathbb{Z}$，共有 5 個格子點．

21.設 L 爲通過 $A(1,\ 2)$ 與 $B(3,\ 3)$ 兩點的直線，$P(x,\ y)$ 爲 L 上一點，則 $2x^2-3y^2$ 的最小值爲__________．

解答 $-\frac{54}{5}$

解析 $L:\begin{cases}x=1+(3-1)t\\ y=2+(3-2)t\end{cases}$， $\because\quad P(x,\ y)\in L$， $\therefore$ 設 $P:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+t\end{cases}$，

則 $2x^2-3y^2=2(1+2t)^2-3(2+t)^2=5t^2-4t-10=5(t-\frac{2}{5})^2-\frac{54}{5}$，

$\therefore$ 當 $t=\frac{2}{5}$ 時，有最小值爲 $-\frac{54}{5}$ ．

22.颱風中心 P 在清晨 0 時位於 $A(3,\ -1)$，清晨 1 時已到 $B(2,\ 1)$，若該颱風作等速直線行進，則：

(1)清晨 6 時的颱風中心 P 之坐標爲__________．

(2)若暴風半徑爲 2 單位，則甲地 $(-1,\ 5)$ 在清晨 a 時 b 分進入暴風圈，則 $(a,\ b)=$__________．

(3)又於 c 時 d 分脫離暴風圈，則 $(c,\ d)=$__________．

解答 (1) $(-3,\ 11)$;(2) $(2,\ 24)$;(3) $(4,\ 0)$

解析 颱風作等速直線行進 $\overrightarrow{AB}=(-1,2)\Rightarrow\begin{cases}x=3-t\\ y=-1+2t\end{cases}$， $t\in\mathbb{R}$，（單位：t 小時）

設 $P(3-t,\ -1+2t)$，$t=6$ 代入（∵清晨 6 時） $\Rightarrow$ $P(3-6,\ -1+12)=P(-3,\ 11)$，

又 $d(甲,\ P)<2$ $\Rightarrow$ $(4-t)^2+(-6+2t)^2<4$ $\Rightarrow$ $\frac{12}{5}<t<4$，

$t=\frac{12}{5}$ 小時= 2.4 小時= 2 小時 24 分

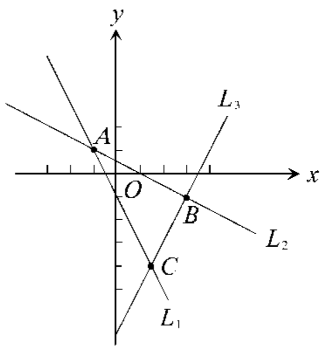
$\Rightarrow$ 甲地在清晨 2 時 24 分進入暴風圈，又於清晨 4 時 0 分脫離

$\Rightarrow$ $(a,\ b)=(2,\ 24)$， $(c,\ d)=(4,\ 0)$ ．

23.已知三直線 $L_1:2x+y+1=0$， $L_2:x+2y-1=0$， $L_3:2x-y-7=0$，圍成△ ABC，其內心坐標爲

______________ .

解答 $(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2})$



解析 $A:\begin{cases}2x+y+1=0\\x+2y-1=0\end{cases}$ ， ∴ A 點坐標爲 $(-1,\ 1)$ ，

$B:\begin{cases}x+2y-1=0\\2x-y-7=0\end{cases}$ ， ∴ B 點坐標爲 $(3,\ -1)$ ，

$C:\begin{cases}2x+y+1=0\\2x-y-7=0\end{cases}$ ， ∴ C 點坐標爲 $(\frac{3}{2},\ -4)$ ，

$a=\overline{BC}=\sqrt{\frac{9}{4}+9}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ， $b=\overline{AC}=\sqrt{\frac{25}{4}+25}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ， $c=\overline{AB}=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$ ，

∴ $a:b:c=3:5:4$ ，設 I 爲△ ABC 之內心， O 爲原點

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{OI}=\frac{3}{3+5+4}\overrightarrow{OA}+\frac{5}{3+5+4}\overrightarrow{OB}+\frac{4}{3+5+4}\overrightarrow{OC}$$

$$=\frac{3}{12}(-1,\ 1)+\frac{5}{12}(3,\ -1)+\frac{4}{12}(\frac{3}{2},\ -4)$$

$$=(\frac{3\times(-1)+5\times3+4\times\frac{3}{2}}{12},\ \frac{3\times1+5\times(-1)+4\times(-4)}{12})=(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2})$$

∴ $I(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2})$.

24.平面上， O 爲原點， $P(2,\ 3)$ ， Q 在直線 $x+y-1=0$ 上，

(1)若 $|\overrightarrow{OP}|=|\overrightarrow{OQ}|$ ，則 Q 之坐標爲______________ .（有兩解）

(2) $\overrightarrow{PQ}$ 之長度，最小= ______________ .

(3)承上題，此時之 Q 點爲______________ .

解答 (1) $(3,\ -2)$ 或 $(-2,\ 3)$;(2) $2\sqrt{2}$;(3) $(0,\ 1)$

解析 Q 點在直線 $x+y-1=0$ 上 $\Rightarrow$ 可令 $Q(t,1-t)$ ， $t\in\mathbb{R}$.

(1) $|\overrightarrow{OP}|=|\overrightarrow{OQ}|\ \Rightarrow\ 2^2+3^2=t^2+(1-t)^2\ \Rightarrow\ 2t^2-2t-12=0$

$\Rightarrow\ t^2-t-6=0\ \Rightarrow\ t=3$ 或 $-2\ \Rightarrow\ t=3$ 時， $Q(3,\ -2)$ ； $t=-2$ 時， $Q(-2,\ 3)$.

(2)(3) $\overrightarrow{PQ}=(t,\ 1-t)-(2,\ 3)=(t-2,\ -t-2)\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{(t-2)^2+(-t-2)^2}=\sqrt{2t^2+8}$ ，

∴ 當 $t=0$ 時， $|\overrightarrow{PQ}|$ 有最小値 $=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ，此時 $Q(0,\ 1)$.

25.設 $A(1,\ \frac{1}{2})$ ， $B(3,\ 2)$ ，且 $P(a,\ b)$ 爲 $\overline{AB}$ 上之動點，則：

(1) $2a+b+1$ 之最大値爲______________ . (2) a^2+b^2-4 之最大値爲______________ .

解答 (1)9;(2)9

解析 $\overline{AB}:\begin{cases}x=1+2t\\y=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}t\end{cases}$ ， $0\le t\le1$.

(1) $2(1+2t)+(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}t)+1=2+4t+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}t+1=\frac{7}{2}+\frac{11}{2}t\Rightarrow\frac{7}{2}\le\frac{7}{2}+\frac{11}{2}t\le\frac{7}{2}+\frac{11}{2}=9$ ，

∴ $2a+b+1$ 之最大値爲 9 .

(2)《方法 1》

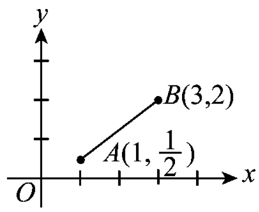
$(1+2t)^2+(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}t)^2-4=1+4t+4t^2+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}t+\frac{9}{4}t^2-4$

$=\frac{25}{4}t^2+\frac{11}{2}t-\frac{11}{4}=\frac{25}{4}[t^2+\frac{22}{25}t+(\frac{11}{25})^2-(\frac{11}{25})^2]-\frac{11}{4}=\frac{25}{4}(t+\frac{11}{25})^2-\frac{99}{25}$,

$\because$ $0\le t\le 1$，$\therefore$ $-\frac{11}{4}\le\frac{25}{4}(t+\frac{11}{25})^2-\frac{99}{25}\le 9$，即 a^2+b^2-4 之最大值爲 9 .

《方法 2》

$a^2+b^2=(\sqrt{(a-0)^2+(b-0)^2})^2$，即爲點 $(a,\ b)$ 與原點 $(0,\ 0)$ 之距離的平方，



如圖知，$\overline{OB}$ 之距離爲最大，而 $\overline{OB}^2=(\sqrt{4+9})^2=13$，

$\therefore$ a^2+b^2-4 之最大值爲 $13-4=9$.