高雄市明誠中學 高二數學複習測驗 日期：100.12.13					
範圍	3-1 向量(B)	班級	普二　　班	姓名	
		座號			

一、填充題（ 每題 10 分 ）

1.設平面上有三點 A， B， C，已知 $\overrightarrow{AB}=(4,\ 1)$， $\overrightarrow{AC}=(1,\ -3)$，則△ ABC 之周長=＿＿＿＿＿＿．

解答　$5+\sqrt{17}+\sqrt{10}$

解析　$\overrightarrow{AB}=(4,\ 1)\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{AB}|=\sqrt{17}$ ； $\overrightarrow{AC}=(1,-3)\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{AC}|=\sqrt{10}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(-3,\ -4)\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{BC}|=5$，

$\therefore$ △ ABC 之周長 $=|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BC}|=5+\sqrt{17}+\sqrt{10}$ ．

2.設 $\overrightarrow{a}=(x+y-2,\ 3x+y-1)$， $\overrightarrow{b}=(2x+3y,\ x-2y+1)$，若 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$ ，則數對 $(x,\ y)=$＿＿＿＿＿＿．

解答　$(10,\ -6)$

解析　$(x+y-2,\ 3x+y-1)=(2x+3y,\ x-2y+1)$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y-2=2x+3y \\ 3x+y-1=x-2y+1 \end{cases} \Rightarrow\ x=10$， $y=-6$， $\therefore\ (x,\ y)=(10,\ -6)$ ．

3.設 $\overrightarrow{a}=(3,\ -1)$， $\overrightarrow{b}=(x,\ 3)$，若 $(2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})//(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})$，則 $x=$＿＿＿＿＿＿．

解答　-9

解析　$\overrightarrow{a}=(3,\ -1)$， $\overrightarrow{b}=(x,\ 3)$， $2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=2(3,\ -1)+(x,\ 3)=(6+x,\ 1)$，

$\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}=(3,\ -1)-2(x,\ 3)=(3-2x,\ -7)$，

$\because\ (2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})//(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})$， $\therefore\ \dfrac{6+x}{3-2x}=\dfrac{1}{-7}\ \Rightarrow\ 3-2x=-42-7x\ \Rightarrow\ x=-9$ ．

4.設 $\overrightarrow{AB}=(6,\ 1)$， $\overrightarrow{BC}=(2,\ -1)$， $\overrightarrow{CD}=(x,\ y)$，若 $\overline{AD}//\overline{BC}$，則 $x+2y=$＿＿＿＿＿＿．

解答　-8

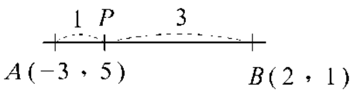
解析　$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(6+2+x,\ 1+(-1)+y)=(8+x,\ y)$，

$\overrightarrow{c}=r\overrightarrow{a}+s\overrightarrow{b}\ \Rightarrow (-4,\ -7)=r(1,\ 1)+s(2,\ 3)=(r+2s,\ r+3s)$， $\begin{cases} r+2s=-4 \\ r+3s=-7 \end{cases}$， $\therefore\ \begin{cases} r=2 \\ s=-3 \end{cases}$ ．

5.設 $A(-3,\ 5)$， $B(2,\ 1)$，若 P 在直線 AB 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:3$，則 P 的坐標爲＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　$(-\dfrac{7}{4},\ 4)$ 或 $(-\dfrac{11}{2},\ 7)$

解析　(1)內分時，



$\Rightarrow P(\dfrac{-9+2}{1+3},\ \dfrac{15+1}{1+3})=P(-\dfrac{7}{4},\ 4)$ ．

(2)外分時，

$\because\ \overline{AP}:\overline{PB}=1:3\ \Rightarrow\ \overline{PA}:\overline{AB}=1:2$

設 $P(x,y)\Rightarrow (-3,5)=(\dfrac{2x+2}{1+2},\dfrac{2y+1}{1+2})\Rightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{11}{2} \\ y=7 \end{cases}$， $P(-\dfrac{11}{2},\ 7)$ ．

6.△ABC 中，$A(0,\ 3)$，$B(-1,\ -1)$，$C(-2,\ 4)$，則△ABC 之重心坐標爲____________．

解答　$(-1,\ 2)$

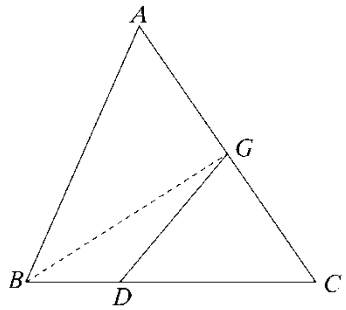
解析　重心爲 $(\frac{0+(-1)+(-2)}{3},\ \frac{3+(-1)+4}{3})=(-1,\ 2)$．

7.若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}=(3,\ -4)$ 平行且方向相反，$|\overrightarrow{a}|=10$，則 $\overrightarrow{a}=$____________．

解答　$(-6,\ 8)$

解析　$\dfrac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}=-\dfrac{\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{b}|}\ \Rightarrow\ \overrightarrow{a}=-\dfrac{10}{5}(3,\ -4)=(-6,\ 8)$．

8.△ABC 中，D 爲 $\overline{BC}$ 上一點且 $\overline{CD}=2\overline{BD}$，$G$ 爲 $\overline{AC}$ 中點，若 $\overrightarrow{GD}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$，$r$，$s\in\mathbb{R}$，則數對 $(r,\ s)=$____________．



解答　$(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{6})$

解析　$\overrightarrow{GD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{GB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{GC}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})+\frac{1}{3}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})=\frac{2}{3}(-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AB})+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

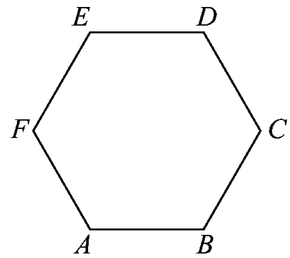
$=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$，$\therefore\ (r,\ s)=(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{6})$．

9.設四邊形 $ABCD$ 中，$P\in\overline{AB}$ 且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$，$Q\in\overline{CD}$ 且 $\overline{CQ}:\overline{QD}=3:2$，則 $\overrightarrow{PQ}=$____________ $\overrightarrow{AD}+$____________ $\overrightarrow{BC}$．

解答　(1) $\frac{3}{5}$；(2) $\frac{2}{5}$

解析　$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{DC}=\frac{2}{5}(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA})+\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC})=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$．

10.正六邊形 $ABCDEF$，$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，$x,\ y\in\mathbb{R}$，則序對 $(x,\ y)=$____________．

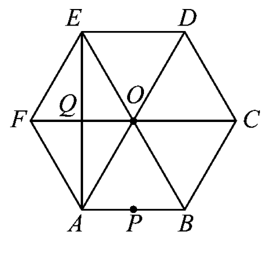


解答　$(-3,\ 2)$

解析　$\because\ \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{BC}+(-\overrightarrow{AB})=2(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})+(-\overrightarrow{AB})=-3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$，

$\therefore\ (x,\ y)=(-3,\ 2)$．

11.正六邊形 $ABCDEF$，P 爲 $\overline{AB}$ 之中點，對角線 $\overline{AE}$ 與 $\overline{CF}$ 相交於 Q，若 $\overrightarrow{PQ}=x\overrightarrow{PC}+y\overrightarrow{PF}$，$x$，$y\in\mathbb{R}$，則數對 $(x,\ y)=$____________．



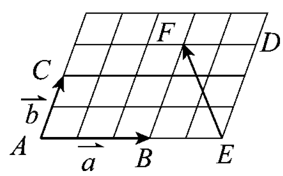
解答　$(\frac{1}{4},\ \frac{3}{4})$

解析　$\because$ 四邊形 $AOEF$ 爲一平行四邊形，$\therefore\ \overline{FQ}=\frac{1}{2}\overline{FO}=\frac{1}{4}\overline{FC}$，

即 $\overline{FQ}:\overline{QC}=1:3\ \Rightarrow\ \overrightarrow{PQ}=\frac{1}{1+3}\overrightarrow{PC}+\frac{3}{1+3}\overrightarrow{PF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{PC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{PF}$，

$\therefore\ (x,\ y)=(\frac{1}{4},\ \frac{3}{4})$．

12.右圖爲兩組平行線所組成的多個平行四邊形，各組平行線間距離相等，令 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{AC}$，$x$，$y\in\mathbb{R}$，若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$，則數對 $(x,\ y)=$____________．



解答　$(-\frac{2}{3},\ \frac{3}{2})$

解析　∵ $\overline{AB}:\overline{EB}=3:2$ 且 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{EB}$ 反向，∴ $\overrightarrow{EB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{a}$，

又 $\overline{AC}:\overline{ED}=2:3$ 且 $\overrightarrow{AC}$ 與 $\overrightarrow{ED}$ 同向，∴ $\overrightarrow{ED}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{b}$，

故 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{ED}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{3}{2}\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ $(x,\ y)=(-\frac{2}{3},\ \frac{3}{2})$．

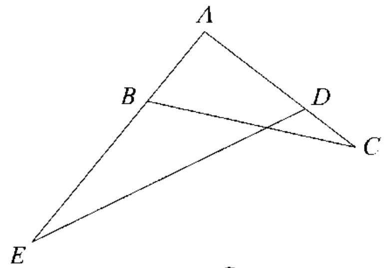
13.設 $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 不平行，若 $(3x+y-5)\overrightarrow{u}+(x-y+1)\overrightarrow{v}=\overrightarrow{0}$，則 $x+y=$____________．

解答　3

解析　$(3x+y-5)\overrightarrow{u}+(x-y+1)\overrightarrow{v}=\overrightarrow{0}=0\overrightarrow{u}+0\overrightarrow{v}$，

$\begin{cases}3x+y-5=0\\x-y+1=0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，得 $x+y=3$．

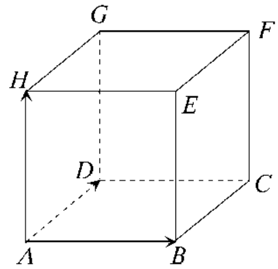
14.設△ABC 中，D 是 $\overline{AC}$ 上的一點，$\overline{AD}=\frac{2}{3}\overline{AC}$，$E$ 是 $\overline{AB}$ 延長線上的一點，$\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$，把 $\overrightarrow{DE}$ 表成 $r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$ 的形式爲____________．



解答　$3\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

解析　$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$．

15.有一正立方體，其邊長都是 5，若向量 $\overrightarrow{a}$ 的起點與終點都是此正立方體的頂點，且 $|\overrightarrow{a}|=5$，則共有____________個不相等的向量 $\overrightarrow{a}$．



解答　6

解析　$\overrightarrow{a}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{AH}$，$\overrightarrow{HA}$，

∴ 共有 6 個不相等的向量 $\overrightarrow{a}$．

16.設 G 是三角形 ABC 的重心，若 $\overrightarrow{GB}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對 $(x,\ y)=$____________．

解答　$(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3})$

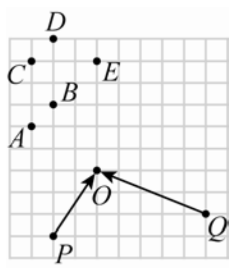
解析　$\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}-(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，∴ $(x,\ y)=(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3})$．

17.設△ABC 爲平面上的一個三角形，P 爲平面上一點且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$，其中 t 爲一實數，若 P 落在△ABC 的內部（含邊界），則 t 的範圍爲____________．

解答　$0\le t\le\frac{3}{4}$

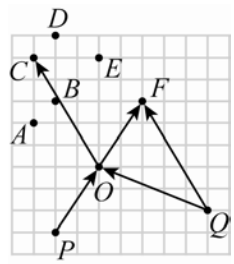
解析　內部表示任意 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，$x\ge 0$，$y\ge 0$ 且 $x+y\le 1$，∴ $0\le t\le\frac{3}{4}$．

18.如圖，每一小格皆爲邊長是 1 的正方形，



(1)圖中哪一向量與另兩個向量 $\overrightarrow{PO}$，$\overrightarrow{QO}$ 之和等於零向量？____________．

(2)若 $\overrightarrow{PQ}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{BC}$，其中 m，n 爲實數，則數對$(m,\ n)=$____________．



解答 (1) $\overrightarrow{CO}$;(2)(5，-2)

解析 (1)如圖：$\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{QO}=\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{QO}=\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{OC}$，

設 $\overrightarrow{a}+(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{QO})=\overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{a}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$，

$\therefore\ \overrightarrow{a}=-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CO}$，即所求爲 $\overrightarrow{CO}$.

(2) $\overrightarrow{AB}=(1,1),\quad \overrightarrow{BC}=(-1,2),\quad \overrightarrow{PQ}=(7,\ 1)$

又 $\overrightarrow{PQ}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{BC} \Rightarrow \ (7,\ 1)=m(1,\ 1)+n(-1,\ 2)=(m-n,\ m+2n)$，

$\begin{cases} m-n=7 \\ m+2n=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=-2 \end{cases}$，$(m,\ n)=(5,\ -2)$.

19.設 $\overrightarrow{a}=(2,\ 0)$，$\overrightarrow{b}=(1,\ 1)$，$t$ 是實數，則 $|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}|$ 的最小值爲____________.

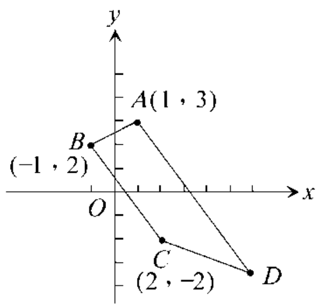
解答 $\sqrt{2}$

解析 $\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}=(2,\ 0)+t(1,\ 1)=(2+t,\ t)$，

$|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}|=|(2+t,\ t)|=\sqrt{(2+t)^2+t^2}=\sqrt{2(t+1)^2+2}$，

當 $t=-1$ 時，有最小值爲 $\sqrt{2}$.

20.梯形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$，$A(1,\ 3)$，$B(-1,\ 2)$，$C(2,\ -2)$，$\overline{AD}=8$，則 D 點坐標爲__________.



解答 $(\frac{29}{5},\ -\frac{17}{5})$

解析 $\overrightarrow{BC}=(3,\ -4)$，$\because$

$\overrightarrow{AD}//\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AD}=8\times\frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}=8\times\frac{(3,-4)}{5}=(\frac{24}{5},-\frac{32}{5})$，

$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}=(1,\ 3)+(\frac{24}{5},-\frac{32}{5})=(\frac{29}{5},-\frac{17}{5})$，

$\therefore \quad D(\frac{29}{5},\ -\frac{17}{5})$.

21.若 $\overrightarrow{a}$ 之長度爲 6，與 x 軸正向的夾角爲 $45°$，則 $\overrightarrow{a}=$____________.（以坐標表示）

解答 $(3\sqrt{2},\ 3\sqrt{2})$

解析 $\overrightarrow{a}=6(\cos 45°,\ \sin 45°)=6(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2})=(3\sqrt{2},\ 3\sqrt{2})$.

22.設 $\overrightarrow{OA}=(-3,\ 4)$，$\overrightarrow{OB}=(12,\ 5)$，$\angle AOB$ 之角平分線交 $\overline{AB}$ 於 P，則 $\overrightarrow{OP}=$_______ $\overrightarrow{OA}+$_______ $\overrightarrow{OB}$.

解答 (1) $\frac{13}{18}$;(2) $\frac{5}{18}$

解析 $\overrightarrow{OA}=(-3,\ 4) \quad \Rightarrow \quad |\overrightarrow{OA}|=5$；$\overrightarrow{OB}=(12,\ 5) \quad \Rightarrow \quad |\overrightarrow{OB}|=13$

$\Rightarrow \quad \overline{AP}:\overline{PB}=|\overrightarrow{OA}|:|\overrightarrow{OB}|=5:13$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{OP}=\frac{13}{18}\overrightarrow{OA}+\frac{5}{18}\overrightarrow{OB}$.