康熹文化 數學3分冊測驗卷乙卷　第十四回　--簡答與解析

●●●●●●● 簡　答 ●●●●●●●

一、**1.** (3)　**2.** (4)　**3.** (2)　二、**1.** (2)(3)(4)(5)　**2.** (1)(2)(4)(5)　三、**1.** -66　**2.** $(-1,\frac{1}{2})$
3. $\frac{26}{9}$　**4.** $\frac{39}{5}$　**5.** $(5,11)$　四、**1.** (1) $\frac{4}{5}$　(2) $\frac{3}{2}$　**2.** 最小值為 $7\sqrt{2}$，$t=3$

●●●●●●● 解　析 ●●●●●●●

一、單一選擇題

1. L_1 之法向量為 $\overrightarrow{n_1}=(\sqrt{3},1)$，$L_2$ 之法向量為 $\overrightarrow{n_2}=(1,\sqrt{3})$

$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2\times 2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(3)．

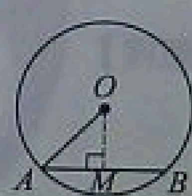
【對應課本 P.181】

2. 由柯西不等式 $[x^2+(2y)^2](3^2+1^2)\geq(3x+2y)^2$
$\Rightarrow\ 3\times 10\geq(3x+2y)^2$
$\Rightarrow\ -\sqrt{30}\leq 3x+2y\leq\sqrt{30}$，
故最大值為 $\sqrt{30}$，
故選(4)．

【對應課本 P.178】

3. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=-|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AO}|\cos\angle OAM$

$=-|\overrightarrow{AB}|\cdot|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}|=-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=-18$，故選(2)．



【對應課本 P.169】

二、多重選擇題

1. (1)×，$\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$．
(2)○．
(3)○，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$．
(4)○，$|\overrightarrow{AB}|^2=25|\overrightarrow{a}|^2+30\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9|\overrightarrow{b}|^2=25+30\times\frac{1}{2}+9=49\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=7$．
(5)○，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=(5\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})\cdot(3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=15|\overrightarrow{a}|^2+4\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}-3|\overrightarrow{b}|^2=14$．
故選(2)(3)(4)(5)．

【對應課本 P.156、P.169】

2. $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，令 $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}t\overrightarrow{AD}$．

由 D,F,B 共線 $\Rightarrow t+\frac{1}{3}t=1$，$t=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \Rightarrow x=\frac{3}{4}，y=\frac{1}{4}$，且

$\overline{DF}:\overline{FB}=\frac{3}{4}:\frac{1}{4}=3:1$，故選(1)(2)(4)(5)。 【對應課

三、填充題

1. $\begin{vmatrix} \sqrt{2}+2\sqrt{13}+4 & 2\sqrt{13} \\ \sqrt{2}+2\sqrt{13}-4 & \sqrt{2}-4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \sqrt{2}+4 & 2\sqrt{13} \\ 2\sqrt{13} & \sqrt{2}-4 \end{vmatrix}=(\sqrt{2}+4)(\sqrt{2}-4)-(2\sqrt{13})^2$

$=(-14)-52=-66$。 【對應課本

2. 由$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，可設$\overrightarrow{OC}=(2t,-t)$，

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=(2t-1,-t-2)$

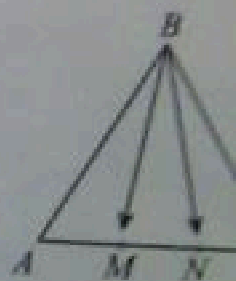
由$\overrightarrow{BC}\,/\!/\,\overrightarrow{OA} \Rightarrow \frac{2t-1}{4}=\frac{-t-2}{3} \Rightarrow 6t-3=-4t-8$

$\Rightarrow t=-\frac{1}{2}$，故$\overrightarrow{OC}=(-1,\frac{1}{2})$。 【對應課本

3. 由分點公式知$\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BN}=\frac{2}{9}|\overrightarrow{BA}|^2+\frac{5}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{2}{9}|\overrightarrow{BC}|^2$

$=\frac{2}{9}\times 4+\frac{5}{9}\times 2\times 2\times\cos 60°+\frac{2}{9}\times 4=\frac{26}{9}$。



【對應課本

4. 設$P(1+3t,4-4t)$為L上任意點

$\Rightarrow \overline{AP}=\sqrt{(3t+3)^2+(-4t+9)^2}$

$=\sqrt{25t^2-54t+90}=\sqrt{25(t-\frac{27}{25})^2+\frac{1521}{25}}\geq\frac{39}{5}$

$\therefore$取$t=\frac{27}{25}$時，$\overline{AP}=\frac{39}{5}$即為所求。

〈另解〉將L化成一般式得$4x+3y-16=0$

則$d(A,L)=\frac{|4(-2)+3(-5)-16|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|-39|}{5}=\frac{39}{5}$。 【對應課本 P.162，P.

5. 設$C(x,y)$，$\overrightarrow{AB}=(3,4)$，$|\overrightarrow{AB}|=5$，

又$\overline{CD}=10$且$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

$\overrightarrow{DC}=\frac{10}{5}\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB} \Rightarrow (x+1,y-3)=2(3,4)$

$\Rightarrow x=5$，$y=11$，故$C(5,11)$。

【對應課本 P.1

四、計算題

1. (1) $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1)$

$$\Rightarrow \cos A=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{2+2}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{4}{5}\ .$$

(2) $\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}\right|=\frac{3}{2}$.

2. $t\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=(t+4,-t+10)$

$$\Rightarrow |t\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|^2=\sqrt{(t+4)^2+(-t+10)^2}$$

$$=\sqrt{2t^2-12t+116}=\sqrt{2(t-3)^2+98}\geq\sqrt{98}=7\sqrt{2}$$

故 $t\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$ 長度的最小值爲 $7\sqrt{2}$，此時 $t=3$.