

高雄市明誠中學 高二數學複習測驗 日期：100.11.28				
範圍	2-2 線性規劃(B)	班級	普二 班	姓
		座號		名

一、填充題 (每題 10 分)

1. 設某公司用 A, B 兩種機器生產某產品, A 機器每台需成本 20 萬元及 10 萬元的維護費, 且每台有年利潤 3 萬元, 而 B 機器每台需成本 30 萬元及 40 萬元的維護費, 且每台有年利潤 8 萬元. 但公司編制機器成本不超過 600 萬元, 且總維護費不超過 400 萬元, 則此公司每種機器應各購置多少台以求得最大年利潤, 並算出最大年利潤.

	機器 A	機器 B	費用上限
機器成本	20	30	600
維護費	10	40	400
每台年利潤	3	8	

解答 A 機器 24 台, B 機器 4 台, 最大年利潤 104 萬元

解析 設購置 A 機器 x 台, B 機器 y 台,

$$\text{則限制條件爲 } \begin{cases} 20x + 30y \leq 600 \\ 10x + 40y \leq 400 \end{cases}, \\ x, y \text{ 爲非負整數}$$

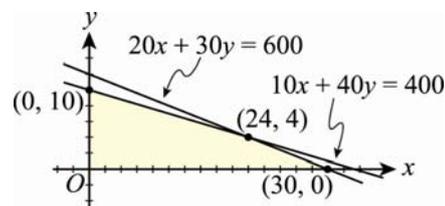
此不等式組區域圖形如附圖:

目標函數爲 $3x + 8y = k$, 表斜率 $-\frac{3}{8}$ 且 y 截距爲 $\frac{k}{8}$ 的直線,

當通過 $20x + 30y = 600$ 與 $10x + 40y = 400$ 的交點 $(24, 4)$,

即 $x = 24, y = 4$ 時, 有最大值 $k = 3 \times 24 + 8 \times 4 = 104$,

故購置 A 機器 24 台, B 機器 4 台, 有最大年利潤 104 萬元.



2. 作不等式組的圖形 $\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |x - 1| \leq 2 \end{cases}$.

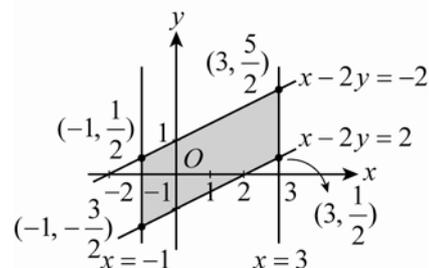
解答 見解析

解析 $\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |x - 1| \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -2 \leq x - 1 \leq 2 \end{cases}$.

3. 設 $A(4, -2), B(2, 0)$ 在 $3x + 2y + k = 0$ 的異側, 求 k 的範圍.

解答 $-8 < k < -6$

解析 $(12 - 4 + k)(6 + 0 + k) < 0 \Rightarrow (k + 8)(k + 6) < 0 \Rightarrow -8 < k < -6$.



4. 小明有 50 元, 他想買柳丁和香蕉; 如果柳丁每個 3 元, 香蕉每根 4 元, 且柳丁至少買 2 個, 柳丁的個數至少是香蕉根數的 2 倍, 試問小明有多少買法? (香蕉可不買)

解答 52 種

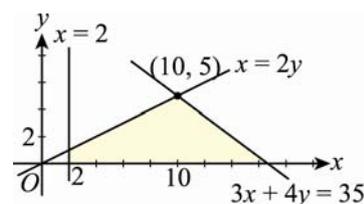
解析 設柳丁買 x 個, 香蕉買 y 根, 則 x, y 都是非負整數且 $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x \geq 2y \\ 3x + 4y \leq 50 \end{cases}$,

如圖:

$y = 0$ 時, x 有 15 個; $y = 1$ 時, x 有 14 個; $y = 2$ 時, x 有 11 個;

$y = 3$ 時, x 有 7 個; $y = 4$ 時, x 有 4 個; $y = 5$ 時, x 有 1 個,

共有 $15 + 14 + 11 + 7 + 4 + 1 = 52$ 種買法.



5. 在 $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \geq 2, x + y \leq 4$ 的條件下，分別求下列的最大值與最小值：

(1) $2x - y$. (2) $x^2 + y^2$. (3) $\frac{y+3}{x-5}$.

解答 (1) 最大值 8, 最小值 -4; (2) 最大值 16, 最小值 $\frac{4}{5}$; (3) 最大值 $-\frac{4}{5}$, 最小值 -3

解析 (1) $f(x, y) = 2x - y$,

(x, y)	(2, 0)	(0, 1)	(4, 0)	(0, 4)
$f(x, y)$	4	-1	8	-4

最大值 8, 最小值 -4.

(2) $g(x, y) = x^2 + y^2 = (\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2})^2$,

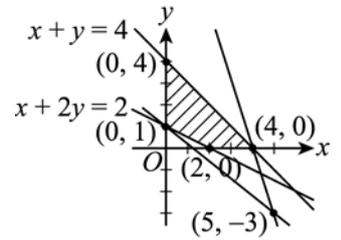
最小值為(0, 0)至 $x + 2y = 2$ 之距離的平方 $\Rightarrow \left(\frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+2^2}}\right)^2 = \frac{4}{5}$,

最大值為(0, 0)至(4, 0)或(0, 4)之距離的平方 $\Rightarrow 0^2 + 4^2 = 16$.

(3) $h(x, y) = \frac{y+3}{x-5}$ 表 (x, y) 與(5, -3)兩點之斜率,

最小值為(5, -3)與(4, 0)連線之斜率 = -3,

最大值為(5, -3)與(0, 1)連線之斜率 = $-\frac{4}{5}$.



6. 某電器股份有限公司，有甲、乙兩廠生產彩色電視機，其營業狀況如下表所示，問甲、乙兩廠每週開工幾日，可以最節省的方式供應所需？

每日產量(架) \ 廠別	甲廠	乙廠	每週需要量(架)
29吋	12	4	48
25吋	4	4	32
20吋	8	24	96
每日開支(元)	80000	60000	

解答 甲開工 2 日，乙開工 6 日

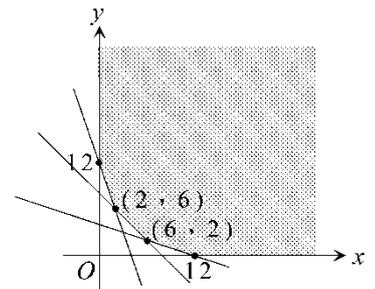
解析 設甲廠每週開工 x 日，乙廠每週開工 y 日，

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 12x + 4y \geq 48 \\ 4x + 4y \geq 32 \\ 8x + 24y \geq 96 \end{cases}, \text{化簡得} \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + y \geq 12 \\ x + y \geq 8 \\ x + 3y \geq 12 \end{cases}$$

目標函數 $k = 80000x + 60000y$ 要最小，

(x, y)	(12, 0)	(6, 2)	(2, 6)	(0, 12)
k	960000	600000	520000	720000

所以甲廠開工 2 日，乙廠開工 6 日，開支 520000 元最省。



7. 為預防禽流感，營養師吩咐雞場主人每天須從飼料中提供至少 84 單位的營養素 A、至少 72 單位的營養素 B 和至少 60 單位的營養素 C 給他的雞群。這三種營養素可由兩種飼料中獲得，且知第一種飼料每公斤售價 5 元並含有 7 單位的營養素 A，3 單位的營養素 B 與 3 單位的營養素 C；第二種飼料每公斤售價 4 元並含有 2 單位的營養素 A，6 單位的營養素 B 與 2 單位的營養素 C。

(1) 若雞場主人每天使用 x 公斤的第一種飼料與 y 公斤的第二種飼料就能符合營養師吩咐，試寫下 x, y 必須滿足的不等式組。

(2) 若雞場主人想以最少的飼料成本來達到雞群的營養要求，則① x, y 的值為何？② 最少的飼料成本又是多少？

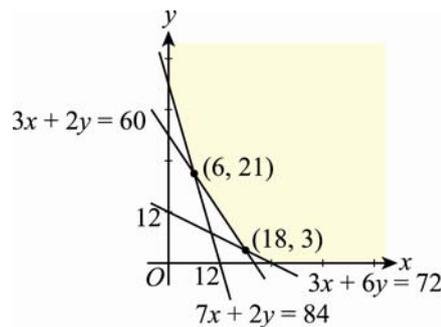
解答 (1) $\begin{cases} 7x+2y \geq 84 \\ 3x+6y \geq 72, x, y \text{ 均非負整數} \\ 3x+2y \geq 60 \end{cases}$; (2) ① $x=18, y=3$; ② 成本102元最少

解析 (1) $\begin{cases} 7x+2y \geq 84 \\ 3x+6y \geq 72, x, y \text{ 均非負整數} \\ 3x+2y \geq 60 \end{cases}$

(2) 斜線區域的邊界頂點 $(0, 42), (6, 21), (18, 3), (24, 0)$,

欲使 $5x+4y$ 有最小值.

其中 $f(18, 3)=102$ 值最小. $x=18, y=3$ 時, 成本102元最少.



8. 設大小不同的兩種鋼板, 要截出 A, B, C 三種規格的小鋼板塊, 已知兩種鋼板每片可截出 A, B, C 種鋼板塊如表所示: 如果我們想截出 A, B, C 三種規格的小鋼板塊依序為 15, 18, 27 塊, 且第一種鋼板成本每片 4000 元, 第二種鋼板每片 10000 元, 試求:

(1) 兩種鋼板各截多少片可使成本花費最少? (2) 此時最少成本為何?

	規格	規格	規格
第一種鋼板	2	1	1
第二種鋼板	1	2	3

解答 (1) 第一種 6 片, 第二種 7 片; (2) 共 94000 元

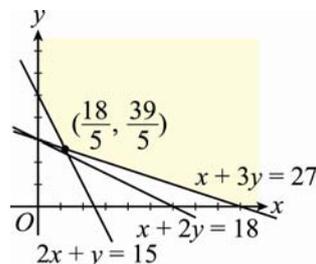
解析 設第一種鋼板截 x 塊, 第二種截 y 塊, 則必須滿足 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 2x+y \geq 15 \\ x+2y \geq 18 \\ x+3y \geq 27 \end{cases}$, x, y 均為整數,

欲使花費 $f(x, y) = 4000x + 10000y$ 最小,

在可行解區域內 $f(\frac{18}{5}, \frac{39}{5})$ 最小, 但是 x, y 必須整數,

所以當 $x=6, y=7$ 時, $f(6, 7) = 2000 \times (6 \times 2 + 5 \times 7) = 94000$ 最小.

故第一種 6 片, 第二種 7 片, 成本共 94000 元.



9. 如圖, x 軸, L_1, L_2 所圍的區域為 R , 設點 P 在區域 R 內, P 點到 x 軸, L_1, L_2 的距離分別是 d_1, d_2, d_3 , 試求: (1) $d_1 + d_2 + d_3$ 的最大值.

(2) $d_1 + d_2 + d_3$ 的最小值.

解答 (1) $2\sqrt{5}$; (2) 2

解析 設 $P(x, y)$, 由已知得 $L_1: x-2y=0, L_2: 2x+y-10=0$,

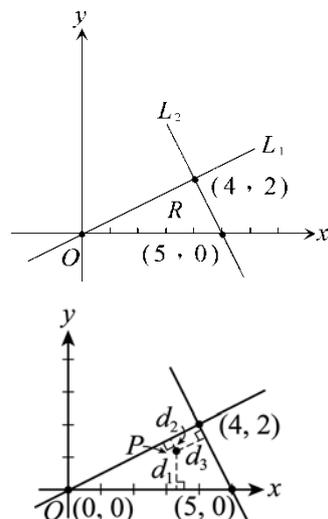
$$\text{故 } d_1 = |y|, d_2 = \frac{|x-2y|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{|x-2y|}{\sqrt{5}},$$

$$d_3 = \frac{|2x+y-10|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|2x+y-10|}{\sqrt{5}},$$

$\therefore (x, y) \in I$ (第一象限),

$$\therefore D(x, y) = d_1 + d_2 + d_3 = y + \frac{x-2y}{\sqrt{5}} + \frac{-2x-y+10}{\sqrt{5}} = y + \frac{-x-3y+10}{\sqrt{5}},$$

$D(0, 0) = 2\sqrt{5}, D(5, 0) = \sqrt{5}, D(4, 2) = 2$, 故最大值為 $2\sqrt{5}$, 最小值為 2.



10.老張帶了 50000 元，開著載重量為 1000 公斤的貨車去批水果，若水梨與橘子的批價各為每公斤 60 元與 20 元，零售價各為每公斤 80 元與 30 元，問他應該買進水梨與橘子各多少公斤，方便收益最大？

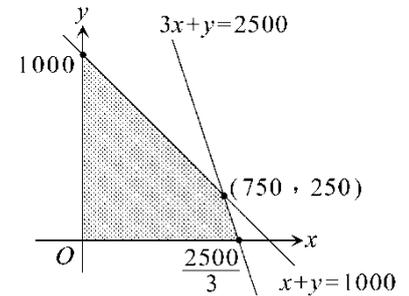
解答 買水梨 750 公斤，橘子 250 公斤，可得最大收益 17500 元

解析 設水梨買 x 公斤，橘子買 y 公斤，則

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y \leq 1000 \\ 60x + 20y \leq 50000, \text{ 即 } 3x + y \leq 2500 \end{cases},$$

收益為 $(80 - 60)x + (30 - 20)y = 20x + 10y$,

頂點	(0, 0)	(0, 1000)	(750, 250)	$(\frac{2500}{3}, 0)$
$20x + 10y$	0	10000	17500	$16666\frac{2}{3}$



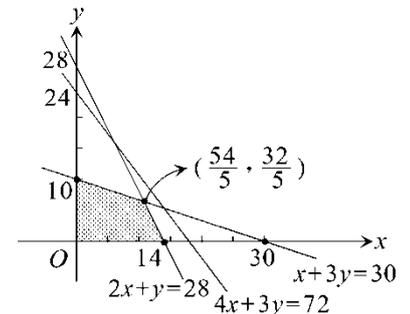
所以買水梨 750 公斤，橘子 250 公斤，可得最大收益 17500 元。

11.某工廠 A, B, C 三種不同原料調製二種產品，第一種產品 A, B, C 三種原料各占 $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ ，第二種產品這三種原料各占 $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ ，若現有 A 原料 6 公噸，B 原料 5 公噸，C 原料 7 公噸，而第一種產品的售價為每公噸 5000 元，第二種產品的售價為每公噸 4000 元，而且銷售也沒有問題，問這兩種產品各生產若干公噸，可獲得最高收入。（若限制兩種產品之產量均為整數單位）

解答 第一種產品生產 11 公噸，第二種產品生產 6 公噸，可以得到最大收入為 79000 元

解析 設第一種產品生產 x 公噸，第二種產品生產 y 公噸，

$$\text{依題意列式 } \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y \leq 6 \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}y \leq 5 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 7 \end{cases}, \text{ 再化簡為 } \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 4x + 3y \leq 72 \\ x + 3y \leq 30 \\ 2x + y \leq 28 \end{cases}$$



目標函數 $k = 5000x + 4000y$ ，其斜率為 $-\frac{5}{4}$ ，比 $2x + y = 28$ 的斜率 -2 大，

故平行線最先碰到頂點 $(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$ ，

但題意要求產量需要整數，所以要找 $(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$ 附近的格子點（且在可行解區域內），

在可行解內與 $(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$ 附近的格子點有 (9, 7), (10, 6), (11, 6)，

(x, y)	(9, 7)	(10, 6)	(11, 6)
k	73000	74000	79000

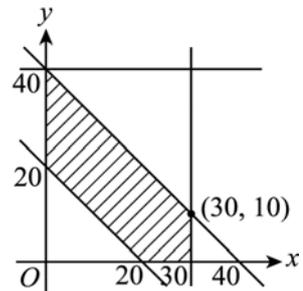
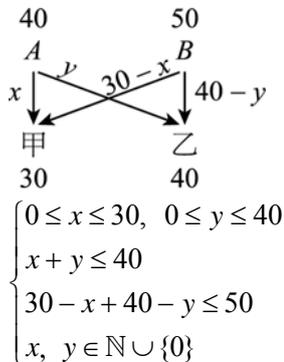
所以第一種產品生產 11 公噸，第二種產品生產 6 公噸，可以得到最大收入為 79000 元。

12.一五金商有 A, B 兩廠，A 廠產品 40 單位，B 廠產品 50 單位，該商人自甲，乙兩鎮接獲貨單，甲要 30 單位，乙要 40 單位，如果自 A, B 兩廠運產品至甲，乙兩鎮，每單位運費如下表，在運費最低的條件下求分配兩廠產品數量運至甲，乙兩鎮，應各多少單位，又此時運費為多少元？

運費	甲鎮	乙鎮
A 廠	100 元	140 元
B 廠	120 元	150 元

解答 A → 甲 30 單位, A → 乙 10 單位, B → 甲 0 單位, B → 乙 30 單位, 運費最低為 8900 元

解析 用下列圖表來假設：



目標函數 $P = 100x + 140y + 120(30 - x) + 150(40 - y) = -20x - 10y + 9600$,

(x, y)	$(20, 0)$	$(0, 20)$	$(30, 0)$	$(30, 10)$	$(0, 40)$
P	9200	9400	9000	8900	9200

∴ 當 $x = 30, y = 10$ 時, P 有最小值 8900,

即 A → 甲 : 30 單位, B → 甲 : 0 單位,

A → 乙 : 10 單位, B → 乙 : 30 單位, 運費最低為 8900 元 .

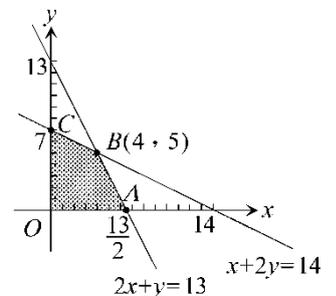
13. $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 2x + y \leq 13 \\ x + 2y \leq 14 \end{cases}$. (1) 求此不等式組所圍的區域面積 . (2) 求此區域內的格子點有多少 ?

解答 (1) $\frac{121}{4}$; (2) 40 個

解析 (1) $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 2x + y \leq 13 \\ x + 2y \leq 14 \end{cases}$ 之圖形如下, $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$ 之解為 $(4, 5)$,

不等式組圍成的區域 $OABC$ 面積

$$= \triangle OAB \text{ 與 } \triangle OBC \text{ 的面積和} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times 5 + \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = \frac{121}{4} .$$



(2) 區域內的格子點：

$x = 0$ 時, 有 8 點; $x = 1$ 時, 有 7 點; $x = 2$ 時, 有 7 點; $x = 3$ 時, 有 6 點;

$x = 4$ 時, 有 6 點; $x = 5$ 時, 有 4 點; $x = 6$ 時, 有 2 點;

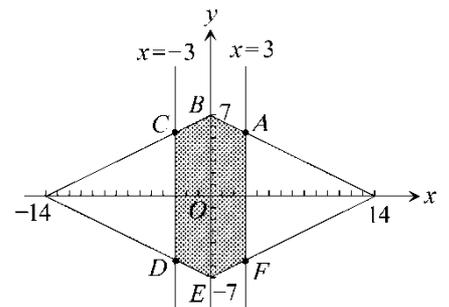
共有 $8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 4 + 2 = 40$ 個格子點 .

14. $\begin{cases} |x| + 2|y| \leq 14 \\ |x| \leq 3 \end{cases}$, 求此不等式組圍成的區域面積 .

解答 75

解析 $\begin{cases} |x| + 2|y| \leq 14 \\ |x| \leq 3 \end{cases}$ 的圖形如下,

此不等式組區域面積為多邊形 $ABCDEF$ 所圍的面積,



$$A(3, \frac{11}{2}), B(0, 7), E(0, -7), F(3, \frac{-11}{2}),$$

$$\text{梯形 } ABEF \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times (14 + 11) \times 3 = \frac{75}{2}, \text{ 所以 } ABCDEF \text{ 的面積} = 75.$$

15. 在坐標平面上, $A(2, -2), B(4, 5), C(-2, 2)$, 用不等式組表示 $\triangle ABC$ 的區域 (含邊界) .

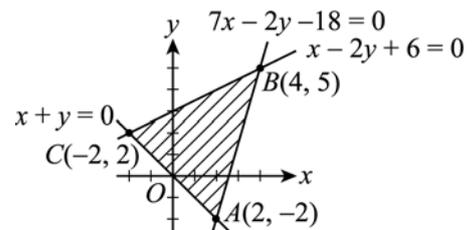
解答
$$\begin{cases} 7x - 2y - 18 \leq 0 \\ x - 2y + 6 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$$

解析 $\overleftrightarrow{AB} : (y+2) = \frac{7}{2}(x-2) \Rightarrow 7x - 2y - 18 = 0,$

$$\overleftrightarrow{AC} : (y+2) = \frac{-4}{4}(x-2) \Rightarrow x + y = 0,$$

$$\overleftrightarrow{BC} : (y-2) = \frac{3}{6}(x+2) \Rightarrow x - 2y + 6 = 0,$$

如圖, 可知 $\triangle ABC$ 的區域為
$$\begin{cases} 7x - 2y - 18 \leq 0 \\ x - 2y + 6 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}.$$



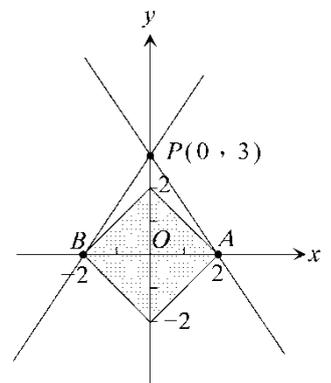
16. 設直線 $y = mx + 3$ 與不等式 $|x| + |y| \leq 2$ 的圖形有交點, 求 m 之範圍 .

解答 $m \geq \frac{3}{2}$ 或 $m \leq -\frac{3}{2}$

解析 $|x| + |y| \leq 2$ 的圖形是以 $(0, 0)$ 為中心的菱形區域, 直線 $y = mx + 3$ 是恆過點 $P(0, 3)$,

$$\text{斜率 } m_{\overleftrightarrow{PA}} = \frac{3-0}{0-2} = -\frac{3}{2}, \quad m_{\overleftrightarrow{PB}} = \frac{3-0}{0+2} = \frac{3}{2},$$

所以 m 之範圍為 $m \geq \frac{3}{2}$ 或 $m \leq -\frac{3}{2}$.



17. 設 $A(3, 1), B(-5, 6)$, 直線 $L : 2kx + 3y - 4 = 0$, 若 \overline{AB} 與 L 沒有交點, 求實數 k 之範圍 .

解答 $\frac{1}{6} < k < \frac{7}{5}$

解析 令 $f(x, y) = 2kx + 3y - 4$, 若 \overline{AB} 與 L 沒有交點, 則 A, B 在 L 的同側, 即 $f(3, 1)$ 與 $f(-5, 6)$ 同號 $\Rightarrow (6k + 3 - 4)(-10k + 18 - 4) > 0$

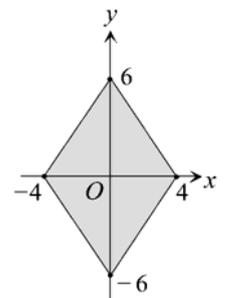
$$\Rightarrow (6k - 1)(5k - 7) < 0 \Rightarrow \frac{1}{6} < k < \frac{7}{5}.$$

18. 畫不等式 $3|x| + 2|y| \leq 12$ 的圖形, 並求其面積 .

解答 (1) 見解析; (2) 48

解析 (1) $3|x| + 2|y| \leq 12$ 之圖形對稱 x 軸及 y 軸, \therefore 先畫出第一象限的圖,

再由對稱關係可得右圖. (2) 面積為 $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$.



19. 設 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, a + b + c = 1, x = a + 3b + 4c, y = 2a + b + 3c$, 求在 xy 平面上, 點 (x, y) 所形成區域的面積 .

解答 $\frac{5}{2}$

解析 由
$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ a+3b+4c=x \\ 2a+b+3c=y \end{cases}$$

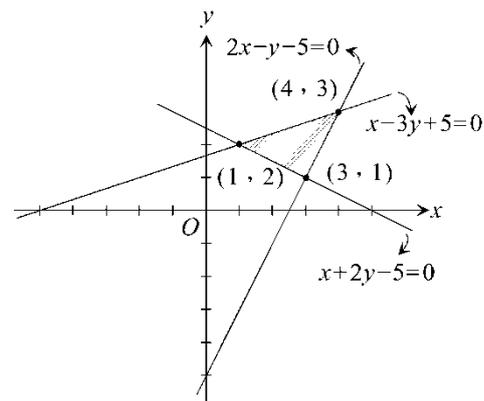
解得 $a = \frac{-1}{5}(2x - y - 5)$,

$b = \frac{1}{5}(x - 3y + 5)$,

$c = \frac{1}{5}(x + 2y - 5)$,

$\therefore a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$,

$\therefore \begin{cases} 2x - y - 5 \leq 0 \\ x - 3y + 5 \geq 0 \\ x + 2y - 5 \geq 0 \end{cases}$ 圖形為一三角形區域,



頂點為(3, 1), (4, 3), (1, 2), 故面積 = $\frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |9 - 4 + 8 - 3 + 1 - 6| = \frac{5}{2}$.

20. 甲種維他命丸每粒含 5 個單位維他命 A, 9 個單位維他命 B; 乙種維他命丸每粒含 6 個單位維他命 A, 4 個單位維他命 B, 若每人每天最少需 30 個單位維他命 A, 36 個單位維他命 B, 已知甲種維他命丸每粒 5 元, 乙種維他命丸每粒 4 元, 問這兩種維他命丸每天各要吃多少粒才能使消費最少而能從其中攝取足夠的維他命 A 與 B?

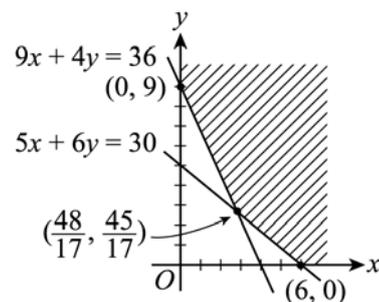
解答 甲 3 粒, 乙 3 粒

解析 設甲每天吃 x 粒, 乙每天吃 y 粒, 依題意
$$\begin{cases} 5x + 6y \geq 30 \\ 9x + 4y \geq 36 \\ x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{cases}$$

目標函數為 $P = 5x + 4y$, $\therefore x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

故於 $(\frac{48}{17}, \frac{45}{17})$ 附近格子點為所求,

當 $x = 3, y = 3$ 時, P 最小, 故甲種 3 粒, 乙種 3 粒.



21. 某工廠採購兩種不同品牌的馬達製造同一種玩具, 若採用甲品牌每個成本 1000 元, 運費 500 元可獲利 900 元, 若採用乙品牌, 每個成本 1500 元, 運費 400 元可獲利 1000 元, 今日預算為: 成本總共不超過 6000 元, 運費不得超過 2000 元, 問此工廠每日最多可獲利多少元?

解答 4000 元

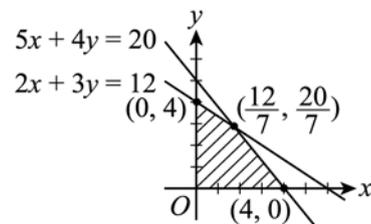
解析 設甲品牌採購 x 個, 乙品牌採購 y 個,

則依題意
$$\begin{cases} 1000x + 1500y \leq 6000 \\ 500x + 400y \leq 2000 \\ x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 12 \\ 5x + 4y \leq 20 \\ x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{cases}$$

目標函數為 $P = 900x + 1000y$, $\therefore x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

\therefore 取 $x = 0, y = 4$ 時, P 有最大值 $900 \times 0 + 1000 \times 4 = 4000$ (元),

故最多獲利 4000 元.



23. 一建築商欲興建兩種不同住宅大樓, 規劃如下:

A 棟大樓, 每戶地價成本 120 萬元, 建築費用 400 萬元;

B 棟大樓, 每戶地價成本 160 萬元, 建築費用 800 萬元.

該建商在資金部分，限制地價總成本上限為 1 億 8 千萬元，所有建築費用上限為 8 億元。假設大樓每戶皆可售出，且 A 棟每戶可獲利 100 萬元，B 棟每戶可獲利 150 萬元，請問 A, B 兩棟大樓各興建幾戶，才可得最大利潤。

解答 A 棟 50 戶，B 棟 75 戶

解析 設 A, B 兩棟大樓分別興建 x, y 戶，依題意列式得：

$$\begin{cases} 120x + 160y \leq 18000 \\ 400x + 800y \leq 80000 \\ x, y \text{ 爲非負整數} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y \leq 450 \\ x + 2y \leq 200 \\ x, y \text{ 爲非數整數} \end{cases}$$

畫出可行解區域如圖：

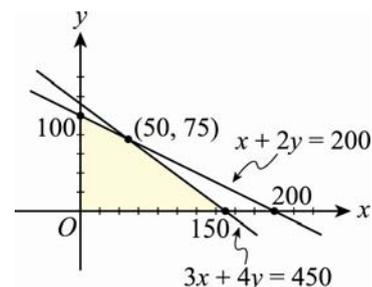
其頂點爲 $(0, 0), (150, 0), (50, 75), (0, 100)$ 。

目標函數爲 $k = 100x + 150y = 50(2x + 3y)$ (萬元)，

頂點	$(0, 0)$	$(150, 0)$	$(50, 75)$	$(0, 100)$
$2x + 3y$	0	300	325	300

當 $x = 50, y = 75$ 時， $2x + 3y$ 有最大值爲 325，

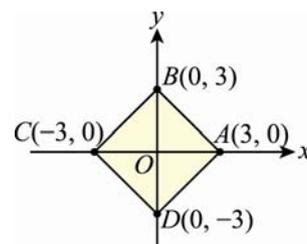
故 A 棟大樓興建 50 戶，B 棟大樓興建 75 戶，有最大利潤爲 $50 \times 325 = 16250$ 萬元。



24. 在坐標平面上作出 $|x| + |y| \leq 3$ 的圖形。(提示：分 $x, y \geq 0$ ； $x \geq 0, y < 0$ ； $x < 0, y \geq 0$ ，及 $x < 0, y < 0$ 四種情況討論。)

- 解析**
- ① $x \geq 0, y \geq 0$ 時， $x + y \leq 3$ ，
 - ② $x \geq 0, y < 0$ 時， $x - y \leq 3$ ，
 - ③ $x < 0, y \geq 0$ 時， $-x + y \leq 3$ ，
 - ④ $x < 0, y < 0$ 時， $-x - y \leq 3$ ，

作圖，得其圖形爲一正方形 $ABCD$ 之區域(內部及邊界)，其中 $A(3, 0), B(0, 3), C(-3, 0), D(0, -3)$ 。



25. 假設張三爲了健康，每天至少需要 29 單位的營養素 m 及 35 單位的營養素 n ，而這兩種營養素可由甲、乙兩種藥丸中獲得，且每粒藥丸所含營養素之單位量如下：

營養素	m	n
藥丸		
甲	5	9
乙	6	4

(1) 已知張三每天吃 x 粒甲藥丸與 y 粒乙藥丸，就可獲得足夠的營養素 (m 和 n)，其中 x, y 都是非負整數，試列出 x, y 必須滿足的不等式組。

(2) 已知甲藥丸每粒 10 元，乙藥丸每粒 8 元，若張三想以最少花費且獲得足夠營養素，則① x, y 值爲何？② 最少費用又是多少？

解答 (1)
$$\begin{cases} 5x + 6y \geq 29 \\ 9x + 4y \geq 35 \\ x, y \text{ 爲非負整數} \end{cases}$$
 ; (2) ① $x = 3, y = 3$; ② 54 元

解析 (1) 設張三每天應吃 x 粒甲藥丸與 y 粒乙藥丸，依題意列式得：

$$\begin{cases} 5x + 6y \geq 29 \\ 9x + 4y \geq 35 \\ x, y \text{ 爲非負整數} \end{cases}$$

(2)欲求花費 $k = 10x + 8y$ 的最小值,

先作不等式組的圖形如圖中的格子點, 其中 $\begin{cases} 5x + 6y = 29 \\ 9x + 4y = 35 \end{cases}$ 的解 $(\frac{47}{17}, \frac{43}{17})$,

圖中陰影部分內的格子點為可行解, 找出在頂點 $(0, \frac{35}{4})$, $(\frac{47}{17}, \frac{43}{17})$, $(\frac{29}{5}, 0)$

附近格子點代入 $k = 10x + 8y$ 如下:

(x, y)	$(0, 9)$	$(1, 7)$	$(2, 5)$	$(3, 3)$	$(4, 2)$	$(5, 1)$	$(6, 0)$
$10x + 8y$	72	66	60	54	56	58	60

當 $x = 3$, $y = 3$ 時, 最少費用為 $k = 10 \times 3 + 8 \times 3 = 54$ 元,

即表當直線 $10x + 8y = 0$ 向 x 軸正向 (往右) 移動, 最先碰到可行解區域內的點 $(3, 3)$,

故張三每天吃 3 粒甲藥丸, 3 粒乙藥丸, 使最少費用為 54 元.