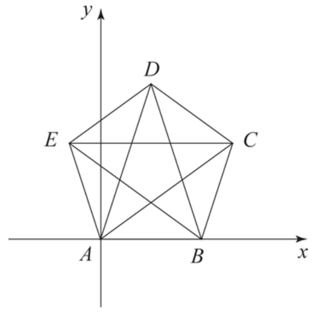
高雄市明誠中學 高二數學複習測驗 日期：100.11.01					
範圍	2-1 直線(A)	班級	普二 班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(C) 如圖，正五邊形 $ABCDE$ 有 5 條對角線，其中何者斜率最小？

(A) $\overline{AC}$ (B) $\overline{AD}$ (C) $\overline{BD}$ (D) $\overline{BE}$ (E) $\overline{CE}$



詳解：斜率最小者為 $\overline{BD}$

2、(A) 設 $ab>0,\ ac<0$ 則直線 $ax+by=c$ 不通過

(A)第一 (B)第二 (C)第三 (D)第四 象限

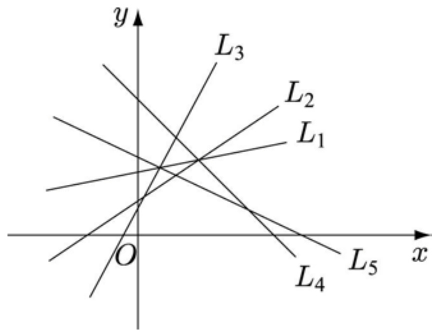
詳解：

$$ax+by=c \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} x & \frac{c}{a} & 0 \\ \hline y & 0 & \frac{c}{b} \end{array}$$

$\because ab>0,\ ac<0 \Rightarrow a,b$ 同號、a,c 異號、b,c 異號

$\therefore \frac{c}{a}<0,\quad \frac{c}{b}<0 \Rightarrow$ 過第二、三、四；不通過第一象限。

3、(C) 如圖，直線 L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 的斜率分別為 m_1, m_2, m_3, m_4, m_5，求斜率最大為何？ (A) m_1 (B) m_2 (C) m_3 (D) m_4 (E) m_5



詳解：∵左下至右上傾斜的直線其斜率為正，越陡者其斜率越大，

$\therefore m_3$ 為最大。

二、填充題 (每題 10 分)

1. 設 $A(2,-5)$，直線 $L: x-2y+3=0$，則由點 A 作直線 L 的垂直線的垂足坐標為________。

解答：$(-1,1)$

詳解：

直線 $L: x-2y+3=0 \Rightarrow m=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$

設所求直線 $L_1 \perp L$，則 $m_{L_1}=-2 \Rightarrow L_1: y+5=-2(x-2)$，即 $2x+y=-1$

$\therefore \begin{cases} x-2y=-3 \\ 2x+y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$，∴垂足坐標為 $(-1,1)$。

2. 兩條直線 L_1: $(11-3m)x+(m-1)y=1, L_2$: $(2m-1)x+5y=9$

(1)若 $L_1 // L_2$ 則 $m=$______________，(2)若 $L_1 \perp L_2$ 則 $m=$_____________。

解答：(1) $3,-9$ (2) $\frac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

詳解：$m_1=\frac{11-3m}{2m-1},\quad m_2=\frac{m-1}{5}$

(1) $L_1 // L_2 \Rightarrow \frac{11-3m}{2m-1}=\frac{m-1}{5} \therefore m^2+6m-27=0$，$(m+9)(m-3)=0, m=3$ 或 -9

(2) $L_1 \perp L_2 \Rightarrow \dfrac{11-3m}{2m-1}\times\dfrac{m-1}{5}=-1 \Rightarrow (11-3m)(2m-1)+5(m-1)=0$，

$3m^2-15m+8=0, m=\dfrac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

3. 若 $A(2,\ 11), B(5,\ 2), C(a,\ -1)$ 若 A,B,C 三點共線則 $a=$______。

$\boxed{\text{解答}}$：6

$\boxed{\text{詳解}}$：三點共線　$\therefore m_{AB}=m_{BC}$　$\dfrac{11-2}{2-5}=\dfrac{-1-2}{a-5} \Rightarrow \dfrac{9}{-3}=\dfrac{-3}{a-5}$　，$a=6$

4.試求在 x 軸上的截距為 8，在 y 軸上的截距為 -6 的直線 L 之方程式。

$\boxed{\text{解答}}$：$3x-4y=24$

$\boxed{\text{詳解}}$：

L 的截距式為 $\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-6}=1$,去分母，$3x-4y=24$

5.(1)試求與直線 $L:3x-4y+2=0$ 平行，而過一點 $P(3,\ 1)$ 的直線 L' 之方程式。__________

(2)試求與直線 $L:3x-4y+2=0$ 垂直，而過一點 $P(3,\ 1)$ 的直線 L'' 之方程式。__________

$\boxed{\text{解答}}$：(1) $3x-4y-5=0$　(2) $4x+3y-15=0$

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1) L' 之方程式為 $3x-4y+h=0$, $P(3,\ 1)$ 代入即 $3x-4y-5=0$。

(2) L'' 之方程式為 $4x+3y+k=0$, $P(3,\ 1)$ 代入即 $4x+3y-15=0$。

6. 已知 $A(5，2)$，$B(1，-2)$，$C(1，-4)$，求過 B 點且將 $\triangle ABC$ 的面積等分的直線方程式為__________。（以 $ax+by+c=0$ 之形式表之）

$\boxed{\text{解答}}$：　$x-2y-5=0$

$\boxed{\text{詳解}}$：

$\because$　過 B 點將 $\triangle ABC$ 的面積等分的直線必過 $\overline{AC}$ 之中點 $M(\dfrac{1+5}{2}，\dfrac{-4+2}{2})=M(3，-1)$，

即中線 $\overleftrightarrow{BM}$ 之方程式為 $y+2=\dfrac{-1+2}{3-1}(x-1) \Rightarrow x-2y-5=0$

7. 設三直線 L_1：$x-2y+3=0$，L_2：$2x+3y=0$，

L_3：$ax-y-1=0$，若 L_1，L_2，L_3 不能圍成一三角形，則 a 值為________________。

$\boxed{\text{解答}}$：$\dfrac{1}{2}$ 或 $-\dfrac{2}{3}$ 或 $-\dfrac{13}{9}$

$\boxed{\text{詳解}}$：

L_1，L_2，L_3 不能圍成一三角形之情形有

(1) $L_1 // L_3$：$\dfrac{1}{2}=a$　(2) $L_2 // L_3$：$-\dfrac{2}{3}=a$

(3) L_1，L_2，L_3 共點：（L_1 與 L_2 之交點在直線 L_3 上）

解 $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x+3y=0 \end{cases}$，得 $x=-\dfrac{9}{7}$，$y=\dfrac{6}{7}$　，$\therefore$　L_3 過點$(-\dfrac{9}{7}，\dfrac{6}{7})$

$\Rightarrow \quad a(-\frac{9}{7})-\frac{6}{7}-1=0$，$\therefore \quad a=-\frac{13}{9}$

8. 若直線 L 的斜率為 $\frac{3}{5}$，且和兩坐標軸所圍成的三角形面積為 30，若 L 不經過第四象限，得方程式為 $ax+by+30=0$，試求序對$(a，b)$之值為__________。

$\boxed{\text{解答}}$：(3，$-$5)

$\boxed{\text{詳解}}$：

設直線 L：$3x-5y+k=0$，x 截距 $=\frac{-k}{3}$，y 截距 $=\frac{k}{5}$

$30=\frac{1}{2}|\frac{-k}{3}\times\frac{k}{5}| \quad \Rightarrow \quad k=30$ 或 $k=-30$（不合，因 L 不過第四象限）

故 L：$3x-5y+30=0$，即序對$(a，b)=(3，-5)$

9. 已知 $A(2，-2)$，$B(1，1)$，$C(3，5)$，

(1)過 A，B 兩點之直線方程式為__________。

(2)過 C 點且 x 截距與 y 截距的絕對值相等，而不過原點之直線方程式為__________。

$\boxed{\text{解答}}$：(1) $3x+y-4=0$　(2) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}=1$ 或 $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}=1$

$\boxed{\text{詳解}}$：$A(2，-2)$，$B(1，1)$，$C(3，5)$

(1)過 A，B 兩點之直線方程式為 $\frac{y-1}{x-1}=\frac{-2-1}{2-1}$，即 $3x+y-4=0$

(2)設此直線方程式為 $y-5=m(x-3)\Rightarrow mx-y=3m-5 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y=0\Rightarrow x=\frac{3m-5}{m}, \\ x=0\Rightarrow y=-(3m-5), \end{cases}$

$\therefore \quad |\frac{3m-5}{m}|=|-(3m-5)|$　兩邊平方$\Rightarrow \quad (\frac{3m-5}{m})^2=(3m-5)^2$

$\Rightarrow \quad (3m-5)^2(m^2-1)=0 \quad \Rightarrow \quad (3m-5)^2(m+1)(m-1)=0 \quad \Rightarrow \quad m=\frac{5}{3}$，1，$-1$

當 $m=\frac{5}{3}$時，直線為 $y=\frac{5}{3}x$ 過原點不合

當 $m=1$ 時，直線為 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}=1$；當 $m=-1$ 時，直線為 $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}=1$

10. 設$\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(2，-8)$，$B(-6，-2)$，$C(6，-5)$，而且頂點 A 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，求(1)D 點的坐標____________________。

(2) $\angle A$的分角線方程式為____________________。

$\boxed{\text{解答}}$：(1)(2，$-$4)，(2) $x=2$

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1)$\because \overline{AB}=\sqrt{(2+6)^2+(-8+2)^2}=10$，$\overline{AC}=\sqrt{(2-6)^2+(-8+5)^2}=5$，

且 $\overline{AD}$ 為$\angle A$ 之平分線$\Rightarrow \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{10}{5}=\frac{2}{1}$

則由分點公式 $D(x，y)\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1\times(-6)+2\times 6}{2+1}=2 \\ y=\frac{1\times(-2)+2\times(-5)}{2+1}=-4 \end{cases}$，故 D 點的坐標為(2，$-$4)

(2) $\angle A$的分角線即直線$AD: x = 2$

11. L 爲過 $A(2，1)$且與 $L_1：2x - y = 0$，$L_2：2x + y = 0$ 各交於 P，Q 之直線，若 A 爲 $\overline{PQ}$的中點，則 L 之方程式爲_____________________。

$\boxed{解答}$： $y = 8x - 15$

$\boxed{詳解}$：

設 $P(a，2a)$，則 Q 可由中點公式得$(4 - a，2 - 2a)$，又 Q 在 L_2 上

$\therefore\ 2(4 - a) + (2 - 2a) = 0 \Rightarrow a = \dfrac{5}{2} \Rightarrow P(\dfrac{5}{2}，5)，Q(\dfrac{3}{2}，-3)$，則 $L：y = 8x - 15$

12. 過 $2x - 3y = 5$ 與 $x + 2y = 1$ 交點且過點$(3，1)$之直線爲__________。

$\boxed{解答}$：$5x - 4y = 11$

$\boxed{詳解}$：

直線系：設所求直線 $L：(2x - 3y - 5) + k(x + 2y - 1) = 0$

$(3，1)$代入 $L \Rightarrow (-2) + 4k = 0 \Rightarrow k = \dfrac{1}{2}$

則 $L：(2x - 3y - 5) + \dfrac{1}{2}(x + 2y - 1) = 0$，即 $L：5x - 4y = 11$

13. 不論 k 爲任何實數，直線 $L_k：x + y - 11 + k(x - y + 5) = 0$ 恆過一定點 P，
(1)此定點 P 的坐標爲__________。(2)如果直線 L_k 與 y 軸平行，則 $k =$ __________。

$\boxed{解答}$：(1) $(3，8)$ (2) 1

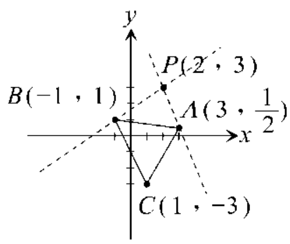
$\boxed{詳解}$：

(1) $L_k：x + y - 11 + k(x - y + 5) = 0$ 恆成立，則$\begin{cases} x + y - 11 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases}$，得$\begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$，定點 $P(3，8)$

(2) $L_k：(k + 1)x + (1 - k)y + (5k - 11) = 0$，$L_k // y$ 軸，則斜率$\dfrac{k+1}{k-1}$不存在(分母爲 0)，$k = 1$

14.設$\triangle ABC$ 之三頂點爲 $A(3，\dfrac{1}{2})$，$B(-1，1)$，$C(1，-3)$，若直線 $L：mx - y - 2m + 3 = 0$ 與$\triangle ABC$ 相交，則 m 之範圍爲_____________________。

$\boxed{解答}$： $m \le \dfrac{-5}{2}$或 $m \ge \dfrac{2}{3}$



$\boxed{詳解}$：

$L：m(x - 2) - (y - 3) = 0$，解$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$，得$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$，$L$ 恆過定點 $P(2，3)$

$\overleftrightarrow{PA}$之斜率 $m_1 = \dfrac{-5}{2}$，$\overleftrightarrow{PB}$之斜率 $m_2 = \dfrac{2}{3}$，且 L 之斜率爲 m

當 $m \le \dfrac{-5}{2}$或 $m \ge \dfrac{2}{3}$時，L 與$\triangle ABC$ 相交

15.設 $A(3，-2)$，$B(1，2)$，$C(2，a)$，若$\triangle ABC$ 爲直角三角形，則 $a =$____________________。

$\boxed{解答}$： $\pm\dfrac{5}{2}$，$\pm\sqrt{5}$

$\boxed{詳解}$：

三邊所在之直線的斜率分別爲 $m_{AB} = -2$，$m_{BC} = (a - 2)$，$m_{AC} = -(a + 2)$

(1)若$\angle A=90°$，則 $m_{AB}\cdot m_{AC}=(-2)\cdot(-a-2)=-1$，$a=\dfrac{-5}{2}$

(2)若$\angle B=90°$，則 $m_{AB}\cdot m_{BC}=(-2)\cdot(a-2)=-1$，$a=\dfrac{5}{2}$

(3)若$\angle C=90°$，則 $m_{AC}\cdot m_{BC}=(-a-2)\cdot(a-2)=-1$，$a=\pm\sqrt{5}$

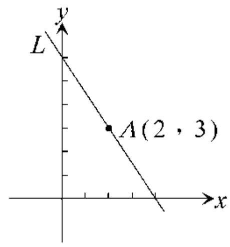
$\therefore\ \ a=\pm\dfrac{5}{2}$，$\pm\sqrt{5}$

16.若直線 L 通過點 $A(2，3)$，且與兩軸在第一象限所圍成的三角形面積爲 12，試求直線 L 的方程式____________________。

解答： $y=-\dfrac{3}{2}(x-2)+3$

詳解：

設直線 L 方程式爲 $y-3=m(x-2)$ ，則 L 交兩軸於 $B(0，-2m+3)$，$C(\dfrac{-3}{m}+2，0)$兩點



$\therefore\ \ \dfrac{1}{2}(-2m+3)(\dfrac{-3}{m}+2)=12$

$\Rightarrow\ \ (-2m+3)(-3+2m)=24m\ \ \Rightarrow\ \ 4m^2+12m+9=0$

$\Rightarrow\ \ (2m+3)^2=0\ \ \Rightarrow\ \ m=-\dfrac{3}{2}$

故直線 L 的方程式爲 $y=-\dfrac{3}{2}(x-2)+3$

17. 直線 L 通過點 $A(2，3)$，且與 x 軸正向夾角爲$120°$，試求 L 的方程式____________。

解答： $y-3=-\sqrt{3}(x-2)$

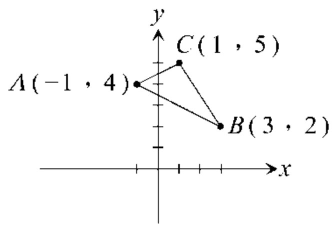
詳解：

直線 L 斜率爲 $\tan 120°=-\sqrt{3}$ ，又過點 $A(2，3)$ $\Rightarrow y-3=-\sqrt{3}(x-2)$

※18.設 $A(-1，4)$，$B(3，2)$，$C(1，5)$，求$\triangle ABC$ 的重心坐標__________，外心坐標__________與垂心坐標__________。

解答： 重心$(1，\dfrac{11}{3})$，外心$(\dfrac{7}{8}，\dfrac{11}{4})$，垂心$(\dfrac{5}{4}，\dfrac{11}{2})$

詳解：



(1)重心 $=(\dfrac{-1+3+1}{3}，\dfrac{4+2+5}{3})=(1，\dfrac{11}{3})$

(2)設 L_1，L_2 分別爲 $\overline{AB}$ ，$\overline{BC}$ 邊上之中垂線

則$\begin{cases} L_1: y-3=2(x-1) \\ L_2: y-\dfrac{7}{2}=\dfrac{2}{3}(x-2) \end{cases}$，解 L_1，L_2 之交點，得外心$(\dfrac{7}{8}，\dfrac{11}{4})$

(3)設 ℓ_1，ℓ_2 分別爲 $\overline{AB}$ ，$\overline{BC}$ 邊上之高

則$\begin{cases} L_1: y-5=2(x-1) \\ L_2: y-4=\dfrac{2}{3}(x+1) \end{cases}$，解 ℓ_1，ℓ_2 之交點，得垂心$(\dfrac{5}{4}，\dfrac{11}{2})$