高雄市明誠中學 高二數學複習測驗 日期：100.11.08					
範圍	2-1 直線(B)	班級	普二 班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(B) 設 $ab<0,\ ac>0$ 則直線 $ax+by=c$ 不通過

(A)第一 (B)第二 (C)第三 (D)第四 象限 (E)無法確定

詳解：

$$ax+by=c \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} x & \frac{c}{a} & 0 \\ \hline y & 0 & \frac{c}{b} \end{array}$$

$\because ab<0,\ ac>0 \Rightarrow a,b$ 異號、 a,c 同號、 b,c 異號

$\therefore \frac{c}{a}>0,\quad \frac{c}{b}<0 \Rightarrow$ 過第一、三、四；不通過第二象限。

二、填充題 (每題 10 分)

1. 設 $A(2,-5)$ ，直線 $L: x-2y+3=0$ ，則

(1)點 A 與直線 L 的距離為____________。

(2)點 A 於直線 L 的投影點 H 坐標為____________。

(3)點 A 關於直線 L 的對稱點 A' 坐標為____________。

解答：(1) $3\sqrt{5}$ ；(2) $H(-1,1)$ ； (3) $(-4,7)$

詳解：直線 $L: x-2y+3=0 \Rightarrow m=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$

設所求直線 $L_1 \perp L$ ，則 $m_{L_1}=-2 \Rightarrow L_1: y+5=-2(x-2)$，即 $2x+y=-1$

$\therefore \begin{cases} x-2y=-3 \\ 2x+y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$，投影點坐標為 $H(-1,1)$ 。

(1)點 A 與直線 L 的距離為 $\overline{AH}=\sqrt{(2+1)^2+(-5-1)^2}=3\sqrt{5}$

(2)投影點坐標為 $H(-1,1)$

(3)點 A 關於直線 L 的對稱點 $A' \Rightarrow H$ 為 $\overline{AA'}$ 中點，

即 $A'(\ 2\times(-1)-2,\quad 2\times 1-(-5)\ )=(-4,7)$

2. 兩條直線 $L_1:\ 3(1-m)x+(m-1)y=1,\quad L_2:\ (2m-1)x+5y=9$

(1)若 $L_1 // L_2$ 則 $m=$______________，(2)若 $L_1 \perp L_2$ 則 $m=$____________。

解答：(1) $1,-7$ (2) $\frac{4}{3}$

詳解： $m_1=-\frac{3-3m}{m-1},\quad m_2=-\frac{2m-1}{5}$

(1) $L_1 // L_2 \Rightarrow \frac{3-3m}{m-1}=\frac{2m-1}{5} \Rightarrow m^2+6m-7=0$ ， $(m+7)(m-1)=0, m=1$ 或 -7

(2) $L_1 \perp L_2 \Rightarrow \frac{3-3m}{m-1}\times\frac{2m-1}{5}=-1 \Rightarrow 3m^2-7m+4=0 \Rightarrow (3m-4)(m-1)=0,\ m=\frac{4}{3},1$

($m=1$ 時， L_1 不存在)

3. 若$A(-2, -1), B(6, 3), C(a, 5)$若$A,B,C$三點共線則$a=$______。

$\boxed{解答}$：10

$\boxed{詳解}$：三點共線　$\therefore m_{AB}=m_{BC}$　$\dfrac{-1-3}{-2-6}=\dfrac{5-3}{a-6}\Rightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{a-6}$　，$a=10$

6. (1)試求與直線$L: 3x-4y+2=0$平行，而過一點$P(3,-1)$的直線L'之方程式。__________

(2)試求與直線$L: 3x-4y+2=0$垂直，而過一點$P(3,-1)$的直線L''之方程式。__________

$\boxed{解答}$：(1) $3x-4y-13=0$　(2)　$4x+3y-9=0$

$\boxed{詳解}$：(1) L'之方程式爲$3x-4y+h=0$, $P(3,-1)$代入即$3x-4y-13=0$。

(2) L''之方程式爲$4x+3y+k=0$, $P(3,-1)$代入即$4x+3y-9=0$。

6. 已知$A(5，2)$，$B(1，-2)$，$C(1，-4)$，求過A點且將$\triangle ABC$的面積等分的直線方程式爲________________。（以$ax+by+c=0$之形式表之）

$\boxed{解答}$：　$5x-4y-17=0$

$\boxed{詳解}$：$\because$　過A點將$\triangle ABC$的面積等分的直線必爲$\overline{BC}$上之中線，

其中$\overline{BC}$之中點$M(\dfrac{1+1}{2}，\dfrac{-2-4}{2})\Rightarrow M(1，-3)$，

則中線$\overleftrightarrow{AM}$之方程式爲$\dfrac{y-2}{x-5}=\dfrac{2+3}{5-1}\Rightarrow 5x-4y-17=0$

7. 設三直線L_1：$x-2y+3=0$，L_2：$2x+3y=0$，

L_3：$ax-2y-6=0$，若L_1，L_2，L_3不能圍成一三角形，則a值爲________________。

$\boxed{解答}$：1 或 $-\dfrac{4}{3}$或 -6

$\boxed{詳解}$：L_1，L_2，L_3不能圍成一三角形之情形有

(1) $L_1 // L_3$：$\dfrac{1}{2}=\dfrac{a}{2}\Rightarrow a=1$　(2) $L_2 // L_3$：$-\dfrac{2}{3}=\dfrac{a}{2}\Rightarrow a=-\dfrac{4}{3}$

(3) L_1，L_2，L_3共點：（即L_1與L_2之交點在直線L_3上）

解$\begin{cases}x-2y+3=0\\2x+3y=0\end{cases}$，得$x=-\dfrac{9}{7}$，$y=\dfrac{6}{7}$　，

$\therefore L_3$過點$(-\dfrac{9}{7}，\dfrac{6}{7})\Rightarrow a(-\dfrac{9}{7})-2(\dfrac{6}{7})-6=0$，$\therefore$　$a=-6$

8. 若直線L的斜率爲$\dfrac{3}{5}$，且和兩坐標軸所圍成的三角形面積爲 30，若L不經過第二象限，得方程式爲$ax+by+30=0$，試求序對$(a，b)$之值爲__________。

$\boxed{解答}$：$(-3，5)$

$\boxed{詳解}$：

設直線L：$3x-5y+k=0$，x截距 $=\dfrac{-k}{3}$，y截距 $=\dfrac{k}{5}$

$30=\dfrac{1}{2}|\dfrac{-k}{3}\times\dfrac{k}{5}|$　$\Rightarrow$　$k=-30$或 30（30 不合，因L不過第二象限）

故L：$3x-5y-30=0$，即序對$(a，b)=(-3，5)$

9.設△ABC 之三頂點爲 $A(2，-8)$，$B(-6，-2)$，$C(6，-5)$，而且頂點 A 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，求 $\angle A$ 的分角線方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

$\boxed{解答}$： $x=2$

$\boxed{詳解}$：

$\because \overline{AB}=\sqrt{(2+6)^2+(-8+2)^2}=10$，$\overline{AC}=\sqrt{(2-6)^2+(-8+5)^2}=5$，

且 $\overline{AD}$ 爲 $\angle A$ 之平分線 $\Rightarrow \dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}$

則由分點公式 $D(x，y)\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1\times(-6)+2\times 6}{2+1}=2 \\ y=\dfrac{1\times(-2)+2\times(-5)}{2+1}=-4 \end{cases}$，故 D 點的坐標爲 $(2，-4)$

$\angle A$ 的分角線即直線 $AD:x=2$

10. 不論 k 爲任何實數，直線 L_k：$(k+1)x+(1-k)y+(5k-11)=0$ 恆過一定點 P，(1)此定點 P 的坐標爲＿＿＿＿＿＿。(2)如果直線 L_k 與 x 軸平行，則 $k=$ ＿＿＿＿＿＿。

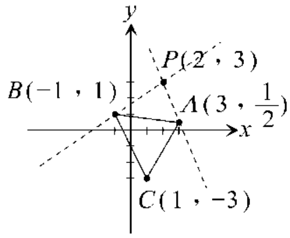
$\boxed{解答}$：(1) $(3，8)$　(2) -1

$\boxed{詳解}$：(1) L_k：$(k+1)x+(1-k)y+(5k-11)=0$ 即 $x+y-11+k(x-y+5)=0$ 恆成立，

則恆過交點 P $\begin{cases} x+y-11=0 \\ x-y+5=0 \end{cases}$，得 $\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}$，定點 $P(3，8)$

(2) L_k：$(k+1)x+(1-k)y+(5k-11)=0$，L_k // x 軸，則斜率 $\dfrac{k+1}{k-1}=0$，$k=-1$

11.設△ABC 之三頂點爲 $A(3，\dfrac{1}{2})$，$B(-1，1)$，$C(1，-3)$，若直線 L：$mx-y-2m+3=0$ 與△ABC 相交，則 m 之範圍爲＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。



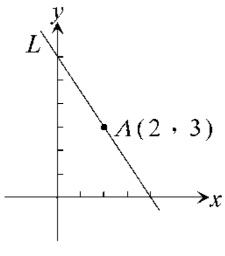
$\boxed{解答}$：　$m\le\dfrac{-5}{2}$ 或 $m\ge\dfrac{2}{3}$

$\boxed{詳解}$：

L：$m(x-2)-(y-3)=0$，解 $\begin{cases} x-2=0 \\ y-3=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$，$L$ 恆過點 $P(2，3)$

$\overleftrightarrow{PA}$ 之斜率 $m_1=\dfrac{-5}{2}$，$\overleftrightarrow{PB}$ 之斜率 $m_2=\dfrac{2}{3}$，且 L 之斜率爲 m

當 $m\le\dfrac{-5}{2}$ 或 $m\ge\dfrac{2}{3}$ 時，L 與△ABC 相交



12.若直線 L 通過點 $A(2，3)$，且與兩軸在第一象限所圍成的三角形面積爲 12，試求直線 L 的方程式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

$\boxed{解答}$：$y=-\dfrac{3}{2}(x-2)+3$

$\boxed{詳解}$：

設直線 L 方程式爲 $y-3=m(x-2)$，則 L 交兩軸於 $B(0，-2m+3)$，$C(\dfrac{-3}{m}+2，0)$ 兩點

$\therefore \quad \frac{1}{2}(-2m+3)(\frac{-3}{m}+2)=12 \Rightarrow \quad (-2m+3)(-3+2m)=24m$

$\Rightarrow 4m^2+12m+9=0 \quad \Rightarrow \quad (2m+3)^2=0 \quad \Rightarrow \quad m=-\frac{3}{2}$

故直線 L 的方程式為 $y=-\frac{3}{2}(x-2)+3$

13. 直線 L 通過點 $A(2,3)$，且與 x 軸正向夾角為 θ，且 $\cos\theta=\frac{4}{5}$ 試求 L 的方程式__________。

$\boxed{\text{解答}}$： $y-3=\frac{3}{4}(x-2)$

$\boxed{\text{詳解}}$：

$\cos\theta=\frac{4}{5} \Rightarrow \tan\theta=\frac{3}{4}$ ，直線 L 斜率為 $\frac{3}{4}$ ，又過點 $A(2，3)$ $\Rightarrow y-3=\frac{3}{4}(x-2)$

14. 三直線 $L_1: x-y+2=0$ ， $L_2: x+2y-10=0$ ， $L_3: 4x-y-13=0$ 圍成一個三角形△ABC，試求此三角形的重心坐標____________，垂心坐標__________與外心坐標____________。

$\boxed{\text{解答}}$：(1) $(\frac{11}{3}, \frac{14}{3})$;(2) $(\frac{10}{3}, \frac{11}{3})$;(3) $(\frac{23}{6}, \frac{31}{6})$

$\boxed{\text{詳解}}$：

$\begin{cases} x-y+2=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$, 頂點 $A(2, 4)$,

$\begin{cases} x+2y-10=0 \\ 4x-y-13=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$, 頂點 $B(4, 3)$,

$\begin{cases} x-y+2=0 \\ 4x-y-13=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$, 頂點 $C(5, 7)$.

(1)重心為 $(\frac{2+4+5}{3}, \frac{4+3+7}{3})=(\frac{11}{3}, \frac{14}{3})$.

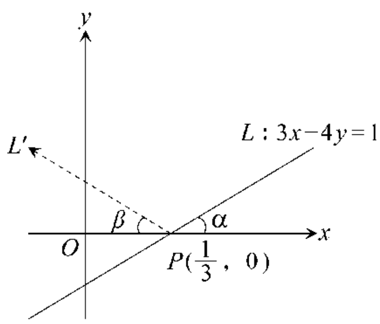
(2) $\overline{AB}$ 及 $\overline{BC}$ 邊高的方程式得 $2x-y=3$ 及 $x+4y=18 \Rightarrow$ 二高交點 $(\frac{10}{3}, \frac{11}{3})$ 即為垂心 .

(3) $\overline{AB}$ 及 $\overline{BC}$ 邊的中垂線得 $4x-2y=5$ 及 $x+4y=\frac{49}{2} \Rightarrow$ 二中垂線交點 $(\frac{23}{6}, \frac{31}{6})$ 即為外

15.有一道光線從第一象限沿著直線 L：$3x-4y=1$ 射向 x 軸上的 P 點，經 x 軸反射後，光線沿著另一條直線 L' 離去，求：(1)點 P 的坐標_______，(2) L' 的方程式________________.

$\boxed{\text{解答}}$： (1) $(\frac{1}{3}, 0)$;(2) $3x+4y=1$

$\boxed{\text{詳解}}$：



(1) P 是 L 與 x 軸的交點，$\therefore \quad \begin{cases} y=0 \\ 3x-4y=1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad P(\frac{1}{3}, 0)$.

(2)由 $\alpha=\beta$ 知 L 的斜率 $=\tan\alpha=\frac{3}{4}$,

$\therefore \quad L'$ 的斜率 $=\tan(180°-\beta)=-\tan\beta=-\tan\alpha=-\frac{3}{4}$,

L' 方程式為 $y-0=-\frac{3}{4}(x-\frac{1}{3}) \Rightarrow 3x+4y=1$.

16.判斷下列方程組是否爲相容方程組、矛盾方程組或相依方程組：

(A)$\begin{cases}3x+4y+6=0\\ \frac{3}{2}x+2y+3=0\end{cases}$． (B)$\begin{cases}5x-8y+3=0\\ 15x-24y-3=0\end{cases}$． (C)$\begin{cases}2x-y-3=0\\ 2x+y-5=0\end{cases}$．

(D)$\begin{cases}x+y+2=0\\ x-2=0\end{cases}$． (E)$\begin{cases}x-3=0\\ -2x+5=0\end{cases}$． (F)$\begin{cases}-5y+2=0\\ 10y-4=0\end{cases}$．

(1)相依：________________;(2)矛盾：______________(3)相容：______________;

$\boxed{\text{解答}}$： (1)A,F; (2)B,E; (3)C,D;

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1)$\frac{3}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$，∴相依方程組．

(2)$\frac{5}{15}=\frac{-8}{-24}\neq\frac{3}{-3}$，∴矛盾方程組．

(3)$\frac{2}{2}\neq\frac{-1}{1}$，∴相容方程組．

(4)$\begin{cases}x+y+2=0\cdots\cdots①\\ x=2\cdots\cdots②\end{cases}$，②代入① $\Rightarrow y=-4$，(2，－4)爲其唯一解，∴相容方程組．

(5)$\begin{cases}x=3\\ x=\frac{5}{2}\end{cases}$，爲矛盾方程組．

(6)$\begin{cases}y=\frac{2}{5}\\ y=\frac{2}{5}\end{cases}$ $\Rightarrow$ 其解爲$\begin{cases}x=t\\ y=\frac{2}{5}\end{cases}$（$t$爲任意實數）有無限多組解，∴相依方程式．

17.方程組$\begin{cases}2x+(3-k)y=k+5\\ (3-k)x+2y=7-k\end{cases}$，於下列各題則$k$值各有何限制？

若(1)相依方程組__________， (2)矛盾方程組___________，(3)相容方程組____________，

$\boxed{\text{解答}}$： (1)$k=1$； (2)$k=5$； (3)$k\neq1$且$k\neq5$

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1)(2)相依、矛盾，前面成比例$\Rightarrow\frac{2}{3-k}=\frac{3-k}{2}\Rightarrow(3-k)^2=4$， $3-k=\pm2$， $k=1$或 5，

①若$k=1$，方程組$\begin{cases}2x+2y=6\\ 2x+2y=6\end{cases}$爲相依方程組．

②若$k=5$，方程組$\begin{cases}2x-2y=10\\ -2x+2y=2\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{-2}=\frac{-2}{2}\neq\frac{10}{2}$，∴矛盾方程組．

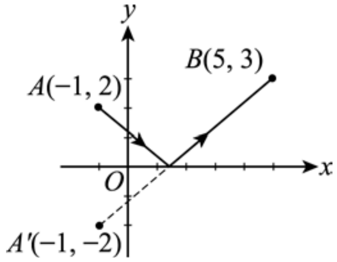
(3)相容；$\frac{2}{3-k}\neq\frac{3-k}{2}$ $\Rightarrow$ $(3-k)^2\neq4$，∴$3-k\neq\pm2$，∴$k\neq1$且$k\neq5$．

18.坐標平面上，假設一點光源位於點$A(-1,2)$，朝向x軸射出，已知經x軸反射後，反射光通過點$B(5,3)$，求x軸上的入射點坐標_______________．

$\boxed{\text{解答}}$： $(\frac{7}{5},0)$

$\boxed{\text{詳解}}$：

由平面鏡成像原理知，可將點光源 $A(-1, 2)$ 視爲從對平面鏡（x 軸）的對稱點 $A'(-1, -2)$ 射出，穿過平面鏡直射到點 $B(5, 3)$ ．由於直線 $A'B$ 的方程式爲 $y+2=\frac{3+2}{5+1}(x+1)$，整理：$5x-6y-7=0$ ．令 $y=0$ 代入，得 $x=\frac{7}{5}$，故入射點爲 $(\frac{7}{5}, 0)$ ．



19.設 $A(2,-1)$，$B(1,-4)$，直線 $L: x-y+2=0$，

(1)若點 A' 與點 $A(2,-1)$ 對稱於直線 L，求 A' 坐標__________ ．

(2)在 L 上取一點 P，使 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 最小，求 P 坐標________及最小值__________ ．

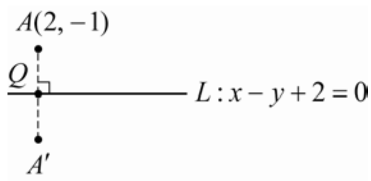
$\boxed{\text{解答}}$： (1) $(-3, 4)$;(2) $P(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$， $4\sqrt{5}$

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1)$\because \overline{AA'} \perp L$，$\therefore \overleftrightarrow{AA'}: x+y=1$（$\because$過 $(2, -1)$），

設 $\overline{AA'}$ 交 L 於 Q：$\begin{cases} x-y=-2 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow Q(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2})$，

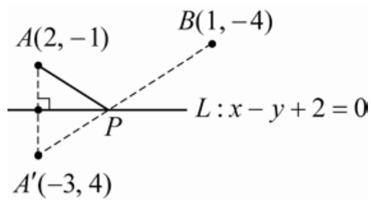
設 $A'(x, y)$ ，則 $\overline{AA'}$ 中點 Q，即 $(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2})=(\frac{2+x}{2}, \frac{-1+y}{2}) \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \end{cases}$， $A'(-3, 4)$ ．



(2)連接 $\overline{A'B}$ 交 L 於 P，此 P 點即是 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 最小之點，

而 $m_{\overline{A'B}}=-2 \Rightarrow \overleftrightarrow{A'B}: 2x+y=-2$，$\therefore \begin{cases} 2x+y=-2 \\ x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow P(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$，

此時 $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}=\overline{A'B}=\sqrt{4^2+(-8)^2}=4\sqrt{5}$ ．



20.設 x 爲實數，試求：

(1) $\sqrt{(x-2)^2+x^2}+\sqrt{(x+4)^2+(x-1)^2}$ 的最小值__________ ．

(2) $\sqrt{(x-2)^2+x^2}+\sqrt{(x-4)^2+(x-1)^2}$ 的最小值__________ ．

（提示：(1)即求點 $A(2, 0)$ 與 $B(-4, 1)$ 到直線 $L: y=x$ 上的點 $P(x, x)$ 之距離和．）

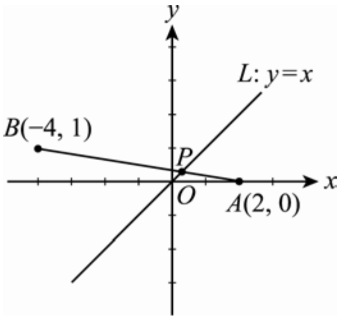
$\boxed{\text{解答}}$： (1) $\sqrt{37}$;(2) $\sqrt{17}$

$\boxed{\text{詳解}}$：

(1)因 $A(2,\ 0)$， $B(-4,\ 1)$ 兩點在 L ： $y=x$ 的異側（如圖），

故連結 A， B，直線 AB ： $y-0=\dfrac{1-0}{-4-2}(x-2)$，與直線 L ： $y=x$ 交點 $P(\dfrac{2}{7},\ \dfrac{2}{7})$，

可使 $\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{AB}=\sqrt{(2+4)^2+(0-1)^2}=\sqrt{37}$ 爲最小值．



(2)因 $A(2,\ 0)$， $C(4,\ 1)$ 兩點在直線 L ： $y=x$ 的同側（如圖），

故求出 $A(2,\ 0)$ 對直線 L ： $y=x$ 的對稱點 $A'(0,\ 2)$，

直線 $A'C$ ： $y-1=\dfrac{1-2}{4-0}(x-4)$ 與直線 L ： $y=x$， 交點 $Q(\dfrac{8}{5},\ \dfrac{8}{5})$，

可使 $\overline{QA}+\overline{QC}=\overline{QA'}+\overline{QC}=\overline{A'C}=\sqrt{(0-4)^2+(2-1)^2}=\sqrt{17}$ 爲最小值．