高雄市明誠中學 高二普通科 數學平時測驗 日期：91.11.30							
範圍	3-3 一次方程組	班級		姓名		得分	
		座號					

一、計算題：

1. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=2$，$\begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix}=3$，$\begin{vmatrix} c & d \\ e & f \end{vmatrix}=4$，求行列式 $\begin{vmatrix} 3a+2c+e & 3b+2d+f \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}$ 之值。

$$\begin{vmatrix} 3a+2c+e & 3b+2d+f \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 7a+5e & 7b+5f \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 7a & 7b \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5e & 5f \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}$$

$$=7\begin{vmatrix} a & b \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}+5\begin{vmatrix} e & f \\ 2a-c+2e & 2b-d+2f \end{vmatrix}$$

$$=7\begin{vmatrix} a & b \\ -c+2e & -d+2f \end{vmatrix}+5\begin{vmatrix} e & f \\ 2a-c & 2b-d \end{vmatrix}$$

$$=7\begin{vmatrix} a & b \\ -c & -d \end{vmatrix}+7\begin{vmatrix} a & b \\ 2e & 2f \end{vmatrix}+5\begin{vmatrix} e & f \\ 2a & 2b \end{vmatrix}+5\begin{vmatrix} e & f \\ -c & -d \end{vmatrix}$$

$$=-7\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+14\begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix}+10\begin{vmatrix} e & f \\ a & b \end{vmatrix}-5\begin{vmatrix} e & f \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$=(-7)\times 2+14\times 3+10\times(-3)-5\times(-4)=18$$

2. 若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2x & 4x^2 \\ 2 & 6 & 12 \\ 3 & 12 & 48 \end{vmatrix}=0$，求 x 之解。

$$\begin{vmatrix} 1 & 2x & 4x^2 \\ 2 & 6 & 12 \\ 3 & 12 & 48 \end{vmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 12 \end{vmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow 12+4x^2+3x-3x^2-8x-6=0$$

$$\Rightarrow x^2-5x+6=0\Rightarrow(x-2)(x-3)=0\quad\therefore x=2,3$$

3. 若 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=6$，求 $\begin{vmatrix} a_1+2a_2 & a_3 & 2a_3+a_2 \\ b_1+2b_2 & b_3 & 2b_3+b_2 \\ c_1+2c_2 & c_3 & 2c_3+c_2 \end{vmatrix}$ 之值。

$$\begin{vmatrix} a_1+2a_2 & a_3 & 2a_3+a_2 \\ b_1+2b_2 & b_3 & 2b_3+b_2 \\ c_1+2c_2 & c_3 & 2c_3+c_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_1+2a_2 & a_3 & a_2 \\ b_1+2b_2 & b_3 & b_2 \\ c_1+2c_2 & c_3 & c_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_2 \\ b_1 & b_3 & b_2 \\ c_1 & c_3 & c_2 \end{vmatrix}=-5$$

4. 求行列式$\begin{vmatrix} 13 & 10 & 10 \\ 10 & 13 & 10 \\ 10 & 10 & 13 \end{vmatrix}$之值。

$$\begin{vmatrix} 13 & 10 & 10 \\ 10 & 13 & 10 \\ 10 & 10 & 13 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 33 & 10 & 10 \\ 33 & 13 & 10 \\ 33 & 10 & 13 \end{vmatrix} = 33\times\begin{vmatrix} 1 & 10 & 10 \\ 1 & 13 & 10 \\ 1 & 10 & 13 \end{vmatrix}$$

$$= 33\times\begin{vmatrix} 1 & 10 & 10 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 33\times\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 33\times 9 = 297$$

5. 二元一次方程組$\begin{cases} x+ay=1 \\ ax-2y=1 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$恰有一解，求$a$之值。

$$\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ a & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -6+2a+4a+8-3a^2-2=0$$

$$\Rightarrow a^2-2a=0 \Rightarrow a(a-2)=0 \therefore a=0,2$$

6. 若三線$L_1: x+y=3, L_2: 3x-ay=1, L_3: ax+2y=5$不能爲成一個三角形，求$a$之值。

(1)三線共點

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & -a & 1 \\ a & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \therefore -5a+18+a+3a^2-15-2=0$$

$$\Rightarrow 3a^2-4a+1=0 \therefore (3a-1)(a-1)=0 \Rightarrow a=\frac{1}{3},1$$

(2) $L_1 // L_2 \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{1}{-a} \Rightarrow a=-3$

(3) $L_1 // L_3 \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=2$

(4) $L_2 // L_3 \Rightarrow \frac{3}{a}=\frac{-a}{2} \Rightarrow a^2=-6$ (不合)

7. $\begin{vmatrix} a_2+a_3 & 2a_1+a_2 & a_1-3a_3 \\ b_2+b_3 & 2b_1+b_2 & b_1-3b_3 \\ c_2+c_3 & 2c_1+c_2 & c_1-3c_3 \end{vmatrix}=10$，求$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$之值。

$$\begin{vmatrix} a_2+a_3 & 2a_1+a_2 & a_1-3a_3 \\ b_2+b_3 & 2b_1+b_2 & b_1-3b_3 \\ c_2+c_3 & 2c_1+c_2 & c_1-3c_3 \end{vmatrix}=10$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a_2+a_3 & 2a_1-a_3 & a_1-3a_3 \\ b_2+b_3 & 2b_1-b_3 & b_1-3b_3 \\ c_2+c_3 & 2c_1-c_3 & c_1-3c_3 \end{vmatrix}=10$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a_2+a_3 & 5a_3 & a_1-3a_3 \\ b_2+b_3 & 5b_3 & b_1-3b_3 \\ c_2+c_3 & 5c_3 & c_1-3c_3 \end{vmatrix}=10$$

$$\Rightarrow 5\times\begin{vmatrix} a_2 & a_3 & a_1 \\ b_2 & b_3 & b_1 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{vmatrix}=10 \Rightarrow \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & a_1 \\ b_2 & b_3 & b_1 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{vmatrix}=2$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=2$$

8. 設 $\overline{AB}=(1,0,2),\overline{AC}=(2,1,1),\overline{AD}=(-1,3,-1)$ ，求以 $\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}$ 所張之平行六面體隻體積。

$$\left|\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}\right|=|-1+12+0+2-0-3|=10$$

9. 若 a,b,c 為方程式 $x^3-3x+5=0$ 之三根， $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ 之值。

若 a,b,c 為方程式 $x^3-3x+5=0$ 之三根

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=-3 \\ abc=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & c & a \\ a+b+c & a & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & b & c \\ 0 & c & a \\ 0 & a & b \end{vmatrix}=0$$

10. 設 $A(k,3),B(5,-3),C(-1,0)$ 三點共線，求 k 之值。

$$\begin{vmatrix} k & 3 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} k+1 & 3 & 0 \\ 6 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} k+1 & 3 \\ 6 & -3 \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow -3(k+1)-18=0 \therefore k=-7$$