

高雄市明誠中學 高二普通科 數學平時測驗 日期：91.10.04					
範圍	1-4 直線參數式	班級		姓	
	向量的內積	座號		名	
				得	
				分	

一、選擇題：

- 1.(CDE)通過A(0,2),B(2,1)的直線L之參數方程式可為 (A) $\begin{cases} x=2t \\ y=-2t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1-t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ (C) $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1+t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-2t \\ y=2+t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ (E) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1-t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ 。(複選)
- 2.(D)設直線L之參數方程式為 $\begin{cases} x=t \\ y=2t+3, t \in \mathbb{R} \end{cases}$,若將直線L化為 $ax+by+1=0$,則 $7a+2b=$
(A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)以上皆非。
- 3.(C)原點O(0,0)到一直線 $5x+12y-26=0$ 的距離為 (A)-1 (B)1 (C)2 (D)13 (E)26。
- 4.(C)平面上三點A(3,-2),B(-1,-4),C(6,-3),則 $\overline{AB} \cdot \overline{AC}=$ (A)-8 (B)8 (C)-10 (D)10。
- 5.(CD)兩向量 $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(1,a)$ 之夾角為 45° ,則 $a=$ (A)0 (B)-1 (C) $-(1/3)$ (D)3 (E) $-(1/2)$ 。(複選)
- 6.(B) $\triangle ABC$ 中,A(3,3),B(2,2),C($1+\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$),則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{7}$ 。
- 7.(AC)設A(4,-1),B(2,2),C(k,-4), $\triangle ABC$ 之面積為6,則k之值為 (A)2 (B)5 (C)10 (D)12 (E)15。(複選)
- 8.(B) $\vec{b}=(-3,1)$ 在 $\vec{a}=(4,2)$ 方向上的正射影為 (A)(-3,-2) (B)(-2,-1) (C)(-7,1) (D)(1,3)。
- 9.(B)若 $\vec{a}=(k,3)$,在直線L: $2x-y=5$ 之正射影為(1,2),則 $k=$ (A)0 (B)-1 (C)-2 (D)1 (E)2。
- 10.(AE)相交兩直線 $L_1:\sqrt{3}x-y+3=0$ 與 $L_2:x-\sqrt{3}y+2=0$ 之夾角為 (A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120° (E) 150° 。(複選)
- 11.(BE)若直線 $y=mx$ 與 $3x+4y-1=0$ 之一夾角為 45° ,則 $m=$ (A) $1/5$ (B) $-(1/5)$ (C) $1/7$ (D)-5 (E)-7。
- 12.(A)兩直線 $L_1:4x+3y-3=0$ 與 $L_2:3x+4y-2=0$ 之鈍角平分線方程式為 (A) $x-y-1=0$ (B) $x-y+1=0$ (C) $7x+7y-11=0$ (D) $7x-7y-11=0$ (E)以上皆非。
- 13.(D)兩平行線 $4x+3y-5=0$, $8x+6y+9=0$ 間的距離為 (A)19 (B)4 (C) $4/10$ (D) $19/10$ 。

二、填充題：

- 1.設 $\vec{a}=(3,4)$,若一向量 \vec{b} 與 \vec{a} 反方向,且 $|\vec{b}|=1$,則 $\vec{b}=$ 【 $(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5})$ 】。
- 2.設 $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(3,4)$,欲使 $|t\vec{a}+\vec{b}|$ 為最小,則 $t=$ 【-2】,此時 $|t\vec{a}+\vec{b}|=$ 【 $\sqrt{5}$ 】。
3. $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB}=(3,4)$, $\overline{BC}=(0,2)$,則 $\triangle ABC$ 之周長為【 $7+3\sqrt{5}$ 】。
- 4.設點A(3,2),B(-1,2),則直線AB的參數方程式為【 $\begin{cases} x=3-4t \\ y=2 \end{cases}$, t 為實數】。
- 5.在坐標平面上,已知一點 $P_0(2,5)$ 和一向量 $\vec{v}=(3,4)$,設直線L通過 P_0 且與 \vec{v} 平行,則L

的參數方程式為【 $\begin{cases} x=2+3t \\ y=5+4t \end{cases}, t \in \mathbf{R}$ 】。

6. 將直線 $L: x-2y+4=0$ 表成參數方程式為【 $\begin{cases} x=t \\ y=\frac{t}{2}+2 \end{cases}, t$ 為任意實數 】。

7. 兩直線的參數方程式分別為 $L_1: \begin{cases} x=2-t \\ y=1+3t \end{cases}, L_2: \begin{cases} x=7+4s \\ y=6-2s \end{cases}, s, t \in \mathbf{R}$, 則其交點為【 $(-1, 10)$ 】。

8. 設 $A(3, 1), B(-1, 4)$, 試利用參數方程式分別表出下列各小題:

(1) 線段 AB : 【 $x=3-4t, y=1+3t, 0 \leq t \leq 1$ 】。

(2) 射線 AB : 【 $x=3-4t, y=1+3t, t \geq 0$ 】。

(3) 射線 BA : 【 $x=3-4t, y=1+3t, t \leq 1$ 】。

(4) 直線 AB : 【 $x=3-4t, y=1+3t, t$ 為任意實數 】。

9. 設 $A(-2, 3), B(4, -5)$, 若 $P(x, y) \in \overline{AB}$, $3x-4y+5$ 之最大值為 M , 最小值為 m , 則數對 $(M, m) =$ 【 $(37, -13)$ 】。

10. 設直線 L 的參數方程式為 $x=2+2t, y=1-t, t$ 為實數, 則 L 之斜率為【 $-\frac{1}{2}$ 】。

11. 設 $\vec{a} = (2, -3), \vec{b} = (x, 2-x)$, 試求:

(1) 若 \vec{a}, \vec{b} 平行, 則 $x =$ 【 -4 】。 (2) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 則 $x =$ 【 $\frac{6}{5}$ 】。

12. 設 $A(4, 1), B(3, -2), C(2, 3)$, 試求下列各小題:

(1) $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$ 【 -4 】。 (2) $|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| =$ 【 $4\sqrt{5}$ 】。

(3) $\triangle ABC$ 的面積為【 4 】。

13. 設三點 $P(8, 9), Q(-2, 4), R(1, 8)$, 則 \overline{QP} 在 \overline{QR} 方向上的正射影 (即投影向量) 為【 $(6, 8)$ 】。由此可求出 P 點在直線 QR 上的正射影點為【 $(4, 12)$ 】。

14. 一直線過點 $(3, 1)$, 且與直線 $x-2y+6=0$ 夾 45° 角, 則其方程式為【 $\begin{cases} x+3y-6=0 \\ 3x-y-8=0 \end{cases}$ 】。
。(兩解)

15. 若 $L_1: 2x-y+2=0, L_2: 3x+y-4=0$, 則 L_1 與 L_2 之夾角為【 $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ 】。

16. 兩直線 $3x+4y-4=0, 5x+12y-12=0$ 夾角中, 銳角的角平分線方程式為【 $4x-7y-7=0$ 】。

17. 若一直線平行於 $x+2y-2=0$ 且平行線之距離為 $\sqrt{5}$, 則此直線的方程式為【 $x+2y+3=0$ 與 $x+2y-7=0$ 】。

18. 設方程式 $6x^2-xy-y^2+ax+by+c=0$ 表示的圖形為交於點 $(1, 2)$ 的兩直線, 則: (1) 序組 $(a, b, c) =$ 【 $(-10, 5, 0)$ 】;

(2) 兩直線的夾角為【 $45^\circ, 135^\circ$ 】。

解析: (1) 設 $6x^2-xy-y^2+ax+by+c = (3x+y+m)(2x-y+n)$

\because 兩直線 $3x+y+m=0$ 及 $2x-y+n=0$ 的交點為 $(1, 2)$

故 $3 \cdot 1 + 2 + m = 0$ 及 $2 \cdot 1 - 2 + n = 0$, 故 $m = -5, n = 0$

\Rightarrow 兩直線為 $3x+y-5=0$ 及 $2x-y=0$

$\therefore 6x^2-xy-y^2+ax+by+c = (3x+y-5)(2x-y) = 6x^2-xy-y^2-10x+5y$

故 $a = -10, b = 5, c = 0$, 即序組 $(a, b, c) = (-10, 5, 0)$

(2)兩直線 $3x+y-5=0$ 及 $2x-y=0$ 的斜率分別為 $m_1=-3$ 及 $m_2=2$

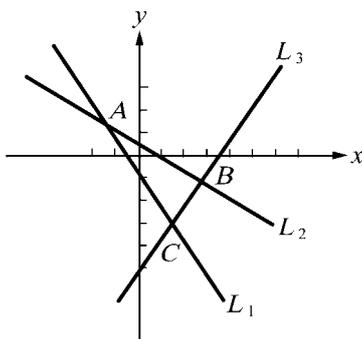
$$\text{令}\theta\text{爲兩直線之銳夾角則}\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1\cdot m_2}\right|=\left|\frac{-3-2}{1+(-3)\times 2}\right|=1$$

$\therefore\theta=45^\circ$ ，而知另一夾角爲 $180^\circ-45^\circ=135^\circ$ 故所求兩直線的夾角爲 $45^\circ, 135^\circ$

19.於xy平面上，三直線 $L_1:2x+y+1=0, L_2:x+2y-1=0, L_3:2x-y-7=0$ 圍成一個 $\triangle ABC$ ，則：

(1) $\triangle ABC$ 的內心坐標爲【 $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 】。(2)外心坐標爲【 $(\frac{1}{4}, -\frac{3}{2})$ 】。

(3)重心坐標爲【 $(\frac{7}{6}, -\frac{4}{3})$ 】。(4)垂心坐標爲【 $(3, -1)$ 】。



解析：(1)設內心 $I(x, y)$ ，則 $\angle A$ 之內角平分線爲

$$\frac{2x+y+1}{\sqrt{\frac{2^2}{2}+\frac{1^2}{2}}}=-\frac{x+2y-1}{\sqrt{\frac{1^2}{2}+\frac{2^2}{2}}}\Rightarrow x+y=0$$

$\angle B$ 之內角平分線爲

$$\frac{x+2y-1}{\sqrt{\frac{1^2}{2}+\frac{2^2}{2}}}=\frac{2x-y-7}{\sqrt{\frac{2^2}{2}+\frac{(-1)^2}{2}}}\Rightarrow x-3y-6=0$$

解之得 $x=\frac{3}{2}, y=-\frac{3}{2}$ 故內心坐標 I 爲 $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$

(2) L_1, L_2 之交點 $A(-1, 1)$ L_2, L_3 之交點 $B(3, -1)$

L_1, L_3 之交點 $C(\frac{3}{2}, -4)$ 又 L_2 之斜率爲 $-\frac{1}{2}$ ， L_3 之斜率爲 2 ，故 $L_2 \perp L_3$ ，亦即 $\angle B$ 爲直角

在直角 $\triangle ABC$ 中，外心爲斜邊 \overline{AC} 之中點故外心坐標 O 爲 $(\frac{1}{4}, -\frac{3}{2})$

(3)承(2)， $\triangle ABC$ 之重心坐標 G 爲 $(\frac{-1+3+\frac{3}{2}}{3}, \frac{1-1-4}{3})=(\frac{7}{6}, -\frac{4}{3})$

(4)又直角三角形之垂心爲直角頂點 B ，故垂心坐標 H 爲 $(3, -1)$