高雄市明誠中學 高二普通科 數學平時測驗 日期：91.09.20							
範圍	1-2 向量的應用	班級		姓名		得分	
		座號					

一、選擇題：(共 30 分)

1.(C　)設G爲△OAB之重心，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，若$\overrightarrow{OG}=x\vec{a}+y\vec{b}$，則（x，y）＝
(A)（2／3，2／3） (B)（1／2，1／2） (C)（1／3，1／3） (D)（1，1）
(E)（1／3，2／3）。

2.(全　)△ABC中，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=2\sqrt{13}$，$\overline{CA}=8$，∠A度量爲α，△ABC之外心爲O且$\overrightarrow{AO}=\ell\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$，則 (A)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=24$ (B)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=18$ (C)$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=32$ (D)$\ell=2／9$
(E)m＝5／12。(複選)

解析

$$(A)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-\overline{BC}^2}{2}=\frac{6^2+8^2-(2\sqrt{13})^2}{2}=24$$

$$(B)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}^2=18$$

$$(C)\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}^2=32$$

$$(D)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\ell\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+m\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$$

$$18=36\ell+24m..........(1.)$$

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\ell\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+m\left|\overrightarrow{AC}\right|^2$$

$$32=24\ell+64m..........(2.)$$

$$\begin{cases}\ell=\dfrac{2}{9}\\ m=\dfrac{5}{12}\end{cases}$$

3.(BCDE)$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，且｜$\overrightarrow{OA}$｜＝1，｜$\overrightarrow{OB}$｜＝2，｜$\overrightarrow{OC}$｜＝$\sqrt{2}$，$\overrightarrow{OA}$與$\overrightarrow{OB}$之夾角爲θ，則
(A)cosθ＝3／4 (B)sinθ＝$\sqrt{7}$／4 (C)△OAB＝$\sqrt{7}$／4 (D)O爲△ABC之重心
(E)△ABC＝3（$\sqrt{7}$／4）。(複選)

解析

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OC}\Rightarrow\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|^2=\left|-\overrightarrow{OC}\right|^2$$

$$\left|\overrightarrow{OA}\right|^2+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+\left|\overrightarrow{OB}\right|^2=\left|\overrightarrow{OC}\right|^2$$

$$1+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+4=2\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{3}{2}$$

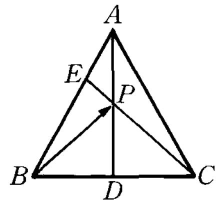
$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\frac{-3/2}{1\times2}=-\frac{3}{4}\Rightarrow\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\Delta OAB=\frac{1}{2}\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin\theta=\frac{1}{2}\times1\times2\times\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0} \Rightarrow$ O爲△ABC之重心　　$\Delta ABC=3\Delta OAB=3(\frac{\sqrt{7}}{4})$

二、填充題：

1.如下圖，D爲△ABC中$\overline{BC}$之中點，$\overline{AE}$：$\overline{EB}$＝1：2，$\overline{CE}$與$\overline{AD}$交於P，設$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BA}=\vec{b}$，令$\overrightarrow{BP}=x\vec{a}+y\vec{b}$，則x＝【 $\frac{1}{4}$ 】， y＝【 $\frac{1}{2}$ 】。



解析

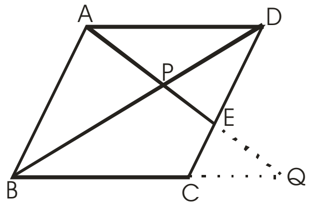
$\overrightarrow{BP}=x\overrightarrow{BC}+y\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BP}=x(2\overrightarrow{BD})+y\overrightarrow{BA}$

P,D,A共線 $\Rightarrow 2x+y=1$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BP}=x\overrightarrow{BC}+y(\frac{3}{2}\overrightarrow{BE})\\ P,E,C\text{共線}\Rightarrow x+\frac{3}{2}y=1\end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{4}\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$$

2.ABCD爲一個平行四邊形，$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，$\overline{DB}$交$\overline{AE}$於P，若$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，則數對（x，y）＝【 $(\frac{2}{5},\frac{3}{5})$ 】。



解析

$\Delta ADE\sim\Delta QCE\Rightarrow\frac{\overline{AD}}{\overline{QC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{EC}}=\frac{2}{1}\Rightarrow\overline{AD}:\overline{BQ}=2:3$

$\Delta ADP\sim\Delta QBP\Rightarrow\overline{DP}:\overline{BP}=\overline{AD}:\overline{BQ}=2:3$

$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$　(比較填充第7題)

3.在正六邊形ABCDEF中，$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$（x，y爲實數），則x＝【 −3 】，y＝【 2 】。

4.△ABC中，$\overline{AB}$＝2，$\overline{AC}=\sqrt{3}$，∠BAC＝30°，若內心爲I，且$\overrightarrow{AI}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$（x，y∈爲實數），則y＝【 $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 】。

解析

$\overline{BC}^2=a^2=b^2+c^2-2bc\cos 30°$

$=(\sqrt{3})^2+2^2-2\times\sqrt{3}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

$\overrightarrow{AI}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3+\sqrt{3}}\overrightarrow{AC}$

5.在正六邊形ABCDEF中，令$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，試以$\vec{a}$，$\vec{b}$表出$\overrightarrow{BD}$＝【 $\vec{b}-\vec{a}$ 】。

6.△ABC中，D在$\overline{BC}$上，且$\overline{BD}$：$\overline{DC}$＝3：2，M在$\overline{DA}$上，且$\overline{DM}$：$\overline{MA}$＝1：2，O爲任意一點，若$\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$，則實數x＝【 $\frac{1}{3}$ 】，y＝【 $\frac{4}{15}$ 】，z＝【 $\frac{2}{5}$ 】。

解析

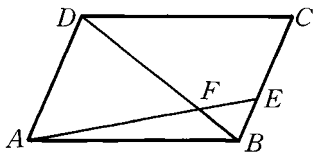
∵ $\overline{BD}$：$\overline{DC}$＝3：2，且$\overline{DM}$：$\overline{MA}$＝1：2

$$\overline{AM}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}(\frac{2}{5}\overline{AB}+\frac{3}{5}\overline{AC})=\frac{4}{15}\overline{AB}+\frac{2}{5}\overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{OM}-\overline{OA}=\frac{4}{15}(\overline{OB}-\overline{OA})+\frac{2}{5}(\overline{OC}-\overline{OA})$$

$$\Rightarrow \overline{OM}=\frac{1}{3}\overline{OA}+\frac{4}{15}\overline{OB}+\frac{2}{5}\overline{OC}$$

7.設ABCD爲一平行四邊形，$\overline{BE}$：$\overline{EC}$＝1：2，如下圖所示，又$\overrightarrow{AF}$＝x $\overrightarrow{AB}$＋y $\overrightarrow{AD}$，則x＝【 $\frac{3}{4}$ 】，y＝【 $\frac{1}{4}$ 】。



解析：設$\overrightarrow{AF}$＝k $\overrightarrow{AE}$

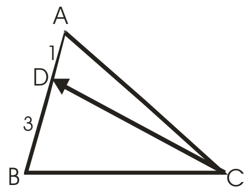
$\Rightarrow\overrightarrow{AF}$＝k（$\overrightarrow{AB}$＋$\overrightarrow{BE}$）＝k（$\overrightarrow{AB}$＋$\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$）＝k（$\overrightarrow{AB}$＋$\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$）

＝k $\overrightarrow{AB}$＋$\frac{1}{3}$k $\overrightarrow{AD}$

∵D，F，B三點共線　∴k＋$\frac{1}{3}$k＝1⇒k＝$\frac{3}{4}$　　∴$\overrightarrow{AF}$＝$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$＋$\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

故x＝$\frac{3}{4}$，y＝$\frac{1}{4}$　　　(比較填充第2題)

8.△ABC中，$\overrightarrow{AB}$＝$\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}$＝$\vec{b}$，若D爲$\overline{AB}$上一點，且$\overline{AD}$／$\overline{BD}$＝1／3，$\overrightarrow{CD}$＝x $\vec{a}$＋y $\vec{b}$，則x＝【 $\frac{1}{4}$ 】，y＝【 －1 】。



解析

$$\overline{CD}=\frac{3}{4}\overline{CA}+\frac{1}{4}\overline{CB}=-\frac{3}{4}\overline{AC}+\frac{1}{4}(\overline{AB}-\overline{AC})=\frac{1}{4}\overline{AB}-\overline{AC}$$

9.若A，B，C三點共線，O點爲不在此線上的任一點，且5 $\overrightarrow{OC}$＝（2t－1）$\overrightarrow{OA}$＋（3t－4）$\overrightarrow{OB}$，則實數 t＝【 2 】。

解析　5 $\overrightarrow{OC}$＝（2t－1）$\overrightarrow{OA}$＋（3t－4）$\overrightarrow{OB}$

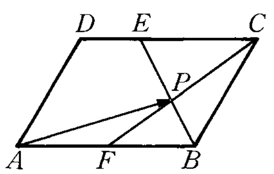
$5\overline{OC}=(2t-1)\overline{OA}+(3T-4)\overline{OB}$

$\overline{OC}=\frac{(2t-1)}{5}\overline{OA}+\frac{(3t-4)}{5}\overline{OB}$

$\because A,B,C$共線$\Rightarrow\frac{(2t-1)}{5}+\frac{(3t-4)}{5}=1\Rightarrow t=2$

10.設ABCD爲一平行四邊形，點E在$\overline{CD}$上，且$\overline{DE}$＝2 $\overline{EC}$，又$\overline{DB}$交$\overline{AE}$於P，若$\overrightarrow{AP}$＝x $\overrightarrow{AB}$＋y $\overrightarrow{AD}$，則x＝【 $\frac{2}{5}$ 】，y＝【 $\frac{3}{5}$ 】。(不小心與第2題重複了)

11.平行四邊形ABCD，如下圖，E在$\overline{CD}$上，且2$\overline{DE}$＝$\overline{DC}$，F爲$\overline{AB}$之中點，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$交於P，若$\overrightarrow{AP}$＝x $\overrightarrow{AB}$＋y $\overrightarrow{AD}$，則x＝【 $\frac{5}{7}$ 】，y＝【 $\frac{3}{7}$ 】。

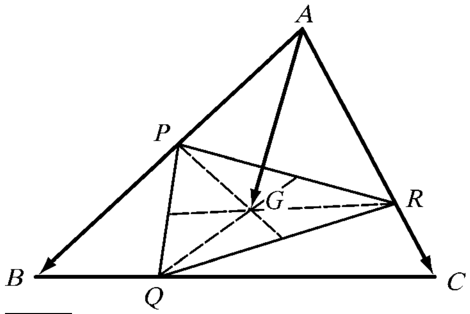


解析

連$\overline{AC}$

ΔAFC中　$\overline{AP}=\frac{3}{7}\overline{AC}+\frac{4}{7}\overline{AF}=\frac{3}{7}(\overline{AD}+\overline{AB})+\frac{4}{7}(\frac{1}{2}\overline{AB})=\frac{5}{7}\overline{AB}+\frac{3}{7}\overline{AD}$

12.△ABC中，如下圖，各邊上分別取P∈$\overline{AB}$，Q∈$\overline{BC}$，R∈$\overline{CA}$，且$\overrightarrow{AP}$=（1／2）$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BQ}$=（1／3）$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CR}$=（1／4）$\overrightarrow{CA}$，設G為△PQR之重心，若$\overrightarrow{AG}$=x $\overrightarrow{AB}$+y $\overrightarrow{AC}$，則x=【 $\frac{7}{18}$ 】，y=【 $\frac{13}{36}$ 】。



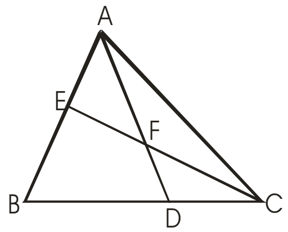
解析：∵G為△PQR之重心

$\therefore\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AP}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AQ}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AR}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BQ})+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CR})$

$=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{9}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{12}\overrightarrow{CA}$

$=\frac{7}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{13}{36}\overrightarrow{AC}$　　故$x=\frac{7}{18}$，$y=\frac{13}{36}$

13.△ABC中，E，D分別在$\overline{AB}$與$\overline{BC}$邊上，連接$\overline{AD}$，$\overline{CE}$交於F，若$\overline{AF}$：$\overline{FD}$=2：1，$\overline{AE}$：$\overline{EB}$=2：3，且$\overrightarrow{AD}$=x $\overrightarrow{AB}$+y $\overrightarrow{AC}$（x，y為實數），則數對（x，y）=【 $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$ 】。



解析：

$\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$

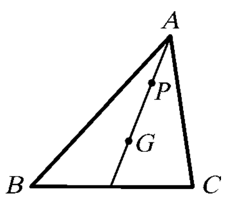
$\because B,D,C$共線$\Rightarrow x+y=1$..........(1)

又$\frac{3}{2}\overrightarrow{AF}=x(\frac{5}{2}\overrightarrow{AE})+y\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{AF}=\frac{5x}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{2y}{3}\overrightarrow{AC}$

$\because E,F,C$共線$\Rightarrow\frac{5x}{3}+\frac{2y}{3}=1$.....(2)

$$\therefore\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\ y=\frac{2}{3}\end{cases}$$

14.設G為△ABC之重心，P為$\overline{AG}$之中點，若$\overrightarrow{AP}$=x $\overrightarrow{AC}$+y $\overrightarrow{BG}$（x，y∈R），則x=【 $\frac{1}{4}$ 】，y=【 $-\frac{1}{4}$ 】。



解析：∵G為△ABC重心　$\therefore\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

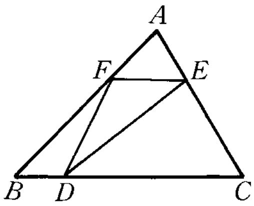
且P為$\overline{AG}$之中點　$\therefore\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$..................①

又$\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BG})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$..................②

由①，②知$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{6}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BG})+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{BG}$　　故$x=\frac{1}{4}$，$y=-\frac{1}{4}$

15.在△ABC的三邊$\overline{BC}$，$\overline{CA}$，$\overline{AB}$上分別取D，E，F三點，使$\overline{DC}=4\,\overline{BD}$，$\overline{EC}=2\,\overline{AE}$，$\overline{FB}=2\,\overline{AF}$，如下圖，設G為DEF之重心，$\overrightarrow{AG}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則α=【 $\frac{17}{45}$ 】，β=【 $\frac{8}{45}$ 】。



解析：因G為△DEF之重心，由重心的性質知

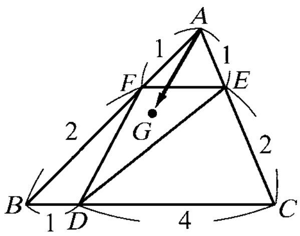
$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE})$ ……………①

又$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AD}=\frac{4\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{5}$，代入①得

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{5}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC})$

$=(\frac{1}{9}+\frac{4}{15})\overrightarrow{AB}+(\frac{1}{15}+\frac{1}{9})\overrightarrow{AC}=\frac{17}{45}\overrightarrow{AB}+\frac{8}{45}\overrightarrow{AC}$

故$\alpha=\frac{17}{45}$，$\beta=\frac{8}{45}$



16.△ABC中，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=6$，試求：

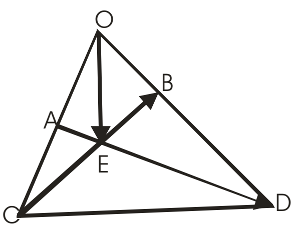
(1)∠A之平分線$\overline{AD}$交$\overline{BC}$於D，若$\overrightarrow{AD}=x\,\overrightarrow{AB}+y\,\overrightarrow{AC}$，則x=【 $\frac{3}{5}$ 】，y=【 $\frac{2}{5}$ 】。

(2)若△ABC之內心為I，且$\overrightarrow{AI}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則$\alpha=$【 $\frac{2}{5}$ 】，$\beta=$【 $\frac{4}{15}$ 】。

解析：(1)∵$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=4:6=2:3$　∴$\overrightarrow{AD}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

(2)$\overrightarrow{AI}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}=\frac{6}{5+6+4}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5+6+4}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$

17.設O，A，B三點不共線，C，D與之共平面，且$\overrightarrow{OC}=2\,\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OD}=3\,\overrightarrow{OB}$，設$\overline{AD}$交$\overline{BC}$於E，若$\overrightarrow{OE}=x\,\overrightarrow{OA}+y\,\overrightarrow{OB}$，則實數對（x，y）=【 $(\frac{4}{5},\frac{3}{5})$ 】。



解析：

$\overline{OE}=x\overline{OA}+y\overline{OB}$

$\overline{OE}=x\overline{OA}+y(\frac{1}{3}\overline{OD})$

$\because A,E,D$共線$\Rightarrow x+\frac{1}{3}y=1$……….(1)

又$\overline{OE}=x(\frac{1}{2}\overline{OC})+y\overline{OB}$

$\because C,E,B$共線$\Rightarrow \frac{x}{2}+y=1$…..(2)

$$\therefore \begin{cases} x=\dfrac{4}{5} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

18.H爲△ABC之垂心，已知$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=2\sqrt{7}$，$\overline{AB}=4$，又直線AH交$\overline{BC}$於D，試求：

(1)若$\overrightarrow{AH}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則$\alpha=$【 $\dfrac{2}{9}$ 】，$\beta=$【 $\dfrac{1}{9}$ 】。

(2)若$\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則x=【 $\dfrac{2}{3}$ 】，y=【 $\dfrac{1}{3}$ 】。

解析：(1)$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AC}\cdot(\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC})=\alpha\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\beta|\overrightarrow{AC}|^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$……………… ①

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}\cdot(\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC})=\alpha|\overrightarrow{AB}|^2+\beta\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$……………… ②

又$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\angle ABC$

$=\dfrac{1}{2}(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2)=\dfrac{1}{2}(16+28-36)=4$……………… ③

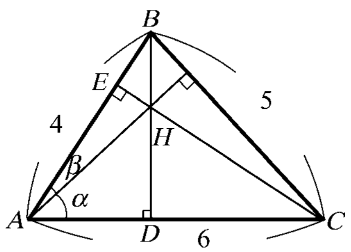
由①，②，③知$\begin{cases} 4\alpha+28\beta=4 \\ 16\alpha+4\beta=4 \end{cases}$ $\therefore\alpha=\dfrac{2}{9}$，$\beta=\dfrac{1}{9}$

(2)∵A，H，D共線

$\therefore\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AH}=t(\dfrac{2}{9}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{9}\overrightarrow{AC})=\dfrac{2t}{9}\overrightarrow{AB}+\dfrac{t}{9}\overrightarrow{AC}$

又B，D，C共線 $\therefore\dfrac{2t}{9}+\dfrac{t}{9}=1\Rightarrow t=3$

$\therefore\overrightarrow{AD}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AB}$ $\therefore x=\dfrac{2}{3}$，$y=\dfrac{1}{3}$



19.三向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，若$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=4$，則：

(1)$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$【 $-\dfrac{29}{2}$ 】。

(2)$\vec{a}$與$\vec{b}$夾角爲θ，則cosθ=【 $\dfrac{1}{4}$ 】。

※20.若$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{AC}|=2$，$|\overrightarrow{AD}|=3$，且$\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AD}=\vec{0}$，則$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上之射影量爲【 $\dfrac{1}{2}$ 】。

解析：∵$\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

$\therefore\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$，$|\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}|^2=|2\overrightarrow{AD}|^2$

$\therefore|\overrightarrow{AB}|^2+4|\overrightarrow{AC}|^2+4\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4|\overrightarrow{AD}|^2$

又$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{AC}|=2$，$|\overrightarrow{AD}|=3$

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$ 得$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上之射影量爲$\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{1}{2}$

21.於△ABC中，$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=3$，$\angle A=60^{\circ}$，點O為△ABC的外心，令$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，則：

(1)$\vec{a}\cdot\vec{b}=$【　3　】；

(2)若$\overrightarrow{AO}=\ell\vec{a}+m\vec{b}$，$\ell$，$m\in R$，則數對（$\ell$，m）＝【　$\left(\frac{1}{6},\frac{4}{9}\right)$　】。

22.設△ABC中，$\overline{AB}=1$，$\overline{BC}=\sqrt{7}$，$\overline{CA}=3$，K為外心，則：

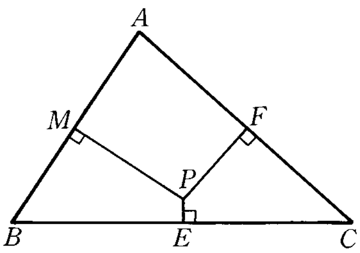
(1)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$【　$\frac{2}{3}$　】。(2)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AK}=$【　$\frac{1}{2}$　】。(3)$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AK}=$【　$\frac{9}{2}$　】。

(提示：公式背了沒？)

23.如下圖，設P為△ABC之外心，已知$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=2\sqrt{7}$，$\overline{AB}=4$，試求：

(1)令$\overrightarrow{AP}=x\,\overrightarrow{AB}+y\,\overrightarrow{AC}$，則x＝【　$\frac{7}{18}$　】，y＝【　$\frac{4}{9}$　】。

(2)連$\overleftrightarrow{AP}$交$\overleftrightarrow{BC}$於一點D，且$\overrightarrow{AD}=x'\,\overrightarrow{AB}+y'\,\overrightarrow{AC}$，則x'＝【　$\frac{7}{15}$　】，y'＝【　$\frac{8}{15}$　】。



解析：(1)$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=(x\,\overrightarrow{AB}+y\,\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}=x|\overrightarrow{AB}|^2+y\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$……………①

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=(x\,\overrightarrow{AB}+y\,\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AC}=x\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+y\cdot|\overrightarrow{AC}|^2$……………②

又$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\angle BAC$

$=\frac{1}{2}(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2)=\frac{1}{2}(16+28-36)=4$……………③

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|\cos\angle PAB=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AM}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=8$……………④

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|\cos\angle PAC=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AF}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2=14$……………⑤

由①，③，④知$16x+4y=8$

由②，③，⑤知$4x+28y=14$　　$\therefore x=\frac{7}{18}$，$y=\frac{4}{9}$

(2)∵A，P，D共線　$\therefore\overrightarrow{AD}=t\,\overrightarrow{AP}=t\left(\frac{7}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{7t}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{4t}{9}\overrightarrow{AC}$

又B，D，C共線　$\therefore\frac{7}{18}t+\frac{4t}{9}=1\Rightarrow t=\frac{6}{5}$

$\therefore\overrightarrow{AD}=\frac{7}{15}\overrightarrow{AB}+\frac{8}{15}\overrightarrow{AC}$　　$\therefore x'=\frac{7}{15}$，$y'=\frac{8}{15}$

24.△ABC為正三角形，邊長為2，重心為G，則$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}=$【　2　】。

25.設G為△ABC之重心，P為$\overline{AG}$之中點，若$\overrightarrow{AP}=x\,\overrightarrow{AC}+y\,\overrightarrow{BG}$，則數對（x，y）＝【　$\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{4}\right)$　】。(與第14題又重複了)

26.若G為△ABC之重心，且$|\overrightarrow{GA}|=\sqrt{6}$，$|\overrightarrow{GB}|=3$，$|\overrightarrow{GC}|=\sqrt{5}$，則$\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}=$【　-10　】。

解析：

$\because G$為ΔABC重心$\Rightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$|\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}|^2=0$

$\left|\overrightarrow{GA}\right|^2+\left|\overrightarrow{GB}\right|^2+\left|\overrightarrow{GC}\right|^2+2(\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA})=0$

$\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}=-\dfrac{\left|\overrightarrow{GA}\right|^2+\left|\overrightarrow{GB}\right|^2+\left|\overrightarrow{GC}\right|^2}{2}=-\dfrac{6+9+5}{2}=-10$