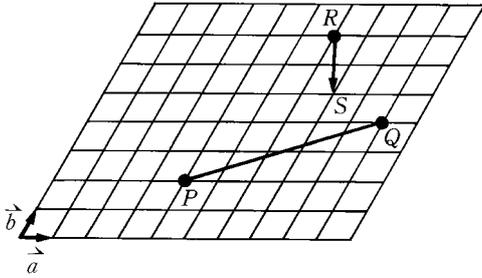


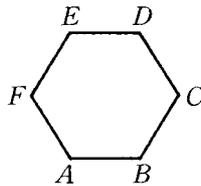
範圍	有向線段、向量(2)	班級		姓		得	
		座號		名		分	

一、選擇題：(共 40 分)

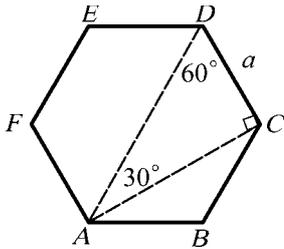
- 1.(A)下圖為兩組兩兩平行的直線組合，且相鄰兩線等距離，已知 \vec{a} ， \vec{b} 長度均為1，其夾角為 60° ，則下列何者為真？ (A) $\vec{PQ} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ (B) $\vec{RS} = \vec{a} + 2\vec{b}$
 (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}/2$ (D) $|\vec{PQ}| = \sqrt{29}$ (E) $\vec{PQ} \cdot \vec{RS} = -2$ 。



- 2.(B)正六邊形ABCDEF， $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，則 (A) $\vec{BE} = \vec{b} - 2\vec{a}$ (B) $\vec{BD} = 2\vec{b} - \vec{a}$ (C) $\vec{BF} = \vec{b} - \vec{a}$
 (D) $\vec{BF} = 2\vec{a} - \vec{b}$ (E) $\vec{BD} = \vec{a} - 2\vec{b}$ 。
 3.(C)正六邊形ABCDEF的邊長為2，設 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，由此正六邊形的頂點為始點或終點，可決定多少不同的向量？(不包含零向量) (A)6 (B)12 (C)18 (D)36 (E)30。
 4.(B)如下圖，ABCDEF為一正六邊形，則下列向量內積中，何者最大？
 (A) $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$ (B) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ (C) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ (D) $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ (E) $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$ 。



解析：設此正六邊形的邊長為a，則 $|\vec{AD}| = 2a$ ， $|\vec{AC}| = \sqrt{3}a$



- (A) $\vec{AB} \cdot \vec{AB} = |\vec{AB}| |\vec{AB}| \cos 0^\circ = a \times a \times 1 = a^2$
 (B) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos 30^\circ = a \times \sqrt{3}a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}a^2$
 (C) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| |\vec{AD}| \cos 60^\circ = a \times 2a \times \frac{1}{2} = a^2$
 (D) $\vec{AB} \cdot \vec{AE} = |\vec{AB}| |\vec{AE}| \cos 90^\circ = 0$
 (E) $\vec{AB} \cdot \vec{AF} = |\vec{AB}| |\vec{AF}| \cos 120^\circ = a \times a \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}a^2$

故選(B)

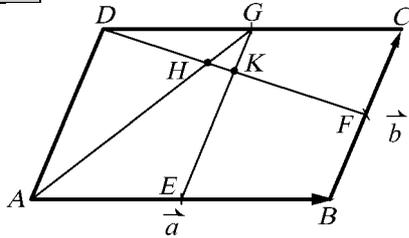
- 5.(D)正 $\triangle ABC$ 邊長為2， \vec{AH} 為 \vec{BC} 邊上之高，則 (A) $\vec{AB} \cdot \vec{AH} = 2$ (B) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 2$ (C) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -2$ (D) $\vec{BH} \cdot \vec{AH} = 0$ (E) $\vec{BA} \cdot \vec{HB} = 1$ 。

二、填充題：(共 60分)

1. 設ABCD為一平行四邊形， \overline{AB} ， \overline{BC} ， \overline{CD} 之中點分別為E，F，G，且 \overline{DF} 交 \overline{EG} 於K， \overline{DF} 交 \overline{AG} 於H，若 $\overline{AB}=\vec{a}$ ， $\overline{BC}=\vec{b}$ ，則

$$\overline{GK} = \left[-\frac{1}{4}\vec{b} \right], \overline{AH} = \left[\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b} \right]. \text{ (以}\vec{a}, \vec{b}\text{表之)}$$

解析：如下圖



$$(1) \overline{GK} = \frac{1}{2} \overline{CF} = \frac{1}{4} \overline{CB} = -\frac{1}{4} \vec{b}$$

$$(2) \because \triangle AHD \sim \triangle GHK \quad \therefore \frac{\overline{AH}}{\overline{HG}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{GK}} = \frac{4}{1}$$

$$\text{故 } \overline{AH} = \frac{4}{5} \overline{AG} = \frac{4}{5} (\overline{AE} + \overline{EG}) = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} \vec{a} + \vec{b} \right) = \frac{2}{5} \vec{a} + \frac{4}{5} \vec{b}$$

2. $|\overline{AB}| = 2$ ， $|\overline{AC}| = 3$ ，且 $\angle BAC = 60^\circ$ ，則 $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \left[\sqrt{19} \right]$ 。

3. 設 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ ，若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} + t\vec{b})$ ，則 $t = \left[-1 \right]$ 。

4. $\triangle ABC$ 之三邊長為 $a = \overline{BC} = 5$ ， $b = \overline{CA} = 7$ ， $c = \overline{AB} = 3$ ，試求：

$$(1) \overline{AB} \cdot \overline{AC} = \left[\frac{33}{2} \right] \quad (2) \overline{BA} \cdot \overline{BC} = \left[-\frac{15}{2} \right]$$

$$(3) \overline{CA} \cdot \overline{CB} = \left[\frac{65}{2} \right]$$

5. $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $|\vec{c}| = 3$ ，若 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，求 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \left[-\frac{1}{2} \right]$ 。

6. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ ，M為 \overline{BC} 的中點，則 $(\overline{BC} - \overline{AM}) \cdot (\overline{AC} + \overline{AM}) = \left[-4 \right]$ 。

7. 設 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $|2\vec{a} - \vec{b}| = 2\sqrt{3}$ ，則 \vec{a} ， \vec{b} 之夾角為 $\left[\frac{2\pi}{3} \right]$ 。

8. 設 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ， \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° ，則 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $-\vec{a} + 2\vec{b}$ 的夾角為 $\left[60^\circ \right]$ 。

9. 若 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 1$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° ，則 $|2\vec{a} + \vec{b}| = \left[\sqrt{21} \right]$ ， $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \left[2 \right]$ 。

10 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，且 \vec{a} ， \vec{b} 之夾角為 $\pi/3$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \left[3 \right]$ 。