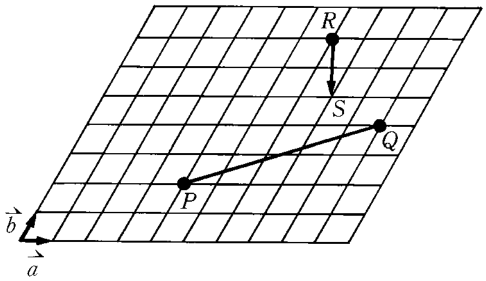
| 高雄市明誠中學 高二普通科組 數學平時測驗 日期：91.09.13 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 範圍 | 1-1 有向線段與向量 | 班級 | | 姓名 | | 得分 | |
| | | 座號 | | | | | |

**一、選擇題：(共 35 分)**

1. (A )若 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|\neq 0$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-(2/5)\vec{b})$，則 $\vec{a}$與 $\vec{b}$的夾角為 (A)$60°$ (B)$120°$ (C)$30°$ (D)$150°$ (E)以上皆非。

2. (AE )下圖為兩組兩兩平行的直線組合，且相鄰兩線等距離，已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$長度均為1，其夾角為$60°$，則下列何者為真？ (A)$\overrightarrow{PQ}=5\vec{a}+2\vec{b}$ (B)$\overrightarrow{RS}=\vec{a}+2\vec{b}$ (C)$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}/2$ (D)$|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{29}$ (E)$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS}=-3$。

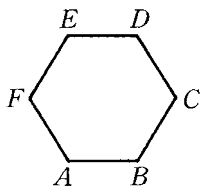



3. (ABC )正六邊形ABCDEF，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，則 (A)$\overrightarrow{BE}=2\vec{b}-2\vec{a}$ (B)$\overrightarrow{BD}=2\vec{b}-\vec{a}$ (C)$\overrightarrow{BF}=\vec{b}-2\vec{a}$ (D)$\overrightarrow{BF}=2\vec{a}-\vec{b}$ (E)$\overrightarrow{BD}=\vec{a}-2\vec{b}$。

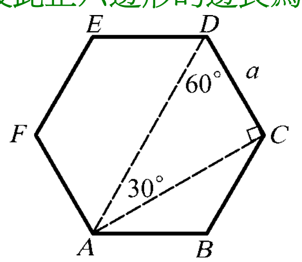
4. (E )正六邊形ABCDEF的邊長為2，設$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，由此正六邊形的頂點為始點或終點，可決定多少不同的向量？(不包含零向量) (A)6 (B)12 (C)18 (D)36 (E)30。

5. (B )正八邊形的八個頂點可決定多少個向量？ (A)32 (B)33 (C)34 (D)以上皆非。(包括 $\vec{0}$，相等向量視為同一向量)

6. (B )如下圖，ABCDEF為一正六邊形，則下列向量內積中，何者最大？ (A)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ (B)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (C)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (D)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ (E)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$。




解析：設此正六邊形的邊長為a，則$|\overrightarrow{AD}|=2a$，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{3}\,a$




(A)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AB}|\cos 0°=a\times a\times 1=a^2$

(B)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos 30°=a\times\sqrt{3}\,a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}a^2$

(C)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos 60°=a\times 2a\times\frac{1}{2}=a^2$

(D)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AE}|\cos 90°=0$

(E)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AF}|\cos120°=a\times a\times(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}a^2$

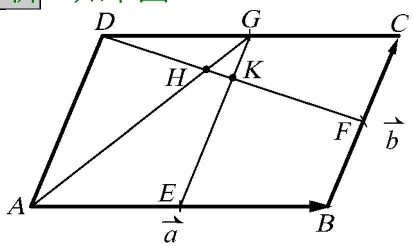
故選(B)

7. (ACDE)正△ABC邊長爲2，$\overline{AH}$爲$\overline{BC}$邊上之高，則　(A)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=3$　(B)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=2$　(C)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$　(D)$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AH}=0$　(E)$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{HB}=-1$。

## 二、填充題：(共 85 分)

1. 設ABCD爲一平行四邊形，$\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CD}$之中點分別爲E，F，G，且 $\overline{DF}$交 $\overline{EG}$於K，$\overline{DF}$交 $\overline{AG}$於H，若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，則$\overrightarrow{GK}=$【　$-\frac{1}{4}\vec{b}$　】，$\overrightarrow{AH}=$【　$\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$　】。（以$\vec{a}$，$\vec{b}$表之）

解析：如下圖




(1)$\overrightarrow{GK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{4}\vec{b}$

(2)∵△AHD～△GHK

$\therefore\frac{\overline{AH}}{\overline{HG}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{GK}}=\frac{4}{1}$

故$\overrightarrow{AH}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AG}=\frac{4}{5}(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EG})=\frac{4}{5}(\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b})=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$

2. 正六邊形ABCDEF，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$，則以 $\vec{a}$，$\vec{b}$表 $\overrightarrow{AD}=$【　$2\vec{a}+2\vec{b}$　】。

5. $|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=3$，且∠BAC＝60°，則$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=$【　$\sqrt{19}$　】。

6. 設$\vec{a}$，$\vec{b}$爲平面上兩向量，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，若 $\vec{a}+(t-1)\vec{b}$與 $-\vec{a}+(t+1)\vec{b}$互相垂直，則實數t＝【　$\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$　】。

7. 設$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$，若$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}+t\vec{b})$，則t＝【　$-1$　】。

8. △ABC之三邊長爲$a=\overline{BC}=5$，$b=\overline{CA}=7$，$c=\overline{AB}=3$，試求：

(1)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$【　$\frac{33}{2}$　】。

(2)$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=$【　$-\frac{15}{2}$　】。

(3)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=$【　$\frac{65}{2}$　】。

9. 若$|\vec{\alpha}|=2$，且$\vec{\alpha}+\vec{\beta}=\vec{0}$，則 $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=$【　$-4$　】。

10. $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=3$，若$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，求 $\vec{a}\cdot\vec{c}=$【　$-\frac{1}{2}$　】。

11. 正△ABC中，$\overline{AB}=2$，M爲$\overline{BC}$的中點，則$(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AM})\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AM})=$【　$-4$　】。

12. 平行四邊形ABCD中，$\overline{AB}=5$，$\overline{AD}=8$，則$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$【　39　】，$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CA}=$【　$-39$　】。

13. 設$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|2\vec{a}-\vec{b}|=2\sqrt{3}$，則 $\vec{a}$，$\vec{b}$之夾角爲【　$\frac{2\pi}{3}$　】。

14.設｜$\vec{a}$｜＝｜$\vec{b}$｜＝**1**，$\vec{a}$與 $\vec{b}$之夾角爲**60°**，則 $\vec{a}+\vec{b}$與 $-\vec{a}+2\vec{b}$的夾角爲【　**60°**　】。

15.若｜$\vec{a}$｜＝**2**，｜$\vec{b}$｜＝**1**，且 $\vec{a}$與 $\vec{b}$之夾角爲**60°**，則｜$2\vec{a}+\vec{b}$｜＝【　$\sqrt{21}$　】，｜$\vec{a}-2\vec{b}$｜＝【　**2**　】。

16.設｜$\vec{a}$｜＝**2**，｜$\vec{b}$｜＝**3**，且$\vec{a}$，$\vec{b}$之夾角爲$\pi/3$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}$＝【　**3**　】。

17.△**ABC**中，若｜$\overrightarrow{AB}$｜＝**2**，｜$\overrightarrow{AC}$｜＝**3**，△**ABC**之面積爲$3\sqrt{3}/2$，則$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$＝【　**±3**　】。

**三、證明題：(共 10 分)**

1.對於任意兩向量$\vec{a}$與$\vec{b}$，試證｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜≧｜$\vec{a}+\vec{b}$｜，等號在$\vec{a}$與$\vec{b}$中有零向量或$\vec{a}$與$\vec{b}$同向時成立。

【證明】

**(1)**設$\vec{a}$與$\vec{b}$中至少有一個爲零向量，則｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜＝｜$\vec{a}+\vec{b}$｜

**(2)**設$\vec{a}$與$\vec{b}$都不是零向量

①$\vec{a}$與$\vec{b}$同向，則｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜＝｜$\vec{a}+\vec{b}$｜

②$\vec{a}$與$\vec{b}$反向，則｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜＞｜$\vec{a}+\vec{b}$｜

③$\vec{a}$與$\vec{b}$不平行，則以$\vec{a}$與$\vec{b}$爲兩邊作一平行四邊形，則$\vec{a}+\vec{b}$爲其對角線所成向量，依三角形兩邊之和大於等三邊的觀念知

｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜＞｜$\vec{a}+\vec{b}$｜

由以上所述，知｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜≧｜$\vec{a}+\vec{b}$｜恆成立，且$\vec{a}$與$\vec{b}$中至少有一個爲零向量或$\vec{a}$與$\vec{b}$同向時，｜$\vec{a}$｜＋｜$\vec{b}$｜＝｜$\vec{a}+\vec{b}$｜成立