

高雄市明誠中學 高一普通科 數學平時測驗 日期：91.09.27					
範圍	1-3 函數	班級		姓名	得分
		座號			

一、選擇題：(共 40 分)

1.(D) 設 $f(x) = 1999(x-88)^2 + 307$ ，則下列哪一個函數值最大？

(A) $f(88)$ (B) $f(-88)$ (C) $f(1999)$ (D) $f(-1999)$ 。

2.(ABD) 下列何者為真？

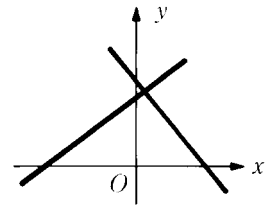
(A) 兩個量 x, y 之間存在某種關係，若 x 值給定時， y 值也隨之唯一確定，則稱 y 為 x 的函數

(B) 攝氏度數 x 與華氏度數 y 有如下之關係： $y = (9/5)x + 32$ ，則 x 為 y 的函數， y 亦為 x 的函數

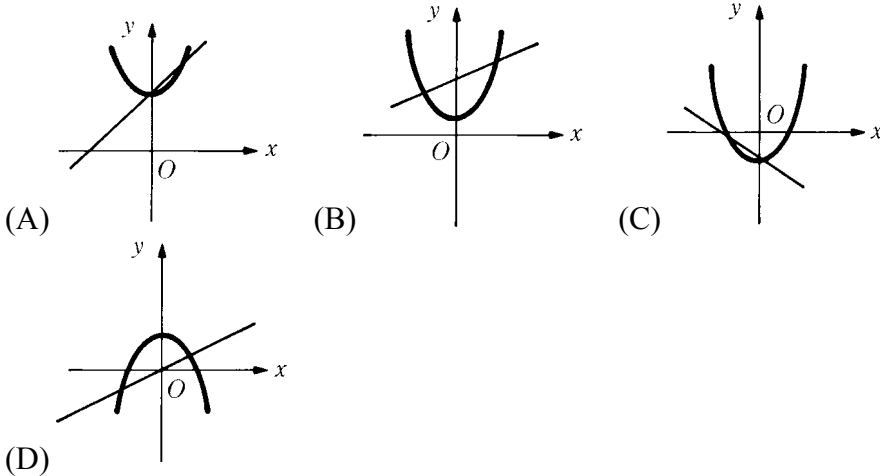
(C) 變數 x, y 滿足 $3x^2 - 2y^2 = 6$ ，則 y 為 x 的函數

(D) 若圓的半徑為 r ，面積為 A ，滿足 $A = \pi r^2$ ，則 r 為 A 的函數

(E) 如下圖為函數圖形。(複選)



3.(A) 下列四個選項中，只有一個可能是直線 $y = ax + b$ 與拋物線 $y = ax^2 + b$ 的圖形，試選出之。



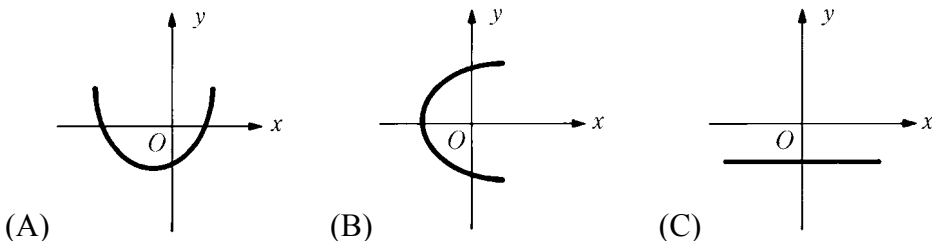
解析：

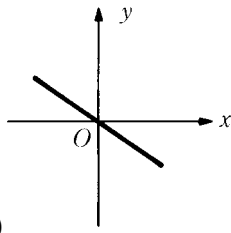
$y = ax + b$ 交 x, y 兩軸分別於 $(-\frac{b}{a}, 0); (0, b)$

$y = ax^2 + b$ 交 y 軸於 $(0, b)$ ，又由圖形(A)(C)知 $-\frac{b}{a} < 0; a > 0$ 且

a, b 同號 $\Rightarrow a > 0, b > 0$ 故選(A)

4.(B) 下列四個選項中，何者“不”為函數圖形？





(D)

5.(E) 下列為 x 與 y 的關係式子（其中 x 為任意實數），其中哪個式子的 y 不是 x 的函數？

(A) $2y = x^2 + 5$ (B) $y = 3$ (C) $x = 2y + 3$ (D) $x - y = 0$ (E) $x^2 = y^2$ 。

6.(BE) f 為由 A 映至 B 之函數，試判斷下列何者為真？ (A) $a \in A \Rightarrow f(a) \in A$ (B) $a \in A \Rightarrow \exists b \in B$

，使得 $f(a) = b$ (C) $b \in B \Rightarrow a \in A$ ，使得 $f(a) = b$ (D) $b \in B \Rightarrow a \in A$ ，使得 $f(a) = b$

(E) $\forall a \in A \Rightarrow f(a) \in B$ 。(複選)

7.(C) 設 R 為全部實數所成之集合，則下列何者為由 R 映至 R 之函數？

(A) $f: x \rightarrow \sqrt{x}$ (B) $f: x \rightarrow \sqrt{-x^2}$ (C) $f: x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ (D) $f: x \rightarrow 1/x$

(E) 以上皆非。

8.(BC) 設 $f: R \rightarrow R$ ，字義 $f(xy) = f(x) + f(y)$ ，則 (A) $f(1) = 1$

(B) $f(1/x) = -f(x)$ (C) $f(x/y) = f(x) - f(y)$ (D) $f(1) = 2$ 。(複選)

解析：(A) $f(xy) = f(x) + f(y)$

$\therefore f(1 \times 1) = f(1) + f(1) \Rightarrow f(1) = f(1) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

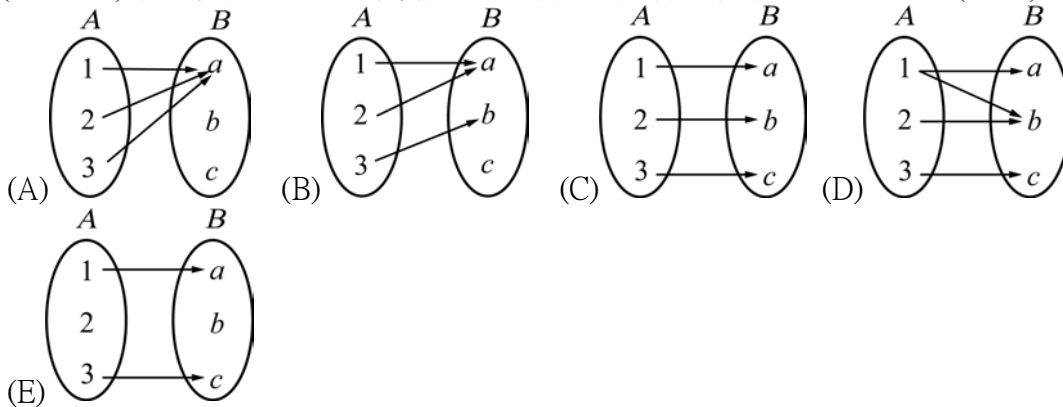
(B) $f(x \cdot \frac{1}{x}) = f(x) + f(\frac{1}{x}) \Rightarrow f(1) = f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$

$\therefore f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

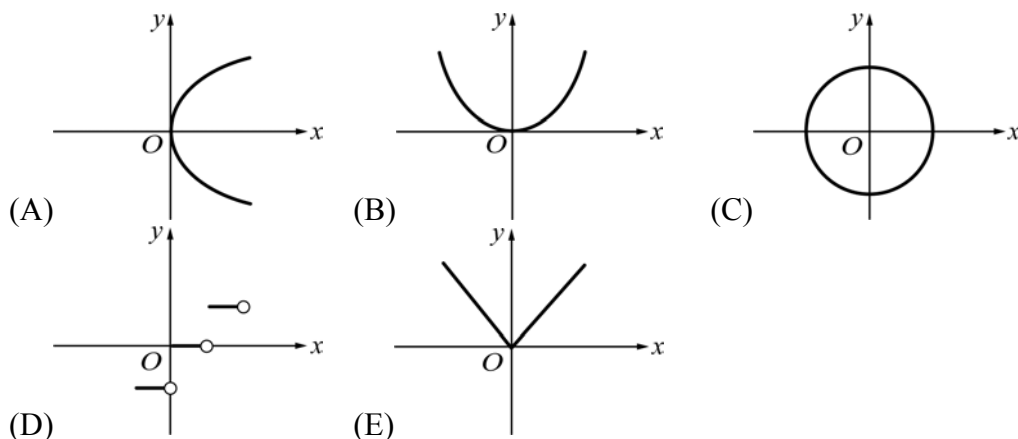
(C) $f(\frac{x}{y}) = f(x \cdot \frac{1}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$

(D) $f(1) = 0 \neq 2$ 故選(B)(C)

9.(ABC) 下列有關 A, B 二集合間之元素對應關係，何者為一函數？(複選)



10.(BDE) 下列各圖形，何者為函數圖形？(複選)



11. (ADE) 設 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ，下列何者為一函數？

- (A) $f(x) = x, x \in \mathbb{R}$ (B) $f(x) = 3/\sqrt{x^2}, x \in \mathbb{R}$ (C) $f(x) = y, x, y \in \mathbb{R}$
 (D) $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$ (E) $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ 。(複選)

解析：(A) \circ ； $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x$ 恆成立

(B) \times ，當 $x = 0$ 時即 $f(0)$ 不存在

(C) \times ； $\therefore y$ 與 x 的關係未知，例： $f(1) = 1, f(1) = 2$ ，皆可

(D) \circ ； $\therefore \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2$ 存在，例： $f(1) = f(-1) = 1$

(E) \circ ； $\therefore \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^3$ 存在，例： $f(1) = 1, f(-1) = -1$

12. (BCD) 下列何者可將 y 表成 x 的函數？ (A) $|y| = x$ (B) $y = 2$ (C) $x - 2y = 5$

- (D) $y = [x] - 2$ (E) $y = \begin{cases} 2x + 1, & x \geq 0 \\ 2x - 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 。

二、填充題：

1. $f: x \rightarrow \sqrt[3]{x^3 + x}$ 之定義域為 **【 $\{x | x \in \mathbb{R}\}$ 】**。

2. $f: x \rightarrow 2x / (3x^2 - 4x + 1)$ 之定義域為 **【 $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 1 \text{ 且 } x \neq \frac{1}{3}\}$ 】**。

3. $f: x \rightarrow \sqrt{x-1} / (2x-3)$ 之定義域為 **【 $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 1 \text{ 且 } x \neq \frac{3}{2}\}$ 】**。

4. $f: x \rightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{2-x} + 1$ 之定義域為 **【 $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$ 】**。

5. $f: x \rightarrow x^2 - 3x + 2$ 之定義域為 **【 $\{x | x \in \mathbb{R}\}$ 】**。

6. $f: x \rightarrow \sqrt{x^2-1} + (1/\sqrt{4-x^2})$ 之定義域為 **【 $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leq -1 \text{ 或 } 1 \leq x < 2\}$ 】**。

7. 設 $f(x) = -x^2 + 2$ ，則：(1) $f(\sqrt{2}) =$ **【 0 】**；(2) $f(-5) =$ **【 -23 】**。

8. 設 $f(x) = ax^2 - 3x + b$ ，且 $f(2) = 6, f(3) = 8$ ，則 $f(-1) =$ **【 12 】**。

9. $f: x \rightarrow -x^2 + 4x - 1$ ，且 $-3 \leq x \leq 1$ ，則 $f(x)$ 之值域為 **【 $\{x | -22 \leq x \leq 2\}$ 】**。

解析： $f: x \rightarrow -x^2 + 4x - 1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 1 = -(x-2)^2 + 3$

$\therefore -3 \leq x \leq 1$ ，且 $f(-3) = -(-3-2)^2 + 3 = -22$ ，

$f(1) = -(1-2)^2 + 3 = 2 \quad \therefore -22 \leq f(x) \leq 2$

故 $f(x)$ 之值域為 $\{x | -22 \leq x \leq 2\}$

10. $f: x \rightarrow \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$ ，則 $f(x)$ 之值域為 **【 $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 】**。

解析： $f: x \rightarrow \sqrt{-x^2 + 4x + 5} \Rightarrow f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5} = \sqrt{-(x-2)^2 + 9}$

$\therefore -(x-2)^2 + 9 \leq 9 \quad \therefore f(x) \leq \sqrt{9} = 3$

又 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5} \geq 0 \quad \therefore 0 \leq f(x) \leq 3$ 故 $f(x)$ 之值域為 $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

11. $f: x \rightarrow (x^2 - x + 1) / (x^2 + x + 1)$ ，則 $f(x)$ 之值域為 **【 $\{x | \frac{1}{3} \leq x \leq 3\}$ 】**。

解析 : $f: x \rightarrow \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

令 $y = f(x) = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} \Rightarrow x^2-x+1 = x^2y+xy+y$

$\Rightarrow (y-1)x^2 + (y+1)x + (y-1) = 0$

$\because x \in \mathbb{R} \quad \therefore D = (y+1)^2 - 4(y-1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow (y+1)^2 - (2y-2)^2 \geq 0 \Rightarrow (y+1+2y-2)(y+1-2y+2) \geq 0$

$\Rightarrow (3y-1)(-y+3) \geq 0 \Rightarrow (3y-1)(y-3) \leq 0$

$x \frac{1}{3} \leq y \leq 3 \quad \text{故 } f(x) \text{ 之值域為 } \{x \mid \frac{1}{3} \leq x \leq 3\}$

12. 設 x, y 皆為有理數，若 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ，且 $f(1) = 2$ ，則：

(1) $f(0) = \mathbf{【 0 】}$ ；(2) $f(5) = \mathbf{【 10 】}$ 。

13. 已知一函數 $f(x)$ 具有下列性質： $f(x+5) = f(x)$ ， $f(-x) = -f(x)$ ，

$f(1/3) = 1$ ，則：(1) $f(16/3) = \mathbf{【 1 】}$ ；(2) $f(29/3) = \mathbf{【 -1 】}$ ；

(3) $f(12) + f(-7) = \mathbf{【 0 】}$ 。

解析 : (1) $f(\frac{16}{3}) = f(5 + \frac{1}{3}) = f(\frac{1}{3}) = 1$

(2) $f(\frac{29}{3}) = f(5 + \frac{14}{3}) = f(\frac{14}{3}) = f(5 - \frac{1}{3}) = f(5 + \frac{-1}{3})$
 $= f(-\frac{1}{3}) = -f(\frac{1}{3}) = -1$

(3) $f(12) + f(-7) = f(7+5) - f(7) = f(7) - f(7) = 0$

14. 設 $f(x) = x^2 - 2x + 4$ ，且 $g(x-1) = f(3x+1)$ ，則 $g(3) = \mathbf{【 147 】}$ 。

15. 已知 $f(x) = -6x^2 + 11x - 3$ ， $g(x) = 2x - 3$ ，則：

(1) $f(x) - g(x) = \mathbf{【 -6x^2 + 9x 】}$ ；

(2) $f(x) \div g(x) = \mathbf{【 -3x + 1 】}$ 。

16. 令 $f(x) = x^2 + 3x + 3$ ，若 $f(x) \div g(x) = x + 2 + (1 \div g(x))$ ，則 $g(x) = \mathbf{【 x + 1 】}$ 。

17. 令 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ， $g(x) = x^2 + (1 \div x)$ ，則：(1) $f(2) + g(2) = \mathbf{【 7 \frac{1}{2} 】}$ ；

(2) $f(-2) \times g(-2) = \mathbf{【 \frac{105}{2} 】}$ ；(3) $f(1) \div g(1) = \mathbf{【 0 】}$ 。

18. 若 $f(x)$ 為一函數， $f((x+1) \div (2x-1)) = (6x-2) \div (3x+1)$ ，則

$f(x) = \mathbf{【 \frac{2x+8}{5x+2} 】}$ 。

解析 : $f(\frac{x+1}{2x-1}) = (\frac{6x-2}{3x+1})$

令 $\frac{x+1}{2x-1} = t \Rightarrow 2tx - t = x + 1 \Rightarrow (2t-1)x = t+1 \Rightarrow x = \frac{t+1}{2t-1}$

$\therefore \frac{6x-2}{3x+1} = 2 + \frac{-4}{3x+1} = 2 + \frac{-4}{3(\frac{t+1}{2t-1}) + 1} = \frac{2t+8}{5t+2}$

$\therefore f(t) = \frac{2t+8}{5t+2} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+8}{5x+2}$

19. 設 $f(x) = 2x + 3$ ， $g(x) = 4x - 5$ ，若 $f(h(x)) = g(x)$ ，則 $h(x) = \mathbf{【 2x - 4 】}$ 。

20. 設 $f(x) = 3x - 2$ ，若 $f(x - 2) = 5$ ，則 $x = \left[\frac{13}{3} \right]$ 。

21. 線型函數 $f(x)$ ，若 $-1 \leq f(1) \leq 3$ ， $2 \leq f(3) \leq 5$ ，且 $f(0)$ 之範圍為 $\alpha \leq f(0) \leq \beta$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = \left[\left(-4, \frac{7}{2}\right) \right]$ 。

解析：設 $f(x) = ax + b$ ； $f(0) = b$

$$\therefore -1 \leq f(1) \leq 3 \Rightarrow -1 \leq a + b \leq 3 \dots \text{①}$$

$$2 \leq f(3) \leq 5 \Rightarrow 2 \leq 3a + b \leq 5 \dots \text{②}$$

$$\text{①} \times (-3) \Rightarrow -9 \leq -3a - 3b \leq 3 \dots \text{③}$$

$$\text{②} + \text{③} \Rightarrow -7 \leq -2b \leq 8 \Rightarrow -4 \leq b \leq \frac{7}{2} \Rightarrow -4 \leq f(0) \leq \frac{7}{2}$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = \left(-4, \frac{7}{2}\right)$$

22. 若 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$ ，則 $f(x) = [x^2 - 1]$ 。

解析：令 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$

$$\text{令 } \sqrt{x} + 1 = t \Rightarrow \sqrt{x} = t - 1 \Rightarrow x = (t - 1)^2$$

$$x + 2\sqrt{x} = (t - 1)^2 + 2(t - 1) = t^2 - 1 \Rightarrow f(t) = t^2 - 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1$$

23. 設 f 是一線性函數，使 $f(-2) = 4$ ， $f(3) = 5$ ，則 $f(x) = \left[\frac{x}{5} + \frac{22}{5} \right]$ 。（ x 表任意實數）

24. 有一彈簧，當掛重物時，其伸長的長度與所掛物的重量成比例，今以 10g 重物掛於其下時，彈簧長度為 21cm，又以 30g 重物掛於其下時，彈簧長度為 25cm；如果所掛物的重量為 x g，彈簧長度為 y cm，則 x, y 關係式為 $\left[y = \frac{1}{5}x + 19 \right]$ 。

25. 某次月考數學成績不佳，最高 50 分，若用一個線性函數來加分，使 50 分變為 100 分，20 分變成及格，若你原是 41 分，將變為 $[88]$ 分，又加分後為 76 分者，原是 $[32]$ 分。

26. 一線性函數 $y = 2x + 3$ ，當 x 之值增加 5 時，其相應的 y 值增加 $[10]$ 。

27. 找一個線性函數，使 $y = f(x)$ 的圖形通過 $(0, 2)$ 及 $(0, -3)$ 兩點，則此函數為 $[\times]$ 。（若不存在，則打「 \times 」）

28. 若 $f(x, y, z) = 3x + 2y - z + 7$ ，則：

$$(1) f(1, 2, 3) = [11] \quad (2) f(3, 2, 1) = [19]$$

29. 一矩形紙板長 20 公分、寬 10 公分，在四角落各剪去邊長 x 公分正方形，然後摺起成一長方形紙盒，則紙盒容積 y 為 x 之函數間， $y = f(x) = [4x(10 - x)(5 - x)]$ 。

30. 函數 f 定義如 $F: f(x) = \begin{cases} 2 - 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ x + 1, & 1 < x \leq 5 \end{cases}$ ，則函數 f 之 (1) 定義域為 $[\{x \mid -1 \leq x \leq 5\}]$ ，(2) 值域為 $[\{y \mid 2 \leq y \leq 6\}]$ 。

31. 設 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ， $f: A \rightarrow Z$ ， Z 表整數且定義 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ x + 3, & x > 0 \end{cases}$ ，則函數 f 之 (1) 定義域為 $[\{-1, 0, 1, 2\}]$ ；(2) 值域為 $[\{-2, 1, 4, 5\}]$ 。

解析：(1) $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ x + 3, & x > 0 \end{cases}$

$$\therefore f: A \rightarrow Z, \text{ 且 } A = \{-1, 0, 1, 2\} \text{ 定義域為 } \{-1, 0, 1, 2\}$$

(2) $\therefore f(-1) = -2, f(0) = 1, f(1) = 4, f(2) = 5 \therefore$ 值域為 $\{-2, 1, 4, 5\}$

$$32. \text{設} f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x \geq 2 \\ 3, & -1 \leq x < 2 \\ -x + 1, & x < -1 \end{cases}, \text{則} f(1) + f(-1) + f(2) + f(-2) = \mathbf{[16]}。$$

33. 設 $f: x \rightarrow \sqrt{2 - |x - 3|}$, 則 $f(x)$ 之

(1) 定義域為 $\mathbf{[R]}$; (2) 值域為 $\mathbf{[\{y \mid 0 < y \leq \sqrt{2}\}]}$ 。

解析: (1) $f: x \rightarrow \sqrt{2 - |x - 3|} \Rightarrow 2 - |x - 3| \geq 0 \Rightarrow |x - 3| \leq 2$
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 5 \therefore$ 定義域為 $\{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \in R\}$

(2) 令 $y = f(x) = \sqrt{2 - |x - 3|} \Rightarrow y^2 = 2 - |x - 3| \Rightarrow |x - 3| = 2 - y^2$

$\therefore |x - 3| \geq 0 \Rightarrow 2 - y^2 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 2 \leq 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$

又 $y \geq 0 \therefore 0 \leq y \leq \sqrt{2}$ 故值域為 $\{y \mid 0 \leq y \leq \sqrt{2}\}$

$$34. \text{設} f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases} \text{與} g(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, & x \leq 1 \\ x^3, & x > 1 \end{cases}, \text{則} f(g(2)) + g(f(0)) = \mathbf{[91]}。$$

35. 函數 $f: x \rightarrow \sqrt{10 - x - 3|x - 2|}$ 之定義域為 $\mathbf{[\{x \mid -2 \leq x \leq 4\}]}$ 。

解析: $f: x \rightarrow \sqrt{10 - x - 3|x - 2|} \Rightarrow 10 - x - 3|x - 2| \geq 0 \Rightarrow 3|x - 2| \leq 10 - x$
 $\Rightarrow 9(x - 2)^2 \leq (10 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) \leq 0$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \therefore$ 定義域為 $\{x \mid -2 \leq x \leq 4, x \in R\}$

36. 設 $f(x + n) = f(x) + 3n$, 且 $f(1) = 0$, 則:

(1) $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12) = \mathbf{[198]}$ 。

(2) $f(f(x)) = \mathbf{[9x - 12]}$ 。

解析: (1) $\therefore f(x + n) = f(x) + 3n$

$\therefore f(1 + n) = f(1) + 3n = 3n$

$\Rightarrow f(1 + 1) = 3 \times 1$

$\Rightarrow f(1 + 2) = 3 \times 2$

$\Rightarrow f(1 + 3) = 3 \times 3$

\vdots

$\Rightarrow f(1 + 11) = 3 \times 11$

故 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12)$

$= 0 + 3 \times 1 + 3 \times 2 + \dots + 3 \times 11 = \frac{11(3 + 33)}{2} = 198$

(2) $\therefore f(1 + n) = 3n \therefore f(x) = 3(x - 1) \Rightarrow f(x) = 3x - 3$

$\therefore f(f(x)) = f(3x - 3) = 3(3x - 3) - 3 = 9x - 9 - 3 = 9x - 12$

37. 設 $x \in N$, 令 $f(x)$ 表以 6 除 x 所得之餘數, 則:

(1) $f(10) = \mathbf{[4]}$; (2) $f(15) = \mathbf{[3]}$; (3) $f(37) = \mathbf{[1]}$ 。

解析: (1) $\therefore f(x)$ 表以 6 除 x 所得之餘數, 且 $x \in N$

又 $10 \div 6 = 1 \dots 4 \therefore f(10) = 4$

(2) $15 \div 6 = 2 \dots 3 \therefore f(15) = 3$

(3) $37 \div 6 = 6 \dots 1 \therefore f(37) = 1$

38. 若 $f(x) = [x + (1/3)] + [x] + [x - (1/3)]$, 其中 $[]$ 表高斯符號, 則 $f($

$$-1) + f(0) + f(1) = \mathbf{[-3]}。$$

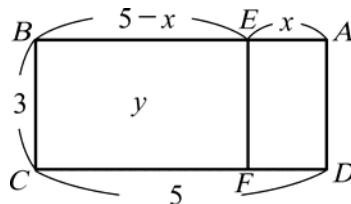
解析：∵ $f(x) = \lfloor x + \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor x \rfloor + \lfloor x - \frac{1}{3} \rfloor$

$$\therefore f(-1) + f(0) + f(1)$$

$$= \lfloor -1 + \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor -1 \rfloor + \lfloor -1 - \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor 0 + \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor 0 \rfloor + \lfloor 0 - \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor 1 + \frac{1}{3} \rfloor +$$

$$\lfloor 1 \rfloor + \lfloor 1 - \frac{1}{3} \rfloor = -1 - 1 - 2 + 0 + 0 - 1 + 1 + 1 + 0 = -3$$

39. 如下圖長方形ABCD與長方形AEFD， $\overline{BC} = 3$ 公分， $\overline{CD} = 5$ 公分，E，F分別為 \overline{AB} 與 \overline{CD} 上異於端點之點。



(1) 試依題意寫出y與x之關係為 $\mathbf{[y = -3x + 15, 0 < x < 5]}$ 。

(2) 當x=1時，y = $\mathbf{[12]}$ ，x=3時，y = $\mathbf{[6]}$ 。

40. 某電影院，每張票價30元，觀眾有800人，若票價每減1元，則觀眾就增加50人，由此得知收入是票價的函數，若設票價訂為比30元減x元，則收入為y元

(1) 求y與x的關係為 $\mathbf{[-50x^2 + 700x + 24000]}$ 。

(2) 當x=7時，y = $\mathbf{[26450]}$ (元)。

解析：(1) 票價減1元，則觀眾就增加50人，故票價減x元，則觀眾就增加50x (人)

$$\therefore \text{收入 } y = (30 - x)(800 + 50x) = -50x^2 + 700x + 24000$$

$$(2) x = 7 \text{ 時 } y = 26450$$

41. 設 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ， $f(x+6) = f(x)$ ， $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{且 } f(x) = \begin{cases} 2x - 6, & -2 \leq x < 3 \\ 5 - 3x, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{求 (1) } f(0) = \mathbf{[-6]} \text{。 (2) } f(3\sqrt{3}) = \mathbf{[6\sqrt{3} - 18]} \text{。 (3) } f(15) = \mathbf{[-4]} \text{。 (4) } f(2000) = \mathbf{[-2]} \text{。}$$

解析：(1) $f(0) = 2 \times 0 - 6 = -6$

$$(2) f(3\sqrt{3}) = f(3\sqrt{3} - 6) = 2(3\sqrt{3} - 6) - 6 = 6\sqrt{3} - 18$$

$$(3) f(15) = f(9 + 6) = f(9) = f(3 + 6) = f(3) = 5 - 3 \times 3 = -4$$

$$\text{另解：} f(15) = f(3 + 2 \times 6) = f(3) = -4$$

$$(4) f(2000) = f(2 + 6 \times 333) = f(2) = 2 \times 2 - 6 = -2$$

42. 設 $f(x) = \lfloor x - \sqrt{2} \rfloor + \lfloor x + 3 \rfloor + \lfloor x - 2 \rfloor$ ，求 $f(-1) + f(0) + f(1) = \mathbf{[-3]}$ 。

解析：∵ $f(x) = \lfloor x - \sqrt{2} \rfloor + \lfloor x + 3 \rfloor + \lfloor x - 2 \rfloor$

$$f(-1) = \lfloor -1 - \sqrt{2} \rfloor + \lfloor -1 + 3 \rfloor + \lfloor -1 - 2 \rfloor = -3 + 2 - 3 = -4$$

$$f(0) = \lfloor -\sqrt{2} \rfloor + \lfloor 3 \rfloor + \lfloor -2 \rfloor = -2 + 3 - 2 = -1$$

$$f(1) = \lfloor 1 - \sqrt{2} \rfloor + \lfloor 4 \rfloor + \lfloor -1 \rfloor = -1 + 4 - 1 = 2$$

$$f(-1) + f(0) + f(1) = -3$$

43. 設 $f: x \rightarrow (|x| / x)$ ， $x \in A \subset \mathbb{R}$ ，則f的最大定義域 $A = \mathbf{[\{x \mid x \neq 0, x \in \mathbb{R} \}]}$ ，值域 $f(A) = \mathbf{[\{1, -1\}]}$ 。