

高雄市明誠中學 高一普通科 數學平時測驗 日期：91.09.20					
範圍	1-2 集合	班級		姓名	得分
		座號			

一、選擇題：(共 40 分)

- 1.(A) 設  $S = \{a, \{b, c\}, b\}$ ，則下列何者為假？ (A)  $\{b, c\} \subset S$   
 (B)  $\{b, c\} \in S$  (C)  $\{\{b, c\}\} \subset S$  (D)  $\{a, b\} \subset S$  (E)  $c \notin S$ 。
- 2.(BCE) 下列何者為真？ (A)  $0 \in \phi$  (B)  $\phi \in \{\phi\}$  (C)  $\phi \subset \{\phi\}$   
 (D)  $\phi \in \{0\}$  (E)  $\phi \subset \{0\}$ 。(複選)
- 3.(B) 下列何者為真？ (A)  $\{x \mid x \text{ 是 } \phi\} = \phi$  (B) 若  $x \in \{3, \{4, 5\}\}$ ，則  $x=3$  或  $x=\{5, 4\}$  (C) 若  $a \notin \{2, 3\}$ ，則  $a \neq 4$  (D)  $\phi = 0$   
 (E)  $\phi = \{0\}$ 。
- 4.(D)  $A$  為集合，定義  $2^A = \{x \mid x \subset A\}$ ，判斷下列何者為假？ (A)  $\phi \in 2^A$   
 (B)  $\phi \subset 2^A$  (C)  $A \in 2^A$  (D)  $A \subset 2^A$  (E)  $\{\phi\} \subset 2^A$ 。

解析

$$2^A = \{\phi, \dots, A\}$$

- 5.(E) 設  $S = \{x \mid 1 \leq x \leq 9\}$ ， $T = \{x \mid |x| \leq 4\}$ ，則下列何者為真？  
 (A)  $S \cap T = \{1, 4\}$  (B)  $S \cup T = \{-4, 9\}$  (C)  $S - T = \{-4, 1\}$   
 (D)  $T - S = \{4, 9\}$  (E)  $x \in T - S \Rightarrow x \notin S - T$ 。

解析



- 6.(C) 設  $A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}$ ， $B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\}$ ，若  $A \cap B = \{3, -1\}$ ，則 (A)  $x = 2$  (B)  $x = -2$  (C)  $A = \{1, 3, -1\}$  (D)  $B = \{3, -1, 2, 1\}$   
 (E)  $A \cup B = \{2, 0, -1, 3\}$ 。

解析

$$-1 \in A \Rightarrow -1 = x^2 - x - 3 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

$$x = 2 \Rightarrow A = \{1, 3, -1\}, B = \{2, 3, 8, -3\} \Rightarrow A \cap B \neq \{3, -1\} \text{ (不合)}$$

$$x = -1 \Rightarrow A = \{1, 3, -1\}, B = \{2, 0, -1, 3\} \Rightarrow A \cap B = \{3, -1\}$$

- 7.(D) 對於所有自然數  $n \geq 2$ ，令  $I_n$  表示  $n$  的整數倍數所成之集合，例如  $I_3 = \{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ，則 (A)  $I_2 = I_4$  (B)  $I_2 \cup I_3 = I_6$  (C)  $I_4 \cap I_6 = I_{20}$   
 (D)  $I_2 \cup I_4 = I_2$  (E)  $I_2 \cap I_3 = \phi$ 。
- 8.(ABCD)  $x$  為實數下列何者為空集合？ (A)  $\{x \mid x - 2 = 0 \text{ 且 } x^2 = 1\}$  (B)  $\{x \mid x^2 = -1\}$   
 (C)  $\{x \mid x - 5 = x\}$  (D)  $\{x \mid x^2 = 9, x \text{ 為偶數}\}$  (E)  $\{x \mid x^2 \leq 0\}$ 。(複選)

解析

$$(A) \because x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \therefore x = \pm 1 \text{ 且 } x = 2 \text{ 不可能，故為空集合}$$

$$(B) \because x^2 \geq 0 \quad \therefore x^2 = -1 \text{ 的 } x \text{ 不存在為空集合}$$

$$(C) \because x - 5 = x \Rightarrow -5 = 0 \text{ 不存在} \quad \therefore \{x \mid x - 5 = x\} = \psi$$

$$(D) \{x \mid x = 3 \text{ 或 } -3, x \text{ 為偶數}\} = \phi$$

$$(E) \{x \mid x^2 \leq 0\} = \{0\} \neq \phi \quad \therefore \text{選(A)(B)(C)(D)}$$

二、填充題(90分，每格2分)：

1. 設  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，則：  
 (1)  $A$  的子集合共有 **512** 個。

(2)A的子集中恰含有6個元素的集合共有【 84 】個。

解析

(1)  $2^9 = 512$

(2)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$  ..... 4個

$\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}, \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$  ..... 3個

$\{1, 2, 3, 4, 7, 8\}, \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$  ..... 2個

$\{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$  ..... 1個

$\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}, \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}, \{1, 2, 3, 5, 6, 9\}$  ..... 3個

$\{1, 2, 3, 5, 7, 8\}, \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$  ..... 2個

$\{1, 2, 3, 5, 8, 9\}$  ..... 1個

$\{1, 2, 3, 6, 7, 8\}, \{1, 2, 3, 6, 7, 9\}$  ..... 2個

$\{1, 2, 3, 6, 8, 9\}$  ..... 1個

$\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$  ..... 1個

$\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}, \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}, \{1, 2, 4, 5, 6, 9\}$  ..... 3個

$\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}, \{1, 2, 4, 6, 7, 9\}$  ..... 2個

.....

2. 設  $U = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$  ,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  , 則 :

(1)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  。 (2)  $A \cap B = \{3, 4\}$  。

(3)  $A - B = \{1, 2\}$  。

(4)  $B - A = \{5, 6\}$  。

(5)  $A' = \{0, 5, 6, 7, 8, 9\}$  。

(6)  $A \cap B' = \{1, 2\}$  。

3. 設集合A與B的宇集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  , 若  $A' \cap B' = \{1, 9\}$  ,

$A \cap B = \{2\}$  ,  $A' \cap B = \{4, 6, 8\}$  , 則 :

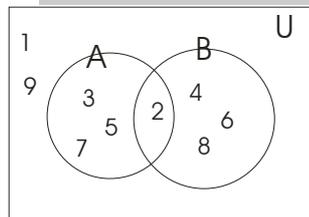
(1)  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  。

(2)  $A = \{2, 3, 5, 7\}$  。

(3)  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  。

解析

$A' \cap B' = (A \cup B)' = \{1, 9\} \Rightarrow A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



4. 設  $A = \{ (x, y) \mid 3x + y = 10 \}$  ,  $B = \{ (x, y) \mid x + 3y = 6 \}$  ,

$C = \{ (x, y) \mid 2x + y = 2 \}$  , 則 :

(1)  $A \cap B = \{ (3, 1) \}$  。

(2)  $B \cup C = \{ (x, y) \mid x + 3y = 6 \text{ 或 } 2x + y = 2 \}$  。

(3)  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{ (3, 1), (0, 2) \}$  。

解析

$A \cap B: \begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$        $B \cap C: \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

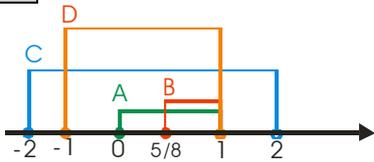
5. 設  $S = \{ (x, y) \mid x+y=3 \}$  ,  $T = \{ (x+y, x-y) \mid 3x-y=1 \}$  ,  
 則  $S \cap T = \{ (5, -2) \}$  。

解析

設  $A \cap B = \{(s, t)\}$ , 則  $(s, t) \in A \wedge (s, t) \in B$   
 $(s, t) \in A \Rightarrow s+t=3$   
 $(s, t) \in B \Rightarrow \begin{cases} x+y=s \\ x-y=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{s-t}{2} \\ y = \frac{s+t}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{代入 } 3x-y=1$   
 $3\left(\frac{s-t}{2}\right) - \left(\frac{s+t}{2}\right) = 1 \Rightarrow \begin{cases} s+t=3 \\ s+2t=1 \end{cases} \Rightarrow (s, t) = (5, -2)$

6. 設  $A = \{x \mid 0 < x < 1\}$  ,  $B = \{x \mid 5/8 \leq x < 1\}$  ,  $C = \{x \mid -2 < x \leq 2\}$  ,  $D = \{x \mid -1 < x \leq 1\}$   
 } , 則  $A - B = \{x \mid 0 < x < 5/8\}$  ,  $B - C = \phi$  ,  $C - D = \{x \mid -2 < x \leq -1 \text{ 或 } 1 < x \leq 2\}$  。

解析



7. 設  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$  ,  $B = \{1, a\}$  , 若  $A = B$  , 則  $a = \{2\}$  。

8. 設  $A = \{a, b, c\}$  ,  $B = \{a-1, 1, 2\}$  , 若  $A = B$  , 則  $(a, b, c)$  有  $\{5\}$  組解。

解析

$\because a \in a-1 \therefore a=1 \text{ 或 } a=2$   
 (1) 若  $a=1$  , 則  $A = \{1, b, c\} = B = \{0, 1, 2\}$   
 $\therefore (b, c) = (0, 2) \text{ 或 } (2, 0)$   
 (2) 若  $a=2$  , 則  $A = \{2, b, c\} = B = \{1, 1, 2\}$   
 $\therefore (b, c) = (1, 1) \text{ 或 } (1, 2) \text{ 或 } (2, 1)$   
 由(1)、(2)知  $(a, b, c)$  共有5組解

9. 設集合  $A = \{a, a+d, a+2d\}$  ,  $B = \{a, ar, ar^2\}$  , 但  $d \neq 0$  ,  $r \neq 1$  , 若  $A = B$  , 則

$r = \{-\frac{1}{2}\}$  ,  $a/d = \{-\frac{4}{3}\}$  。

解析

$\because A = B$   
 $\begin{cases} a+d = ar \dots\dots(1) \\ a+2d = ar^2 \dots\dots(2) \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a+d = ar^2 \dots\dots(3) \\ a+2d = ar \dots\dots(4) \end{cases}$   
 (2)-(1)  $\Rightarrow d = ar^2 - ar$  代入(1) 得  $a + ar^2 - ar = ar$   
 $\Rightarrow a + ar^2 = 2ar$   
 $\Rightarrow 1 + r^2 - 2r = 0$   
 $\Rightarrow (r-1)^2 = 0 \Rightarrow r = 1$  (不合)  
 (4)-(3)  $\Rightarrow d = ar - ar^2$  代入(3)  
 得  $a + ar - ar^2 = ar^2$   
 $\Rightarrow 2r^2 - r - 1 = 0$   
 $\therefore r = -\frac{1}{2}$  或  $1$  (不合)  
 故  $a+d = a(-\frac{1}{2})^2$   
 $\Rightarrow a+d = \frac{1}{4}a$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}a = -d \Rightarrow \frac{a}{d} = -\frac{3}{4}$$

10. 設  $A = \{2, 4, a+1\}$  ,  $B = \{-4, a-2, a^2-2a-3\}$  , 已知  $A \cap B = \{2, 5\}$  , 則  $(A \cup B) - (A \cap B) = \mathbf{[ \{4, -4\} ]}$  。

解析

$$5 \in A \Rightarrow a+1=5, a=4 \rightarrow \begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{-4, 2, 5\} \end{cases} \Rightarrow A \cup B = \{2, 4, 5, -4\}, A \cap B = \{2, 5\}$$

11. 設  $A = \{2, 4, a^3-2a^2-a+7\}$  ,  $B = \{-4, a+2, a^2-2a+2, a^3+a^2+3a+7\}$  , 若  $A-B = \{5\}$  , 則  $a = \mathbf{[ 2 ]}$  。

解析

$$A-B = \{5\} \Rightarrow 5 \in A$$

$$a^3 - 2a^2 - a + 7 = 5 \Rightarrow a^3 - 2a^2 - a + 5 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 1, -1, 2$$

$$(1) a = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{-4, 3, 1, 12\} \end{cases} \text{ (不合)} \quad (2) a = -1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{-4, 1, 5, 4\} \end{cases} \text{ (不合)}$$

$$(3) a = 2 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{-4, 4, 2, 25\} \end{cases} \Rightarrow A-B = \{5\}$$

12. 設  $A = \{1, 2, 3\}$  ,  $B = \{a, b, 3\}$  , 若  $A-B = \{1\}$  , 則：

(1)  $A \cap B = \mathbf{[ \{2, 3\} ]}$  。

(2) 若  $A-B = \{1\}$  , 且  $B-A = \{a\}$  , 則  $b = \mathbf{[ 2 ]}$  。

解析

$$(1) A-B = A - (A \cap B) = \{1\}, \text{ 但 } A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \cap B = \{2, 3\}$$

$$(2) B-A = B - (A \cap B) = \{a\}, \text{ 但 } B = \{a, b, 3\} \Rightarrow A \cap B = \{b, 3\} = \{2, 3\} \therefore b = 2$$

13. 設  $A = \{2, 3\}$  ,  $B = \{x \mid x^2 - 2x + a = 0\}$  , 若  $A-B = \{3\}$  , 則  $a = \mathbf{[ 0 ]}$  。

解析

$$A = \{2, 3\} \wedge A-B = \{3\} \Rightarrow 2 \in B \therefore x=2 \text{ 代入 } \Rightarrow x^2 - 2x + a = 0, a = 2$$

14. 在100名觀光客中調查得一統計如下：通英語者42人，通法語者30人，通德語者28人，其中同時通法語與德語者8人，通德語與英語者10人，通法語與英語者5人，三種語言均通者3人，則：

(1) 三者中至少通一種語言者有  $\mathbf{[ 80 ]}$  人。

(2) 三種語言均不通者有  $\mathbf{[ 20 ]}$  人。

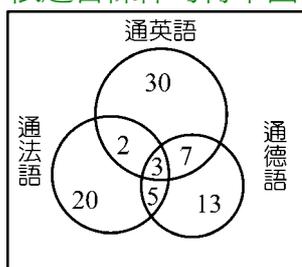
(3) 通德語、英語但法語不通者有  $\mathbf{[ 7 ]}$  人。

(4) 通法語而不通德語者有  $\mathbf{[ 22 ]}$  人。

(5) 此三種語言中恰通一種者有  $\mathbf{[ 63 ]}$  人。

(6) 此三種語言中恰通兩種者有  $\mathbf{[ 14 ]}$  人。

解析：依題目條件可得下圖



$$(1) 30 + 20 + 13 + 2 + 7 + 5 + 3 = 80 \text{ (人)}$$

$$(2) 100 - 80 = 20 \text{ (人)} \quad (3) 10 - 3 = 7 \text{ (人)} \quad (4) 20 + 2 = 22 \text{ (人)}$$

(5)  $30+20+13=63$  (人) (6)  $2+7+5=14$  (人)

15. 某班人數60人，在一次抽考英文、數學、化學之考試中，英文及格者41人，數學及格者39人，化學及格者42人，英文、數學不及格者14人，數學、化學不及格者13人，英文、化學不及格者11人，至少一科不及格者29人，則下列何者為真？ (A)三科均不及格者9人 (B)至少兩科不及格者19人 (C)只有英文不及格者3人 (D)只有數學不及格者3人 (E)只有化學不及格者4人。

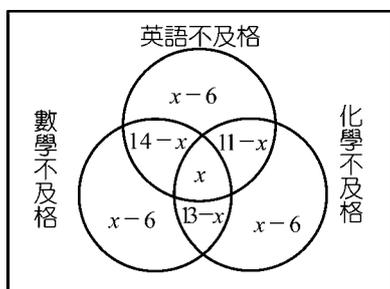
答：【 (A)(C)(D) 】。

**解析**：英文及格者41人 $\Rightarrow$ 英文不及格者19人

數學及格者39人 $\Rightarrow$ 數學不及格者21人

化學及格者42人 $\Rightarrow$ 化學不及格者18人

設三科均不及格者 $x$ 人 $\Rightarrow 19 + (x-6) + (13-x) + (x-6) = 29 \Rightarrow x=9$



(A)三科均不及格者9人

(B)至少兩科不及格者 $= (14-9) + 9 + (11-9) + (13-9) = 20$  (人)

(C)只有英文不及格者 $= 9-6=3$  (人)

(D)只有數學不及格者 $= 9-6=3$  (人)

(E)只有化學不及格者 $= 9-6=3$  (人)

17. 某班有學生60人，解A，B兩試題，已知答對A者35人，答對B者28人，A，B均答對者8人，則A，B兩題均答錯者有【 5 】人。

18. 學生100人，愛好音樂者53人，愛好體育者72人，愛好音樂及體育者 $x$ 人，令 $x$ 的最大值為 $M$ ，最小值為 $m$ ，則 $M=$ 【 53 】， $m=$ 【 25 】。

**解析**： $(53+72) - 100 \leq x \leq \min(53,72) \Rightarrow 53 \Rightarrow 25 \leq x \leq 53 \therefore M=53, m=25$

19. 1到300的自然數中，不為3與7的倍數的偶數有【 86 】個。

**解析**

(1到300的偶數) -  $n$ (3之倍數的偶數或7之倍數的偶數)

$$= 150 - \left\{ \left[ \frac{300}{6} \right] + \left[ \frac{300}{14} \right] - \left[ \frac{300}{42} \right] \right\}$$

$$= 150 - \{50 + 21 - 7\} = 86$$

20. 設 $A = \{1, 2, 3\}$ ，試回答下列問題：

(1) 若 $B = \{x \mid x \subset A\}$ ，則 $n(B) =$ 【 8 】。

(2) 若 $C = \{(x, y) \mid x \subset y \subset A\}$ ，則 $n(C) =$ 【 27 】。

**解析**

$$(1) 2^3 = 8$$

$$(2) x \subset y \subset A$$

$$y = \varnothing \Rightarrow x = \varnothing \dots\dots\dots 1 \text{個}$$

$$y = \{1\} \Rightarrow x = \varnothing, \{1\} \dots\dots\dots 2 \text{個}$$

$$y = \{2\} \Rightarrow x = \varnothing, \{2\} \dots\dots\dots 2 \text{個}$$

$$y = \{3\} \Rightarrow x = \varnothing, \{3\} \dots\dots\dots 2 \text{個}$$

$$y = \{1, 2\} \Rightarrow x = \varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\} \dots\dots\dots 4 \text{個}$$

$$y = \{1, 3\} \Rightarrow x = \varnothing, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\} \dots\dots\dots 4 \text{個}$$

$$y = \{2, 3\} \Rightarrow x = \varnothing, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\} \dots\dots\dots 4 \text{個}$$

$$y = \{1, 2, 3\} \Rightarrow x = \varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \dots\dots\dots 8 \text{個}$$

$$\text{共 } 1+2+2+2+4+4+4+8=27$$

21. 設  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  ,  $X$  為一集合, 且  $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$  , 則這樣的集合  $X$  共有 **【 16 】** 個。

**解析**

$$A \cap B = \{1, 3, 5\} \wedge A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

因為  $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

$$\Rightarrow X = \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5, 2\}, \{1, 3, 5, 4\}, \{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\},$$

$$\{1, 3, 5, 2, 4\}, \{1, 3, 5, 2, 7\}, \{1, 3, 5, 2, 9\}, \{1, 3, 5, 4, 7\},$$

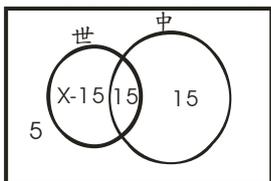
$$\{1, 3, 5, 4, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 2, 4, 7\}, \{1, 3, 5, 2, 4, 9\},$$

$$\{1, 3, 5, 2, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 4, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 2, 4, 7, 9\}.$$

共 16 個

22.  $A$  有 5 個元素,  $B$  有 8 個元素, 已知  $A \cup B$  有 10 個元素, 則  $n(A \cap B) = \mathbf{【 3 】}$ 。

23. 班上共 46 人, 登記要買中國文學史的有 30 人, 買中國文學史和世界文學史的有 15 人, 若已知兩者皆不買的有 5 人, 則買世界文學史的共有 **【 26 】** 人。



$$\text{設買世界文學史有 } x \text{ 人則 } (x-15)+15+15+5=46 \Rightarrow x=26$$

24. 某熱飲店來客 20 人, 已知喝茶者有 10 人, 喝咖啡者有 7 人, 兩者都喝者有 4 人, 則兩者都不喝者有 **【 7 】** 人。

25. 設  $A = \{x \mid x \text{ 為菱形}\}$  ,  $B = \{x \mid x \text{ 為矩形}\}$  ,  $C = \{x \mid x \text{ 為正方形}\}$  ,  $D = \{x \mid x \text{ 為平行四邊形}\}$  ,  $E = \{x \mid x \text{ 為對角線互相平行之四邊形}\}$  ,  $F = \{x \mid x \text{ 為對角線互相垂直之四邊形}\}$  , 則下列何者為真? (A)  $A \subset B \subset C$  (B)  $C \subset B \subset D$  (C)  $D = E$  (D)  $A \cap B = C$  (E)  $C \subset A \subset F$  (F)  $A = E \cap F$  (G)  $B \subset F$ 。

答: **【 (B)(C)(D)(E)(F) 】**。

26. 取  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  為宇集, 集合  $A, B$  皆為  $U$  的子集, 已知  $A \cap B = \{5\}$  ,  $A' \cap B = \{1, 4, 8\}$  ,  $A' \cap B' = \{3, 6\}$  , 則集合  $A = \mathbf{【 \{2, 5, 7\} 】}$ 。

**解析**: 由文氏圖解得

$$\therefore A' \cap B = B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\} = \{1, 4, 8\}$$

$$\text{又 } A \cap B = \{5\} \therefore B = \{1, 4, 5, 8\}$$

$$\overline{A \cap B} = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

$$\therefore \{3, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - (A \cup B)$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\} \text{ 又 } A \cap B = \{5\}$$

$$\therefore A = \{2, 5, 7\}$$

