

高雄市明誠中學 高一普通科組 數學平時測驗 日期：91.09.03				
範圍	1-1 邏輯	班級		姓名
		座號		

一、選擇題：(共 50 分)

- (全) 下列何者為真？ (A) $3 > 2$ 或 $3 = 2$ (B) $3 \geq 2$ 且 $3 \geq 3$ (C) $3 \geq 2$ 或 $3 \geq 3$ (D)若 $3 \geq 2$ 則 $3 \geq 3$ (E)若 $3 > 3$ 則 $3 \geq 2$ 。
- (ACE) 下列何者為真？ (A) $3 + 1 = 4$ 或 $5 - 1 = 2$ (B) $7 - 1 = 6$ 且 $5 + 3 = 4$ (C)若孔子是美國人則 $2 + 1 = 9$ (D)若 $5 - 1 = 4$ 則 $2 + 1 = 7$ (E)若3為偶數則 $4 + 5 = 9$ 。
- (AC) 下列何者為真？ (A)若 $2 < 1$ 則 $-2 > -1$ (B)若 $1 + 1 = 2$ 則 $2 + 3 = 7$ (C)若 $2 > 1$ 則 $2 + 3 > 1 + 3$ (D)若 $2 > 1$ 則 $2 + 3 < 1 + 3$ 。
- (BE) 命題「若A則非B」與下列何者同義？ (A)非A且非B (B)非A或非B (C)若且唯若非A則非B (D)若且唯若B則非A (E)若B則非A。
- (全) 下列各推論，何者錯誤？ (A)若天下雨則地面潮溼，已知天不下雨→地面不潮溼 (B)某人家裡有電視機→某人不是窮人；某人是窮人→某人不必納稅；已知某人家裡沒有電視機。由上述三點，可以推得→某人不必納稅 (C)若喝酒則不是好青年，某人不喝酒→某人是好青年 (D)蘇武出使匈奴，被迫去牧羊，匈奴王下了一道手諭「公羊生了小羊時他可以回國」，而公羊絕對不可能生小羊，所以蘇武永遠無法回國。
- (AC) 下列何者是 $-3 \leq x \leq 2$ 之充分條件？ (A) $x = 1$ (B) $x = 4$ (C) $-1 \leq x \leq 1$ (D) $0 \leq x \leq 3$ (E) $-4 \leq x \leq 5$ 。
- (B) 「所有動物都會死」之否定敘述為何？ (A)有些動物會死 (B)有些動物不會死 (C)所有動物都會死 (D)所有動物都不會死。
- (ABC) 設p為q之必要條件，r為q之充分條件，s為r之必要條件，q為s之充要條件，則下列何者為真？ (A)r為p之充分條件 (B) $p \vee q$ 為r之必要條件 (C) $p \wedge q$ 為 $r \vee s$ 之充要條件 (D) $p \wedge s'$ 為r之充分條件。

解析：根據題目條件得

(A)r為p之充分條件

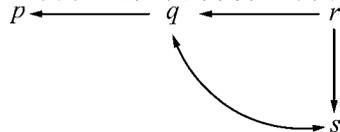
(B)q為r之必要條件，p為q之必要條件

$x p \vee q$ 為r之必要條件

(C) $p \wedge q$ 為 $r \vee s$ 之必要條件，且 $r \vee s$ 為 $p \wedge q$ 之充分條件

$x p \wedge q$ 為 $r \vee s$ 之充要條件

(D) $p \wedge s'$ 即非r之充分條件，亦非r之必要條件



- (ABE) 設a、b為實數，則 $a = b = 0$ 是 $a^2 - ab + b^2 = 0$ 之什麼條件？ (A)充分 (B)必要 (C)充分且非必要 (D)必要且非充分 (E)充要 (F)既非充分又非必要。
- (ABD) 下列何者是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件？ (A) $x = 2$ (B) $x = 0$ (C) $x = 5$ (D) $-1 \leq x \leq 1$ (E) $-3 \leq x \leq 3$ 。

解析：(A)若 $x = 2$ ，則 $x^2 \leq 4$ 為真 ($2^2 \leq 4$)

$x = 2$ 是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件

(B)若 $x=0$ ，則 $x^2 \leq 4$ 為真 ($0^2 \leq 4$)

$x=0$ 是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件

(C)若 $x=5$ ，則 $5^2=25 > 4$ $x^2 \leq 4$ 不真

$x=5$ 不是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件

(D)若 $-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 1 < 4$ 即 $x^2 \leq 4$ 為真

$-1 \leq x \leq 1$ 是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件

(E)若 $-3 \leq x \leq 3$ ，則 $0 \leq x^2 \leq 9$ 不一定滿足 $x^2 \leq 4$

$-3 \leq x \leq 3$ 不是 $x^2 \leq 4$ 之充分條件

故選(A)(B)(D)

二、填充題：(共 50 分)

1. 在下列各題的括號內填入適當的英文字母：(A)必要條件；(B)充分條件；(C)充要條件；(D)既非充分又非必要。

(1) $x=y=1$ 是 $2x-y=2y-x=1$ 的【 (C) 】。

(2) $a > b$ 是 $a^2 > b^2$ 的【 (D) 】。

(3) $\angle A > 90^\circ$ 是 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形的【 (B) 】。

(4) $a, b, c \in \mathbb{R}$ ， $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 是 $a=b=c$ 的【 (C) 】。

(5) $a, b \in \mathbb{R}$ ， $|ab| \leq 1$ 是 $|a| \leq (1/|b|)$ 的【 (A) 】。

2. 在下列各題的括號內填入適當的英文字母：(A)必要條件；(B)充分條件；(C)充要條件；(D)既非充分又非必要。

(1) $(x+2)(x-2)=0$ 是 $x=2$ 的【 (A) 】。

(2) $\angle A < 90^\circ$ 是 $\triangle ABC$ 為銳角三角形的【 (A) 】。

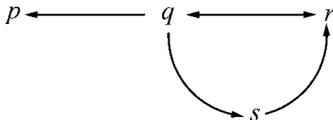
(3) $ab=0$ 是 $a=0$ 或 $b=0$ 的【 (C) 】。

(4) $a, b \in \mathbb{R}$ ， $a^2 + b^2 = 0$ 是 $a=0$ 或 $b=0$ 的【 (B) 】。

(5)正三角形為等腰三角形的【 (B) 】。

3. 已知 p 為 q 之充分條件， q 為 r 之充要條件， r 為 s 之必要條件， s 為 q 之必要條件，則 q 為 s 之【 充要 】條件， p 為 s 之【 充分 】條件。

解析：根據題目條件得



故 q 為 s 之充要條件， p 為 s 之充分條件

4. 設 $a, b, x, y \in \mathbb{R}$ ，請在下列各題空格中，填入充分、必要、充要或既非充分又非必要。

(1) $a=b=0$ 為 $a+b=0$ 之【 充分 】條件。

(2) $x > 1$ 為 $x^2 > 1$ 之【 充分 】條件。

(3) $a > b$ 為 $a^2 > b^2$ 之【 既不充分也非必要 】條件。

(4) $x=y=0$ 為 $x^2+y^2=0$ 之【 充要 】條件。

5. 設 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ，仔細看下列五個命題（姑且稱它為命題）：

命題①： $\alpha\beta=0$

命題②： $\alpha-\beta=0$

命題③： $|\alpha-\beta|=|\alpha+\beta|$

命題④： $\alpha^2+\beta^2=0$

命題⑤： $\alpha^2-\beta^2=0$

試以適當的命題號碼，填入下列各題之空格內：

(1)命題①為命題【 ③和① 】之充要條件。

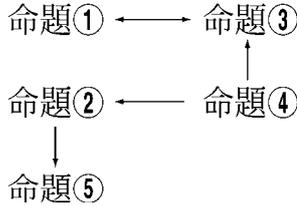
(2)命題【 ④ 】為命題②之充分條件，但非必要條件。

(3)命題【 ④ 】為命題③之充分條件，但非必要條件。

(4)命題【 ⑤ 】為命題②之必要條件，但非充分條件。

解析： $| \alpha - \beta | = | \alpha + \beta | \Leftrightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 \Leftrightarrow \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
 $\Leftrightarrow -2\alpha\beta = 2\alpha\beta \Leftrightarrow 4\alpha\beta = 0 \Leftrightarrow \alpha\beta = 0$

故此5個命題關係如下：



(1)命題①為命題③之充要條件，且命題①為命題①之充要條件。

(2)命題④為命題②之充分條件，但非必要條件。

(3)命題④為命題③之充分條件，但非必要條件。

(4)命題⑤為命題②之必要條件，但非充分條件。

6. 「若 $3x - y = 5$ 則 $2x + y \neq 10$ 」為假，則 $(x, y) =$ 【 (3, 4) 】。

7. 設 a, b, c 為實數（請填入充分、必要或充要）：

(1) $a=b=c$ 是 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 之【 充要 】條件。

(2) $a=b=c$ 是 $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca = 0$ 之【 必要 】條件。

8. 設 x, y 為正數，則 $x > 1$ 或 $y > 1$ 是 $xy > 1$ 之【 必要 】條件。（填入充分、必要或充要）

解析： $x > 1$ 或 $y > 1 \nRightarrow xy > 1$ （例如 $x=3, y=\frac{1}{10}$ ）

$xy > 1$ 或 $y > 1$ 不是 $xy > 1$ 的充分條件

反之， $xy > 1 \Rightarrow x > 1$ 或 $y > 1$

$xy > 1$ 或 $y > 1$ 是 $xy > 1$ 的必要條件

9. 在下列各題的空格中填入適當的英文字母：

(A)充要條件 (B)必要條件 (C)充分條件 (D)既非充分又非必要條件。

(1) $ab < 0$ 為 $|a+b| > a+b$ 的【 (D) 】。

(2) $a < b$ 為 $|a-b| > a-b$ 的【 (A) 】。

(3) $ab \neq 0$ 為 $|a| + |b| > |a+b|$ 的【 (B) 】。

(4) $a \neq b$ 為 $|a-b| > |a| - |b|$ 的【 (B) 】。

10. 設 $x, y \in \mathbb{R}$ ，試在下列空格中填入適當英文字母：

(A)既非充分又非必要條件

(B)必要但非充分條件

(C)充分但非必要條件

(D)充分條件

(1) $x^2 + y^2 \leq 1$ 是 $|x| + |y| \leq 1$ 的【 (B) 】。

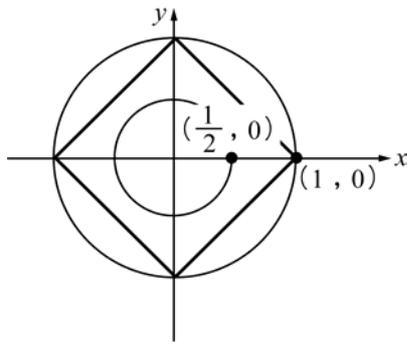
(2) $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ 是 $|x| + |y| \leq 1$ 的【 (B) 】。

(3) $x^2 + y^2 \leq 1$ 是 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ 的【 (C) 】。

解析：令 $P = \{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1 \}$ $Q = \{ (x, y) \mid |x| + |y| \leq 1 \}$

$R = \{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4} \}$

如圖 $R \subset Q \subset P$



(1) $zQ \subset P, P \not\subset Q$

$xx^2 + y^2 \leq 1$ 是 $|x| + |y| \leq 1$ 的必要但非充分條件

(2) $zR \subset Q, Q \not\subset R$

$xx^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ 是 $|x| + |y| \leq 1$ 的充分但非必要條件

(3) $zR \subset P, P \not\subset R$

$xx^2 + y^2 \leq 1$ 是 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ 的必要但非充分條件

三、證明題：(共 20 分)

1. (1) x 為整數，試證： x^2 為偶數，則 x 亦為偶數。

(2) $a > 0, b > 0$ ，試證： $a > b \iff a^2 > b^2$ 。

【證明】

(1) x^2 為偶數， x 必為偶數

$\equiv x$ 不為偶數，則 x^2 亦不為偶數 $\equiv x$ 為奇數，則 x^2 必為奇數

x 令 $x = 2m + 1, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^2 = 4(m^2 + 4m) + 1$ 與 x^2 為偶數矛盾

x 當 x^2 為偶數時， x 為偶數

(2) $a^2 - b^2 > 0 \iff (a + b)(a - b) > 0$

$(a > 0, b > 0 \implies a + b > 0) \iff a - b > 0 \iff a > b$

2. 設 n 為整數，試證，當 n^2 為 3 的倍數時，則 n 為 3 的倍數。

【證明】

設 n 不為 3 的倍數

即 $n = 3k + 1$ 或 $3k + 2, (k$ 為整數)

(1) 當 $n = 3k + 1$ 時

$$n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1$$

$$= 3(3k^2 + 2k) + 1 \text{ 與 } n^2 \text{ 為 } 3 \text{ 的倍數不合}$$

(2) 當 $n = 3k + 2$ 時

$$n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4$$

$$= 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \text{ 與 } n^2 \text{ 為 } 3 \text{ 的倍數不合}$$

由(1)、(2)可得 n 為 3 的倍數

四、問答題：(共 30 分)

1. 「 $2 + 1 = 3$ 或者 $7 - 5 = 6$ 」之否定敘述為何？

答：

$2 + 1 \neq 3$ 而且 $7 - 5 \neq 6$

2. 「 $\forall x \in A, x + 2 > 5$ 」之否定敘述為何？

答：

$$\exists x \in A, x+2 > 5$$

3. $-1 \leq x \leq 1$ 之否定敘述為何？

答：

$$x < -1 \text{ 或 } x > 1。$$

4. 已知集合A之元素個數有限，則「集合A中至少有5個元素」之否定敘述為何？

答：

集合A至多有4個元素。

5. 試寫出“若a，b皆為有理數，則ab必為有理數”的命題四態，並判定其真假。

答：

原命題	若a，b皆為有理數，則ab必為有理數。	真
逆命題	若ab為有理數，則a，b皆為有理數。	假
否命題	若a，b不全為有理數，則ab必不為有理數。	假
逆否命題	若ab不為有理數，則a，b不全為有理數。	真