

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：92.05.23	
範圍	3-1 三角函數圖形	班級		姓名	
	+Ans	座號			

一. 單一選擇題 (每題 10 分)

- 1、(A) 請由下列各三角函數中，選出週期最小者(A) $|\cos 2x|$  (B) $|\tan x|$  (C) $\cos 3x$   
 (D) $2\cos x$  (E) $2\tan x$

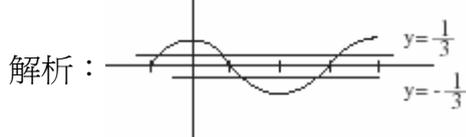
解析： $\cos 3x$ 之週期為 $\frac{2\pi}{3}$ ， $2\cos x$ 之週期為 $2\pi$ ，

$|\cos 2x|$ 之週期為 $\frac{1}{2}(\frac{2\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$ ， $|\tan x|$ 之週期為 $\pi$ ， $2\tan x$ 之週期為 $\pi$ 。

- 2、(A) 請由下列各三角函數中，選出週期為 $\frac{2\pi}{3}$ 者。(A) $\sin 3x$  (B) $3\cot x$  (C) $\sin x + 3$   
 (D) $3\sin x$  (E) $\cot 3x$

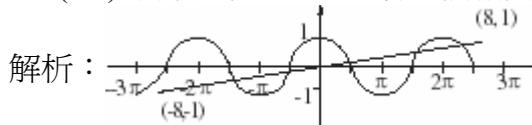
- 3、(C) 方程式 $\cos^2 x = \frac{1}{9}$ ，在 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內有  $k$  個解，則  $k =$  (A)3 (B)6 (C)5 (D)4

(E)7



$\cos x = \pm \frac{1}{3}$  共 5 個交點

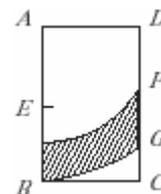
- 4、(A) 方程式 $8\cos x = x$ 有  $k$  個相異實根，則  $k =$  (A)5 (B)6 (C)3 (D)4 (E)7



$\begin{cases} y = \cos x \\ y = \frac{x}{8} \end{cases} \therefore 5 \text{ 個相異實根}$

二. 填充題 (每題 10 分)

- 1、如圖矩形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $F$  為  $\overline{CD}$  之中點，以  $A$  為圓心， $\overline{AF}$ 、 $\overline{AB}$  為半徑為二弧，分別交  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  於  $E$  與  $G$ ，則(1) $\angle BAG =$  \_\_\_\_\_，(2)求斜線部分的面積為 \_\_\_\_\_。



答案： $30^\circ$ ， $2(\sqrt{3}-1) + \frac{\pi}{3}$

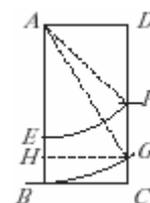
解析： $\because \overline{AG} = \overline{AB} = 4$ ， $\overline{GH} = 2 \therefore \angle BAG = 30^\circ$

又： $\because \overline{AD} = \overline{DF} = 2 \therefore \angle DAF = 45^\circ \therefore \angle FAG = 15^\circ$

$\because \overline{DG} = \overline{AH} = 2\sqrt{3} \therefore \overline{FG} = 2(\sqrt{3}-1)$

斜線部分面積

$$= \frac{2(\sqrt{3}-1) \times 2}{2} + \frac{30}{360} \times \pi \times 4^2 - \frac{45}{360} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 2(\sqrt{3}-1) + \frac{\pi}{3}$$



- 2、將下列各角度化為弧度：

(1) $252^\circ =$  \_\_\_\_\_ (2) $\pi^\circ =$  \_\_\_\_\_。

答案：(1) $\frac{7\pi}{5}$  徑 (2) $(\frac{\pi^2}{180})$  徑

解析：(1) $252^\circ = \frac{7\pi}{5}$  徑 (2) $\pi^\circ = (\frac{\pi^2}{180})$  徑

3、將下列各弧度表示的各角以度數表之：

(1)  $\frac{7}{10}\pi = \underline{\hspace{2cm}}$  ° (2)  $3 \text{ 徑} = \underline{\hspace{2cm}}$  °

答案：(1)  $126^\circ$  (2)  $(\frac{540}{\pi})^\circ$

解析：(1)  $\frac{7}{10}\pi = \frac{7}{10} \times 180^\circ = 126^\circ$  (2)  $3 \text{ 徑} = (\frac{540}{\pi})^\circ$

4、求  $20 \text{ 徑}$  的最大負同界角為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，最小正同界角為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $20 - 8\pi$ ， $20 - 6\pi$

解析：負同界角  $20 - 8\pi$ ，正同界角  $20 - 6\pi$ 。

5、設一扇形的周長等於其面積的 2 倍，已知扇形的半徑為 3，則此扇形之圓心角為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，又面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：1， $\frac{9}{2}$

解析：設圓心角  $\theta$ ，半徑為 3  $\therefore 3 + 3 + 3\theta = 2 \times (\frac{1}{2} \times 3^2 \times \theta) \Rightarrow \theta = 1$

故面積為  $\frac{1}{2} \times 3^2 \times 1 = \frac{9}{2}$

6、有一扇形半徑為 10，中心角  $\theta = \frac{4}{5}\pi$ ，若將此扇形粘成一個直圓錐，則此直圓錐的高為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，又體積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $2\sqrt{21}$ ， $\frac{32\sqrt{21}}{3}\pi$

解析： $\therefore$  扇形弧長  $10 \times \frac{4}{5}\pi = 8\pi$   $\therefore$  直圓錐底部半徑為 4

又扇形半徑為 10 (即斜高)  $\therefore$  直圓錐之高為  $\sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$

故直圓錐的體積為  $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 2\sqrt{21} = \frac{32\sqrt{21}}{3}\pi$

7、寫出下列函數的週期：

(1)  $f(x) = \sec(\frac{x}{3} - \pi)$  則其週期為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(2)  $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$  則其週期為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1)  $6\pi$  (2)  $\frac{\pi}{2}$

解析：(1) 週期為  $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$  (2) 週期為  $\frac{1}{2}(\frac{2\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$

8、若  $p(\sin 40, \tan 40)$  則  $p$  在第  $\underline{\hspace{2cm}}$  象限。

答案：四

解析： $40 \text{ 徑} \doteq 2292^\circ = 132^\circ + 2160^\circ$   $\therefore \sin 40 > 0$ ， $\tan 40 < 0$ ， $p$  在第四象限。

9、設  $y = 3\sin 2x - 1$  且  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ，則  $y$  之最大值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，又  $y$  之最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：2， $-\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1$

解析： $\because \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \quad \therefore \frac{\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{4\pi}{3}, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin 2x \leq 1$

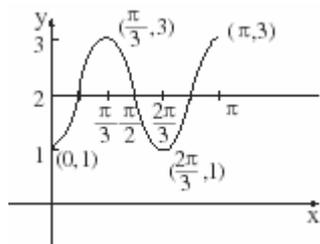
故  $y$  之最大值為 2，最小值為  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}-1$

10、請寫出  $\cos x, \cot x, \sec x, \csc x$  的週期。

答案： $\cos x, \cot x, \sec x, \csc x$  的週期分別為  $2\pi, \pi, 2\pi, 2\pi$ 。

11、試求  $y = \cos(3x - \pi) + 2$  的函數的週期\_\_\_\_\_。

答案：週期為  $\frac{2}{3}\pi$



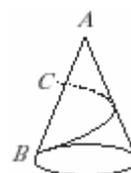
12、設  $f(x)$  是一個週期函數，其週期為  $p$ ，而  $k$  是一個正數，則  $f(kx)$  和  $f(\frac{x}{k})$  的週期各為多少？\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_

答案：(1)  $f(x)$  的週期為  $p \Rightarrow f(x) = f(x+p)$

$$\Rightarrow f(kx) = f(kx+p) = f(kx+k \cdot \frac{p}{k}) = f(k(x+\frac{p}{k})) \quad \text{故 } f(kx) \text{ 的週期為 } \frac{p}{k}。$$

$$(2) f(\frac{x}{k}) = f(\frac{x}{k}+p) = f(\frac{x}{k}+\frac{1}{k} \cdot kp) = f(\frac{1}{k}(x+kp)) \quad \text{故 } f(\frac{x}{k}) \text{ 的週期為 } kp。$$

13、如圖一直圓錐之底面半徑為 1，高為  $2\sqrt{2}$ ，在斜高  $\overline{AB}$  上有一點  $C$ ，且  $\overline{AC}:\overline{BC}=1:2$ ，今由  $C$  點繞直圓錐乙次，拉一條彩帶到  $B$ ，則其最短距離為何？又此直圓錐之側表面積為何？

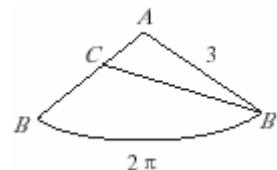


答案： $\because$  底面半徑為 1，高為  $2\sqrt{2} \quad \therefore$  斜高為 3

$\therefore$  將其展成扇形，半徑為 3，弧長為  $2\pi$  又  $\overline{AC}:\overline{BC}=1:2 \quad \therefore \overline{AC}=1$

$$\angle CAB' = 120^\circ \quad \therefore \overline{B'C}^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 \times \cos 120^\circ$$

$$\overline{B'C} = \sqrt{13} \quad (\text{最短距離}) \quad \text{側表面積} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2\pi = 3\pi$$



14、一扇形面積為 6，設其半徑為  $r$ ，中心角為  $\theta$ ，則當  $r$  為多少時扇形之周長為最小？又此最小周長為何？

答案：扇形面積  $\frac{1}{2}r^2\theta = 6$ ，周長  $2r+r\theta = k$

$$\therefore \frac{2r+r\theta}{2} \geq \sqrt{2r^2\theta} = \sqrt{24} \quad \therefore 2r+r\theta \geq 4\sqrt{6}$$

等號成立時， $2r=r\theta \quad \therefore \theta=2, r^2=6, r=\pm\sqrt{6}$  (負不合)

$\therefore$  當  $r=\sqrt{6}$  時扇形有最小的周長  $4\sqrt{6}$ 。