

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：92.04.23	
範圍	2-4 廣義角+Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 單一選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 下列何者數值為負？

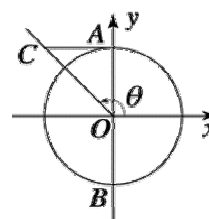
(A) $\sin 111^\circ$ (B) $\cos(-111^\circ)$ (C) $\tan 1111^\circ$ (D) $\cot 1111^\circ$ (E) $\sec(-1111^\circ)$

解析： $\sin 111^\circ = \sin 69^\circ > 0$, $\cos(-111^\circ) = -\cos 69^\circ < 0$, $\tan 1111^\circ = 1080^\circ + 31^\circ$

$$\frac{\sin 240^\circ \cot 210^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ} =$$

2、(C) (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3

解析：
$$\frac{\sin 240^\circ \cot 210^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ} = \frac{-\sin 60^\circ \cot 30^\circ}{-\cot 45^\circ - \sin 30^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}}{-1 - \frac{1}{2}} = 1$$



3、(D) 如下圖，單位圓 O 與 y 軸交於 A, B 兩點。角 θ 的頂點為原點，始邊在 x 軸的正向上，終邊為 \overrightarrow{OC} ，直線 \overline{AC} 垂直於 y 軸且與角 θ 的終邊交於 C 點。則下列那一個函數值為 \overline{AC} ？(A) $|\sin \theta|$ (B) $|\cos \theta|$ (C) $|\tan \theta|$ (D) $|\cot \theta|$ (E) $|\sec \theta|$

解析： $\angle ACO = 180^\circ - \theta$ $\overline{AC} = \overline{OA} \cdot \cot \angle ACO = \overline{OA} \cdot \cot(180^\circ - \theta) = 1 \cdot (-\cot \theta) \therefore \overline{AC} = |\cot \theta|$

4、(A) 設 $a = \sin(-228^\circ)$, $b = \tan 923^\circ$, $c = \sec 452^\circ$ ，則 a, b, c 三數之大小關係為

(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $c > a > b$ (E) $c > b > a$

解析： $\sin(-228^\circ) = \sin 48^\circ > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan 923^\circ = \tan 23^\circ < \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\sec 452^\circ = -\csc 2^\circ < 0 \quad \therefore a > b > c$$

5、(E) 下列何者無意義？

(A) $\sin 360^\circ$ (B) $\cos 90^\circ$ (C) $\tan 0^\circ$ (D) $\cot 270^\circ$ (E) $\sec 450^\circ$

解析： $\sec 450^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ}$ 無意義

二. 填充題 (每題 10 分)

1、若 $\tan \theta = \frac{5}{12}$ ，則 $\frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} =$ _____。

答案： $\mp \frac{25}{91}$

解析： $\tan \theta = \frac{5}{12} \Rightarrow \theta$ 為第一、三象限角 $\therefore \frac{\pm \frac{5}{13}}{1 - \frac{5}{12}} = \mp \frac{25}{91}$

2、已知 $(\sin \theta, \tan \theta)$ 在第二象限，則 θ 在第_____象限，又 $(\cos \theta \tan \theta, \csc \theta \sec \theta)$ 在第_____象限。

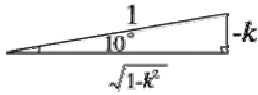
答案：三, 二

解析： $\therefore \theta$ 在第三象限 $\therefore \cos \theta \tan \theta < 0, \csc \theta \sec \theta > 0 \therefore$ 在第二象限

3、令 $\sin(-10^\circ) = k$ ，則 $\cot 190^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\csc 80^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$ ， $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

解析：



$$\sin 10^\circ = -k, \cot 190^\circ = \cot 10^\circ = \frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$$

$$\csc 80^\circ = \sec 10^\circ = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$$

4、求 1732° 之最小正同界角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，與最大負同界角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： 292° ， -68°

5、若有向角 θ 終邊上一點 P 的坐標 $(x_0, -4)$ ，且 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，且 $\sec \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： -8 ， $\frac{\sqrt{5}}{-2}$

解析： $\tan \theta = \frac{1}{2} = \frac{-4}{x_0} \therefore x_0 = -8, \sec \theta = \frac{\sqrt{80}}{-8} = \frac{\sqrt{5}}{-2}$

6、試求下列各值：

(1) $\sin 855^\circ + \tan 780^\circ - \sec 330^\circ + \cos 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\tan 675^\circ \times \sin 1290^\circ - \csc 300^\circ \times \sin 270^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 1$ (2) $\frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

解析：(1) $\sin 135^\circ + \tan 60^\circ - \sec 30^\circ + (-1) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 1$

$$(2) (-\tan 45^\circ) \times (-\sin 30^\circ) - (-\csc 60^\circ) \times (-1) = \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

7、設 $0 \leq \alpha, \beta < 360^\circ$ ，已知 $2\sin \alpha - 3\cos \beta = 5$ ，則 $\angle \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 度， $\angle \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

答案：90, 180

解析： $\therefore -1 \leq \sin \alpha \leq 1, -1 \leq \cos \beta \leq 1$ ，又 $2\sin \alpha - 3\cos \beta = 5$

$$\therefore \sin \alpha = 1, \cos \beta = -1 \therefore \angle \alpha = 90^\circ, \angle \beta = 180^\circ$$

8、化成角度為 θ 的三角函數：

(1) $\cos(270^\circ + \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cot(900^\circ - \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\sin(\theta - 450^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $\tan(3600^\circ - \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) $\sin \theta$ (2) $-\cot \theta$ (3) $-\cos \theta$ (4) $-\tan \theta$

9、在 xy 平面上，以 x 軸之正向為始邊作一廣義角 θ ，其終邊上有一點為 $(0, -\sqrt{7})$ ，則

$$\csc \theta = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答案： -1

解析： $\sin \theta = \frac{+\sqrt{7}}{-\sqrt{7}} = -1 \quad \therefore \csc \theta = -1$

10、已知 $\tan 211^\circ 30' = 0.6128$, $\cot 121^\circ 40' = -0.6168$, 又 $\tan \theta = -0.6160$, 且 $270^\circ < \theta < 360^\circ$, 則 $\theta =$ _____。又 $\cot(-958^\circ 25') =$ _____。

答案： $328^\circ 22'$, -0.6148

解析： $\tan 31^\circ 30' = 0.6128$, $\tan 31^\circ 40' = 0.6168$, $\tan \alpha = 0.6160$

$$\therefore \alpha = 31^\circ 30' + \frac{32}{40} \times 10' \quad \therefore \alpha = 31^\circ 38' \quad \text{又 } \tan \theta = -0.6160 \quad \therefore \theta = 328^\circ 22'$$

$$\cot(-958^\circ 25') = -\tan 31^\circ 35' = -0.6148$$

11、求 $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 180^\circ =$ _____。

答案： -1

解析： $\cos 10^\circ + \cos 170^\circ = 0$, 又 $\cos 90^\circ = 0$, $\cos 180^\circ = -1$

12、 $\sin 210^\circ \tan(-240^\circ) \sec 675^\circ + \cos(-300^\circ) \cot(-150^\circ) \csc 405^\circ =$ _____。

答案： $\sqrt{6}$

三. 計算與證明題 (每題 10 分)

1、若 $\cot \theta = -\frac{3}{7}$, 求 $\frac{4 \sin \theta - 3 \cos \theta}{2 \sin \theta + 5 \cos \theta}$ 之值。

答案： $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-3}{7} \Rightarrow$ 分子分母同除以 $\sin \theta$

$$\frac{4 \sin \theta - 3 \cos \theta}{2 \sin \theta + 5 \cos \theta} = \frac{4 - 3 \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{2 + 5 \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{4 - 3 \cdot \cot \theta}{2 + 5 \cdot \cot \theta} = \frac{4 - 3(-\frac{3}{7})}{2 + 5(-\frac{3}{7})} = -37$$

2、(1) 化簡 $\frac{\cos(90^\circ + \theta) \tan^2(90^\circ - \theta)}{\sin(\theta - 360^\circ)} + \frac{\tan(270^\circ + \theta)}{\sin^2(180^\circ - \theta) \cot(\theta - 180^\circ)}$ 。

(2) 若 θ 為第二象限角且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, 求(1)之值。

答案：(1) $\frac{-\sin \theta \times \cot^2 \theta}{+\sin \theta} + \frac{-\cot \theta}{\sin^2 \theta \cot \theta} = -\cot^2 \theta - \csc^2 \theta = -2 \cot^2 \theta - 1 = 1 - 2 \csc^2 \theta$

$$(2) \because \sin \theta = \frac{4}{5} \quad \therefore 1 - 2\left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{17}{8}$$

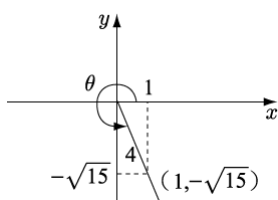
3、在下列各小題中，求 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ 之值。

(1) 已知 θ 為第四象限角並且 $\cos \theta = \frac{1}{4}$ 。

(2) 已知 θ 為第三象限角並且 $\sin \theta = -\frac{7}{10}$ 。

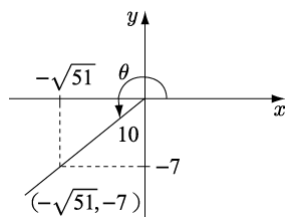
(3) 已知 θ 為第二象限角並且 $\tan \theta = -2$ 。

答案：(1) 已知 θ 為第四象限角並且 $\cos \theta = \frac{1}{4}$, 如下圖：



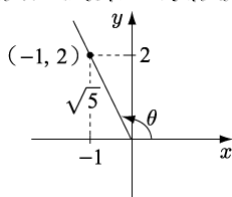
故 $\sin \theta = \frac{-\sqrt{15}}{4}$, $\cos \theta = \frac{1}{4}$
 $\tan \theta = -\sqrt{15}$

(2) 已知 θ 為第三象限角並且 $\sin \theta = -\frac{7}{10}$ ，如下圖：



故 $\sin \theta = \frac{-7}{10}$, $\cos \theta = \frac{-\sqrt{51}}{10}$
 $\tan \theta = \frac{7}{\sqrt{51}}$

(3) 已知 θ 為第二象限角，並且 $\tan \theta = -2$ ，如下圖：



故 $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{5}}$ $\tan \theta = -2$

4、將下列各三角函數化成銳角三角函數：

- | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------------------|
| (1) $\sin(-660^\circ)$ | (2) $\tan(-150^\circ)$ | (3) $\sin 120^\circ$ | (4) $\sin 1200^\circ$ |
| (5) $\cos 300^\circ$ | (6) $\cot 200^\circ$ | (7) $\sin(3600^\circ + \theta)$ | (8) $\cos 350^\circ$ |
| (9) $\cos(1080^\circ - \theta)$ | (10) $\sin(-720^\circ + \theta)$ | | |

答案：(1) $\sin(-660^\circ) = -\sin 660^\circ = -\sin(720^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\tan(-150^\circ) = -\tan 150^\circ = -\tan(180^\circ - 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(3) $\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ$

(4) $\sin 1200^\circ = \sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$

(5) $\cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ$

(6) $\cot 200^\circ = \cot(180^\circ + 20^\circ) = \cot 20^\circ$

(7) $\sin(3600^\circ + \theta) = \sin \theta$

(8) $\cos 350^\circ = \cos(360^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ$

(9) $\cos(1080^\circ - \theta) = \cos \theta$

(10) $\sin(-720^\circ + \theta) = \sin \theta$

5、在 xy 平面上，以 x 軸之正向為始邊作一廣義角 θ ，其終邊上有一點 P 之坐標如下表所示，試填寫 θ 的各三角函數值。

P 點之坐標	(5,12)	(-4,3)	(-9,-40)	(15,-8)	(7,0)	(0,6)
\overline{OP}						
$\sin \theta$						
$\cos \theta$						
$\tan \theta$						
$\cot \theta$						
$\sec \theta$						
$\csc \theta$						

答案：

點之坐標	(5,12)	(-4,3)	(-9,-40)	(15,-8)	(7,0)	(0,6)
\overline{OP}	13	5	41	17	7	6
$\sin \theta$	$\frac{12}{13}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{40}{41}$	$-\frac{8}{17}$	0	1
$\cos \theta$	$\frac{5}{13}$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{9}{41}$	$\frac{15}{17}$	1	0
$\tan \theta$	$\frac{12}{5}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{40}{9}$	$-\frac{8}{15}$	0	不存在
$\cot \theta$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{9}{40}$	$-\frac{15}{8}$	不存在	0
$\sec \theta$	$\frac{13}{5}$	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{41}{9}$	$\frac{17}{15}$	1	不存在
$\csc \theta$	$\frac{13}{12}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{41}{40}$	$-\frac{17}{8}$	不存在	1