

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：92.04.17				
範圍	2-3 簡易測量	班級		姓名
	(2)+Ans	座號		

一. 單一選擇題 (每題 10 分)

- 1、(A) 下列選項何者為正數？ (A)  $\sin 37^\circ - \frac{1}{2}$  (B)  $\cos 37^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\tan 37^\circ - 1$   
 (D)  $\cot 37^\circ - \sqrt{3}$  (E)  $\sec 37^\circ - \sqrt{2}$

解析： $\sin 37^\circ - \sin 30^\circ > 0, \cos 37^\circ - \cos 30^\circ < 0, \tan 37^\circ - \tan 45^\circ < 0, \cot 37^\circ - \cot 30^\circ < 0,$   
 $\sec 37^\circ - \sec 45^\circ < 0$

- 2、(D) 設圓  $O$  半徑為  $r$ ，則其外切正  $m$  邊形之周長為

- (A)  $mr \sin \frac{180^\circ}{m}$  (B)  $2mr \sin \frac{180^\circ}{m}$  (C)  $mr \tan \frac{180^\circ}{m}$   
 (D)  $2mr \tan \frac{180^\circ}{m}$  (E)  $mr \cdot \tan \frac{360^\circ}{m}$

二. 填充題 (每題 10 分)

- 1、設  $a = \cot 28^\circ, b = \sin 38^\circ, c = \sec 42^\circ, d = \tan 46^\circ, e = \cos 64^\circ$ ，則  $a, b, c, d, e$  五數中最大的為\_\_\_\_\_，最小的為\_\_\_\_\_。

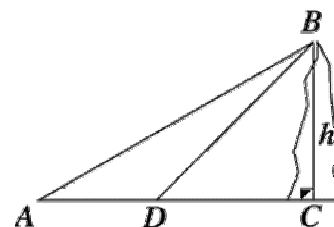
答案： $a, e$

解析：

$$\cot 28^\circ > \cot 30^\circ = \sqrt{3}, 0 < \sin 38^\circ < \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2}{\sqrt{3}} < \sec 42^\circ < \sqrt{2}, \frac{2}{\sqrt{3}} > \tan 46^\circ > 1,$$

$$\cos 64^\circ = \sin 26^\circ < \sin 38^\circ, 0 < e < b < d < c < a \quad \therefore \text{最大為 } a, \text{ 最小為 } e$$

- 2、如圖欲測量山高  $h$ ，先自山腳外一點  $A$ ，測出山的仰角為  $30^\circ$ ，向山走 100 公尺後到達  $D$ ，再測出其仰角為  $45^\circ$ ，則山的高度為\_\_\_\_\_公尺。



答案： $50(\sqrt{3}+1)$

解析：設山高為  $h$  公尺  $\therefore \overline{CD} = h, \overline{AC} = \sqrt{3}h$

$$\therefore 100 = \sqrt{3}h - h \quad \therefore h = 50(\sqrt{3}+1)$$

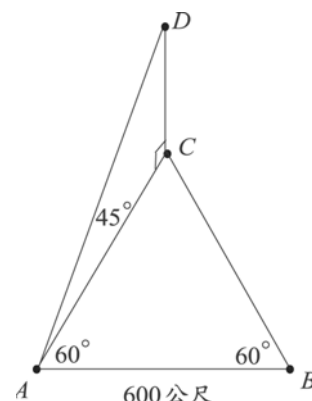
- 3、從東西向道路上三點  $A, B, C$  測得北方同一山頂之仰角分別為  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ，且  $\overline{AB} = 600$  公尺， $\overline{BC} = 400$  公尺，試求此山高\_\_\_\_\_公尺。

答案： $200\sqrt{15}$

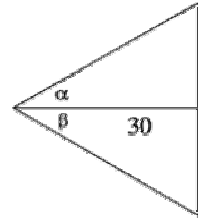
- 4、某人隔河測一山高，在  $A$  點觀測山時，山的方位為東偏北  $60^\circ$ ，山頂的仰角為  $45^\circ$ ，某人自  $A$  點向東行 600 公尺到達  $B$  點，山的方位變成在西偏北  $60^\circ$ ，則山高\_\_\_\_\_公尺。

答案：600

解析：設山高為  $\overline{CD}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{CD}$ ，則  $\triangle ACD$  中， $\overline{CD} = \overline{AC}$  又  $\triangle ABC$  為一正  $\triangle$   $\therefore \overline{AC} = \overline{AB} = 600$  故山高為 600 公尺



- 5、杰安在民生大樓的一樓電梯內測得新光大樓的仰角為 $45^\circ$ 。在電梯上升到五樓時，再次測得新光大樓的仰角為 $30^\circ$ ，若已知每一層樓高為3公尺，則新光大樓之樓高為\_\_\_\_\_公尺，又電梯由一樓升到五樓共升高\_\_\_\_\_公尺。(P.S.電梯為玻璃式的觀光電梯)



答案： $18 + 6\sqrt{3}$ ，12

解析：1F 到 5F 共  $4 \times 3 = 12$  (公尺)

$$\text{設新光大樓高 } xm \quad \therefore x \cdot \tan 30^\circ + 12 = x \quad \therefore x = 18 + 6\sqrt{3} \text{ (公尺)}$$

- 6、冠冠由 5F 之窗口向外望，測得對面高樓頂端之仰角為 $\alpha$ ，俯看樓底得俯角為 $\beta$ ，設兩棟大樓相距 30 公尺，則對面高樓之高度為\_\_\_\_\_公尺，又若 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\cos \beta = \frac{12}{13}$ ，則對面高樓之高度為\_\_\_\_\_公尺。

答案： $30 \tan \alpha + 30 \tan \beta$ ，35

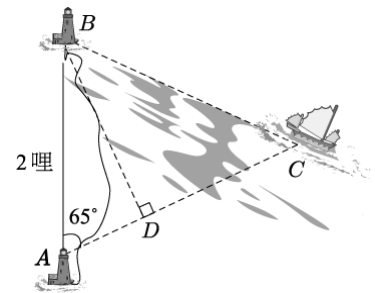
解析：對面樓高為  $30 \cdot \tan \alpha + 30 \cdot \tan \beta$ ； $30 \times \frac{3}{4} + 30 \times \frac{5}{12} = 35$

- 7、設在燈塔之正西方海面上 A 點及燈塔之正南方海面上 B 點測得燈塔頂 C 之仰角分別為 $45^\circ$ 及 $15^\circ$ ，且 $\overline{AB} = 300$ 公尺，求塔高\_\_\_\_\_公尺。

答案： $75(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

### 三. 計算與證明題 (每題 10 分)

- 1、在海岸上，有 A, B 兩瞭望臺，相距 2 哩，海中有一船 C，在 A 臺測得 $\angle BAC = 65^\circ$ ，在 B 臺測得 $\angle ABC = 72^\circ$ ，問瞭望臺 A 和船 C 相距多少哩？



答案： $\overline{AD} = 2 \times \cos 65^\circ$   $\overline{BD} = 2 \times \sin 65^\circ$ ;

$$\angle ABD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ;$$

$$\angle DBC = 72^\circ - 25^\circ = 47^\circ$$

$$\overline{CD} = \overline{BD} \tan 47^\circ = 2 \times \sin 65^\circ + \tan 47^\circ$$

故

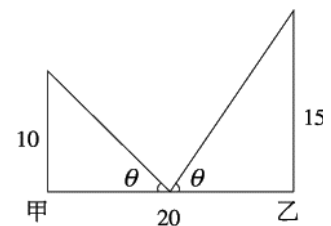
$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{CD} = 2 \times \cos 65^\circ + 2 \times \sin 65^\circ \tan 47^\circ = 2 \times 0.4226 + 2 \times 0.9063 \times 1.0724 \\ &= 0.8452 + 1.9438 = 2.789 \text{ (哩)} \end{aligned}$$

- 2、有甲、乙兩棟大樓，相對而立，兩棟大樓相距 20 公尺，又知甲棟大樓高 10 公尺，乙棟大樓高 15 公尺，則在兩棟基地連線上距甲大樓多少公尺處，觀測兩棟大樓其仰角大小相同？

答案：

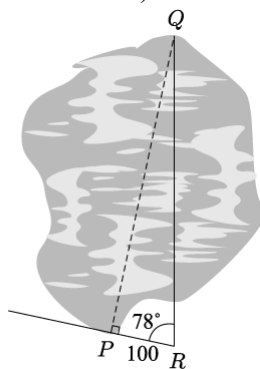
$$\text{設仰角 } \theta \quad \therefore 10 \cot \theta + 15 \cot \theta = 20 \quad \therefore \cot \theta = \frac{4}{5}; \quad 10 \times \frac{4}{5} = 8,$$

距甲大樓 8 m 處滿足所求。



- 3、如圖，為測量湖寬 $\overline{PQ}$ ，從 P 點與 $\overline{PQ}$ 垂直方向走 100 公尺，再以量角器量出 $\angle PRQ = 78^\circ$ ，試問 $\overline{PQ}$ 之長度是多少？

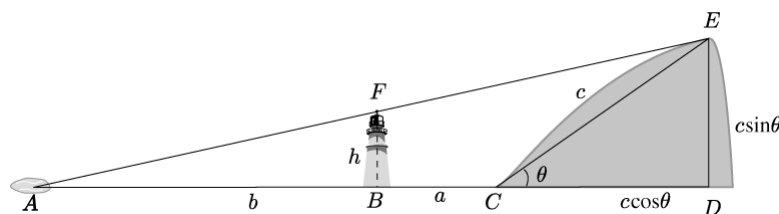
$(\tan 78^\circ = 4.7046)$



答案：  $\tan 78^\circ = \frac{PQ}{100}$ ，故  $PQ = 100 \times \tan 78^\circ = 100 \times 4.7046 = 470.46$ （公尺）

4、平地上有一塔，塔與山腳之距離為  $a$ ，山坡之傾角為  $\theta$ ，一人自山腳走一距離  $c$  抵達山頂。自山頂向塔頂望去，正好看到地面上的一個小水池。若塔與水池的距離為  $b$ ，試證塔高  $h = \frac{bc \sin \theta}{a + b + c \cos \theta}$ 。

答案：



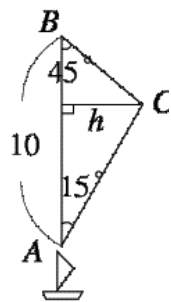
如上圖，山高  $DE = c \sin \theta$ ， $CD = c \cos \theta$ 。

設塔高  $BF = h$ ，因為  $\triangle ABF \sim \triangle ADE$ ，所以

$$\frac{BF}{DE} = \frac{AB}{AD}； \text{ 即 } \frac{h}{c \sin \theta} = \frac{b}{b + a + c \cos \theta} \quad \text{ 而有 } h = \frac{bc \sin \theta}{a + b + c \cos \theta}$$

5、有一艘船向北航行，途中發現北  $15^\circ$  東的方位有一燈塔，繼續向北航行  $6(\sqrt{3} + 1)$  公里後，燈塔在船的東南方，試求航程中船與燈塔的最小距離為何？ ( $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ )

答案：



設船與燈塔的最小距離為  $h \therefore \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3} \therefore h + h(2 + \sqrt{3}) = 6(\sqrt{3} + 1)$   
 $\therefore h = 2\sqrt{3}$

6、在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \theta$ ，若  $BC = h$ ，試以  $\theta, h$  表  $AC, AB$ 。

答案：  $AC = BC \cdot \frac{AC}{BC} = h \cot \theta \quad AB = BC \cdot \frac{AB}{BC} = h \csc \theta$

四. 題組題 (每格 5 分)

1、平面上有一正三角形  $ABC$ ，其內心為  $P$ ，邊長為 100 公尺。今在  $P$  點直立一旗桿，已知由  $A$  點測得桿頂  $T$  的仰角為  $30^\circ$ ，則

(1)( )  $\overline{AP}$  為 (A)  $\frac{100}{3}$  公尺 (B)  $100\sqrt{3}$  公尺 (C)  $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  公尺

(D)  $25\sqrt{3}$  公尺 (E)  $\frac{50\sqrt{3}}{3}$  公尺

(2)( ) 旗桿高為 (A)  $\frac{100}{3}$  公尺 (B)  $50\sqrt{3}$  公尺 (C)  $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  公尺

(D)  $\frac{200}{3}$  公尺 (E)  $\frac{50\sqrt{3}}{3}$  公尺

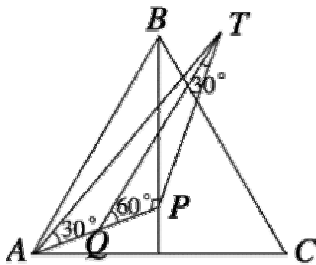
(3)( )  $A$  點到桿頂  $T$  的距離為 (A) 50 公尺 (B)  $\frac{200\sqrt{3}}{3}$  公尺 (C)  $100\sqrt{3}$  公尺 (D)  $\frac{200}{3}$

公尺 (E)  $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  公尺

(4)( ) 若在  $\overline{AP}$  上一點  $Q$ ，測得桿頂  $T$  的仰角為  $60^\circ$ ，則  $Q$  到桿頂  $T$  的距離為 (A)  $\frac{100\sqrt{3}}{9}$

公尺 (B)  $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  公尺 (C)  $\frac{200\sqrt{3}}{3}$  公尺

(D)  $50\sqrt{3}$  公尺 (E)  $\frac{200\sqrt{3}}{9}$  公尺



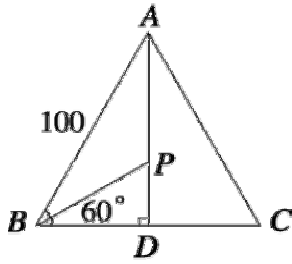
(5)( ) 承上  $\overline{AQ} : \overline{QP}$  為 (A)  $2 : \sqrt{3}$  (B)  $2 : 1$  (C)  $\sqrt{3} : 1$  (D)  $3 : 2$   
(E)  $1 : 1$

答案：

(1)(C) (2)(A) (3)(D) (4)(E) (5)(B)

解析：

$$(1) \overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \cdot \overline{AB} \sin 60^\circ = \frac{2}{3} \cdot 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} 100$$



$$(2) \overline{PT} = \overline{AP} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}100}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{3} \text{ 公尺}$$

$$(3) \overline{AT} = \overline{AP} \sec 30^\circ = \frac{100\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{200}{3} \text{ 公尺}$$

$$(4) \overline{QT} = \overline{PT} \sec 30^\circ = \frac{100}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{200\sqrt{3}}{9} \text{ 公尺}$$

$$(5) \overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AP} - \overline{QP} : \overline{QP} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 100 - \frac{200\sqrt{3}}{9} \cdot \cos 60^\circ : \frac{200\sqrt{3}}{9} \cos 60^\circ$$

$$= \frac{200\sqrt{3}}{9} : \frac{100\sqrt{3}}{9} = 2 : 1$$