

範圍	1-5 查表、內插法	班級		姓名	
		座號		姓名	

一. 計算題 (每題 10 分) ※須過程；否則不予計分。

(已知  $\log 2=0.3010$ ， $\log 3=0.4771$ ， $\log 7=0.8451$ )

1.  $\log 0.649 = -0.1878$ ，則  $\log 64.9 =$  \_\_\_\_\_。

解析： $\log 64.9 = \log 100 \times 0.649 = 2 + \log 0.649 = 1.8122$

2.  $n \in \mathbf{N}$ ，若  $\log n$  的首數為 7，則此種正整數  $n$  共有 \_\_\_\_\_ 個。

解析： $\log n$  首數為 7  $\therefore n$  之位數為 8 位數共  $9 \times 10^7$  個

3. 假設  $g_n = 400 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ， $n$  是自然數，則  $g_n < 10^{-3}$  時， $n$  最少是 \_\_\_\_\_。

解析： $400 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n < 10^{-3} \therefore \left(\frac{4}{3}\right)^n > 4 \times 10^5$

$$n(\log 4 - \log 3) > 2 \log 2 + 5, n > \frac{5.6020}{0.1249} = 44.8\dots$$

4. 一存款按年利率 20% 複利計算，每年為一期，則至少要 \_\_\_\_\_ 年(取整數年數)，其本利和才會超過本金的 3 倍。

解析：本金為  $P$ ， $P(1+20\%)^n > 3P \therefore n \log 1.2 > \log 3$

$$\Rightarrow n \log \frac{12}{10} > \log 3 \Rightarrow n(2 \log 2 + \log 3 - 1) > \log 3 \Rightarrow n > \frac{\log 3}{2 \log 2 + \log 3 - 1}$$

$\therefore n > 6.03\dots$ ，至少要 7 年

5. 設  $7^{50}$  為  $n$  位數之整數，其個位數字為  $k$ ，最高位數字為  $a$ ，則

$a =$  \_\_\_\_\_， $k =$  \_\_\_\_\_， $n =$  \_\_\_\_\_。

答案：1, 43, 9

解析： $\log 7^{50} = 50 \times 0.8451 = 42.255$

$\therefore \log 1 < 0.255 < \log 2 \therefore a = 1, n = 43$

$\therefore 7^1 \Rightarrow 7, 7^2 \Rightarrow 9, 7^3 \Rightarrow 3, 7^4 \Rightarrow 1$

$7^5 \Rightarrow 7, 7^6 \Rightarrow 9, 7^7 \Rightarrow 3, 7^8 \Rightarrow 1, \dots \dots 50 \div 4 = 12 \dots \dots 2 \therefore k = 9$

6. 若  $\frac{1}{300} < \left(\frac{7}{8}\right)^n < \frac{1}{250}$ ，則自然數  $n$  之值為 \_\_\_\_\_。

$$\log \frac{1}{300} = -2 - \log 3 = -2.4771 \quad \log \frac{7}{8} = \log 7 - \log 8 = -0.0579$$

$\therefore -2.4771 < n \times (-0.0579) < -2.398 \therefore 42.7 > n > 41.4 \therefore n = 42$

7. 若  $(\frac{5^{10}}{7^{30}})$  以小數表示時，小數點後第  $m$  位開始出現不為 0 的數字  $a$ ，則  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：19, 4

解析： $\log(\frac{5^{10}}{7^{30}}) = -18.363 = -19 + 0.637 \therefore m = 19, \log 4 < 0.637 < \log 5$

$\therefore a = 4$

8. 已知  $\log 4.37 = 0.6405, \log 4.38 = 0.6415$ ，若  $\log x = -2.3588$ ，則  $x$  之值為  $a \times 10^{-3}$ ，  
 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(利用內插法)

答案： $4.377 \times 10^{-3}$

解析： $\log x = -3 + 0.6412$

$$\log 4.370 = 0.6405$$

$$? = 0.6412$$

$$\log 4.380 = 0.6415$$

$$\frac{a}{0.01} = \frac{7}{10} \therefore a = 0.007 \Rightarrow 0.6412 = \log 4.377$$

$$\log x = -3 + 0.6412 = -3 + \log 4.377 = \log 4.377 \times 10^{-3}$$

$$\therefore x = 4.377 \times 10^{-3}$$

9. 滿足  $(\frac{7}{6})^n < 50$  的最大正整數  $n$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：25

解析： $n(\log 7 - \log 6) < 1 + \log 5 \therefore n < 25.3 \therefore n$  最大為 25