

範圍	1-4 反函數+Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 填充題 (每題 分)

1、求下列函數之反函數

(1)  $f(x) = 4 - 2x$

(2)  $f(x) = x^2 + 2x + 3 (x \geq -1)$

(3)  $f(x) = \frac{1}{x+1} (x \neq -1)$

答案：

(1)  $f^{-1}(x) = \frac{4-x}{2}$  (2)  $f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} (x \geq 2)$  (3)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 1 (x \neq 0)$

解析：

(1)  $y = 4 - 2x \therefore x = \frac{4-y}{2} \therefore f^{-1}(x) = \frac{4-x}{2}$

(2)  $y = x^2 + 2x + 3, y - 2 = (x+1)^2, x+1 = \sqrt{y-2} (\because x \geq -1)$

$\therefore x = \sqrt{y-2} - 1 \therefore f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} - 1$  且  $x \geq 2$

(3)  $y = \frac{1}{x+1} \therefore x+1 = \frac{1}{y} \therefore x = \frac{1}{y} - 1 \therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 1 (x \neq 0)$

2、求下列各函數的反函數：

(1)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  (2)  $f(x) = x^3 + 2$  (3)  $f(x) = (x-1)^3$  (4)  $f(x) = \frac{1}{x}$

答案：(1)  $y = x^3$  (2)  $y = \sqrt[3]{x-2}$   
 (3)  $y = 1 + \sqrt[3]{x}$  (4)  $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

解析：(1)  $y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x \Rightarrow x = y^3 \therefore y = x^3$   
 (2)  $y = x^3 + 2 \Rightarrow x^3 = y - 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$   
 (3)  $y = 1 + \sqrt[3]{x} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = y - 1 \Rightarrow x = (y-1)^3 \Rightarrow y = (x-1)^3$   
 (4)  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

3、設  $f(x) = 3^x + 1$ ，則  $f(x)$  的反函數  $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\log_3(x-1)$

解析： $y = 3^x + 1 \quad 3^x = y - 1 \Rightarrow \log_3 3^x = \log_3(y-1)$   
 $\therefore x = \log_3(y-1) \quad \therefore f^{-1}(x) = \log_3(x-1)$

4、設  $f(x) = 2x^3 + 8$ ，則  $f(x)$  的反函數  $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\sqrt[3]{\frac{x-8}{2}}$

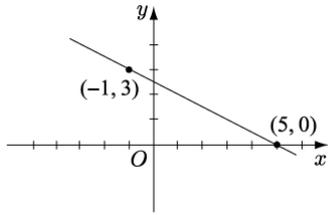
解析： $y = 2x^3 + 8 \quad \therefore x^3 = \frac{y-8}{2} \quad \therefore x = \sqrt[3]{\frac{y-8}{2}} \quad \therefore f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x-8}{2}}$

5、求作下列函數的反函數之圖形：

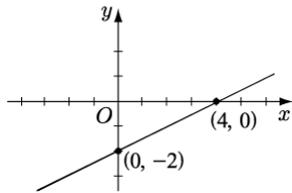
(1)  $y = 5 - 2x$  (2)  $y = 2x + 4$  (3)  $y = x^2 + 1, x \geq 0$

(4)  $y = x^2 + 1, x < 0$     (5)  $y = 1 - \frac{1}{3}x$     (6)  $y = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$

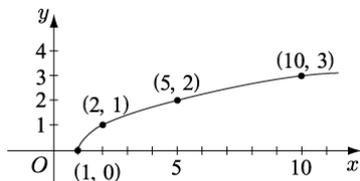
答案：(1)函數  $y = 5 - 2x$  之反函數為  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ，其圖形如下：



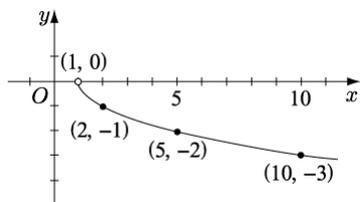
(2)函數  $y = 2x + 4$  之反函數為  $y = \frac{1}{2}x - 2$ ，其圖形如下：



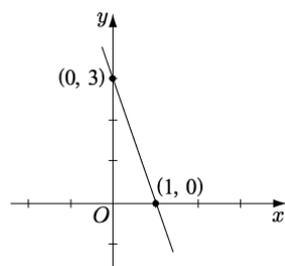
(3)函數  $y = x^2 + 1, x \geq 0$  之反函數為  $y = \sqrt{x-1}, x \geq 1$ ，其圖形如下：



(4)函數  $y = x^2 + 1, x < 0$  之反函數為  $y = -\sqrt{x-1}, x > 1$ ，其圖形如下：



(5)函數  $y = 1 - \frac{1}{3}x$  之反函數為  $y = -3x + 3$ ，其圖形如下：



(6)函數  $y = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$  的反函數為  $y = \frac{1}{x} + 1, x \neq 0$ ，其圖形如下：

