高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：93.03.04					
範圍	1-3 對數+Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 單選題(每題 10 分)

1. 設$x \in R$，使$\log_{2x+1}(2+5x-3x^2)$有意義的x所成的集合為

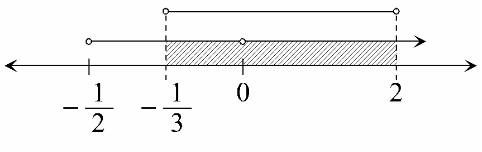
(A)$\{x| -\frac{1}{2}<x<2\}$ (B)$\{x| -\frac{1}{3}<x<2\}$ (C)$\{x| 0<x<2\}$ (D)$\{x| -\frac{1}{3}<x<2$ 且$x\neq 0\}$

(E)$\{x| -\frac{1}{2}<x<2$ 且$x\neq 0\}$

答案：(D)

解析：

$$\begin{cases} 2x+1>0 \quad \Rightarrow \quad x>-\frac{1}{2} \\ 2x+1\neq 1 \quad \Rightarrow \quad x\neq 0 \\ 2+5x-3x^2>0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2-5x-2<0 \quad \Rightarrow \quad (3x+1)(x-2)<0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{3}<x<2 \end{cases}$$



$\therefore \quad -\frac{1}{3}<x<2$ 且 $x\neq 0$，故選(D)

2. $\log_{0.1}\log_{0.2}\log_{0.5}\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$之值 =(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

答案：(C)

解析：原式 $=\log_{0.1}(\log_{0.2}(\log_{\frac{1}{2}}2^{-\frac{1}{5}}))=\log_{0.1}(\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{5})=\log_{0.1}1=0$，故選(C)

二、複選題(每題 10 分)

3.下列各x值何者大於 1？

(A) $\log_x 10\sqrt{10}=\frac{3}{2}$ (B) $x=\log_{\frac{1}{2}}32$ (C) $10^x=\sqrt[3]{100}$ (D) $\log_{\frac{1}{2}}x=-2$ (E) $(\frac{1}{2})^x=2$

答案：(A)(D)

解析：

(A) $\log_x 10\sqrt{10}=\frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad 10\sqrt{10}=x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad x=10$ (B) $x=\log_{\frac{1}{2}}32=\log_{2^{-1}}2^5=-5$

(C) $10^x=\sqrt[3]{100}=10^{\frac{2}{3}} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{2}{3}$ (D) $\log_{\frac{1}{2}}x=-2 \quad \Rightarrow \quad x=(\frac{1}{2})^{-2}=2^2=4$

(E) $(\frac{1}{2})^x=(2^{-1})^x=2 \quad \Rightarrow \quad x=-1$

4. 下列式子哪些是正確的？

(A) $\log_7 7=1$ (B) $\log_3 2+\log_3 4=\log_3 6$ (C) $\log_5 17-\log_5 13=\frac{\log_5 17}{\log_5 13}$

(D) $\log_2 5 \cdot \log_2 7=\log_2 35$ (E) $\log_4 9=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}$

答案：(A)(E)

解析：

(A) 對數性質　(B) $\log_3 2+\log_3 4=\log_3 8\neq\log_3 6$

(C) $\log_5 17-\log_5 13=\log_5\frac{17}{13}$ ，$\frac{\log_5 17}{\log_5 13}=\log_{13}17$　∴　二式不相等

(D) $\log_2 35=\log_2(5\cdot 7)=\log_2 5+\log_2 7\neq\log_2 5\cdot\log_2 7$

(E) $\log_4 9=\log_{2^2}3^2=\frac{2}{2}\log_2 3=\log_2 3$，$\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}=\log_{2^{\frac{1}{2}}}3^{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\log_2 3=\log_2 3$　∴　二式相等

5. 若$a>0$，$b>0$，下列的對數式中哪些恆成立？

(A) $(\log a)(\log b)=\log(a+b)$　(B) $-\log a=\log\frac{1}{a}$ (C) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$　(D) $(\log a)^2=2\log a$

答案：(B)(C)

解析：(A) $(\log a)(\log b)\neq\log(a+b)$　(B) $-\log a=\log a^{-1}=\log\frac{1}{a}$

(C) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$　(D) $(\log a)^2\neq 2\log a=\log a^2$

三、填充題(每題 10 分)

1. $\log_2 3=a$，$\log_3 7=b$，試以a，b表示$\log_{42}56=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{3+ab}{1+a+ab}$

解析：

$$\log_{42}56=\frac{\log_3 56}{\log_3 42}=\frac{\log_3 8+\log_3 7}{\log_3 2+\log_3 3+\log_3 7}=\frac{\frac{3}{a}+b}{\frac{1}{a}+1+b}=\frac{3+ab}{1+a+ab}$$

2. 化簡$\log_2 3\cdot\log_7 64\cdot\log_3 5\cdot\log_5 49$ 之值 ＝＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：12

解析：

$\log_2 3\cdot\log_7 64\cdot\log_3 5\cdot\log_5 49=\log_2 3\cdot\log_3 5\cdot(2\log_5 7)\cdot(6\log_7 2)$

$=12\cdot\log_2 3\cdot\log_3 5\cdot\log_5 7\cdot\log_7 2=\log_2 2=12$

3. 求$\log_2\frac{1}{16}+\log_5 125+\log_{\sqrt{3}}1+2^{\log_2 3}$ 之值 ＝＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：2

解析：原式 $=4\log_2\frac{1}{2}+3+0+3=-4+3+0+3=2$

4.求$(\log_9 4)\cdot(\log_{25}\sqrt{3})\cdot(\log_{\sqrt{2}}5)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{1}{2}$

解析：原式 $=(\frac{2}{2}\log_3 2)(\frac{\frac{1}{2}}{2}\log_5 3)(\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_2 5)=1\cdot\frac{1}{4}\cdot 2(\log_3 2\cdot\log_2 5\cdot\log_5 3)=\frac{1}{2}$

5. 解$(\frac{2}{3})^x=(\frac{3}{2})^{2x-3}$，$x=$__________。

答案：1

解析：

兩邊取對數，得 $x\log\frac{2}{3}=(2x-3)\log\frac{3}{2}$

$\Rightarrow\quad(2\log\frac{3}{2}-\log\frac{2}{3})x=3\log\frac{3}{2}\quad\Rightarrow\quad(3\log\frac{3}{2})\,x=3\log\frac{3}{2}\quad\Rightarrow\quad x=1$

6. $(\log_3 8+\log_9\frac{1}{4})(\log_4 3+\log_2 9)=$__________。

答案：5

解析：

原式 $=(\frac{3\log 2}{\log 3}-\frac{2\log 2}{2\log 3})(\frac{\log 3}{2\log 2}+\frac{2\log 3}{\log 2})=(2\cdot\frac{\log 2}{\log 3})(\frac{5}{2}\cdot\frac{\log 3}{\log 2})=5$

7. 方程式$\log_7(7^x+49)=\frac{x}{2}+1+\log_7 2$ 的解爲__________。

答案：2

解析：

$\log_7(7^x+49)=\frac{x}{2}+1+\log_7 2=\log_7 7^{\frac{x}{2}}+\log_7 7+\log_7 2\quad\Rightarrow\quad\log_7(7^x+49)=\log_7(14\cdot 7^{\frac{x}{2}})$

$\Rightarrow\quad 7^x+49=14\cdot 7^{\frac{x}{2}}\quad\Rightarrow\quad(7^{\frac{x}{2}})^2-14\cdot 7^{\frac{x}{2}}+49=0$

$\Rightarrow\quad(7^{\frac{x}{2}}-7)^2=0\quad\Rightarrow\quad 7^{\frac{x}{2}}=7\quad\Rightarrow\quad\frac{x}{2}=1\quad\Rightarrow\quad x=2$

8. 設$18^a=2$，試以a表示$\log_3 2$ =__________。

答案：$\frac{2a}{1-a}$

解析：

$18^a=2$ 取 log $\Rightarrow\quad a\log 18=\log 2\quad\Rightarrow\quad a(2\log 3+\log 2)=\log 2$

$\Rightarrow\quad 2a\cdot\frac{\log 3}{\log 2}+a=1\quad\Rightarrow\quad\log_2 3=\frac{1-a}{2a}\quad\therefore\quad\log_3 2=\frac{2a}{1-a}$

9. 化簡求值：

(1) $\log_{10}\frac{25}{9}-\log_{10}5+\log_{10}\frac{27}{35}-\log_{10}\frac{3}{70}=$__________。

(2) $(\log_2 3+\log_{16}81)(\log_3 8-\log_9 2)=$__________。

答案：(1) 1　(2) 5

解析：

(1)原式 $=\log_{10}(\frac{25}{9}\div 5\times\frac{27}{35}\div\frac{3}{70})=\log_{10}(\frac{25}{9}\times\frac{1}{5}\times\frac{27}{35}\times\frac{70}{3})=\log_{10}10=1$

(2)原式 $=(\log_2 3+\frac{4}{4}\log_2 3)(3\log_3 2-\frac{1}{2}\log_3 2)=2\log_2 3\times\frac{5}{2}\log_3 2=5$

10. 方程式$\log_3(x^2-13)-\log_3(x-3)=2$ 之解為__________。

答案：7

解析：

$\log_3(x^2-13)-\log_3(x-3)=2\Rightarrow\log_3\frac{x^2-13}{x-3}=\log_3 3^2=9\quad\Rightarrow\quad\frac{x^2-13}{x-3}=3^2=9$

$\Rightarrow x^2-9x+14=0\quad\Rightarrow\quad(x-7)(x-2)=0$

又$\begin{cases}x^2-13>0\\x-3>0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad x>\sqrt{13}$

$\therefore\quad x=7$

11.對數定義：

(1)設$\log_{\frac{3}{2}}a=4$，則$a=$__________。　(2)設$\log_b 9\sqrt{3}=5$，則$b=$__________。

答案：(1)$\frac{81}{16}$　(2)$\sqrt{3}$

12.求$\log_8(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=$__________。

答案：$\frac{1}{6}$

解析：

$\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}})=\frac{1}{\sqrt{2}}[(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-1)]=\sqrt{2}$

$\therefore\quad\log_8(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=\log_{2^3}\sqrt{2}=\frac{\frac{1}{2}}{3}\log_2 2=\frac{1}{6}$

13.設 $4^{\log x}-3\cdot x^{\log 2}-4=0$，則$x=$__________。

答案：100

解析：

$(2^{\log x})^2-3\cdot 2^{\log x}-4=0\quad\Rightarrow\quad(2^{\log x}-4)(2^{\log x}+1)<0\quad\Rightarrow\quad 2^{\log x}=4=2^2\quad\Rightarrow\quad\log x=2$

$\therefore\quad x=100$

14.化簡$\log\frac{81}{32}+3\log\frac{5}{3}+\log\frac{1}{9}+\log 768$ 之值為__________。

答案：3

解析：

原式 $=\log\frac{81}{32}+\log(\frac{5}{3})^3+\log\frac{1}{9}+\log 768=\log(\frac{81}{32}\times\frac{125}{27}\times\frac{1}{9}\times 768)=\log 1000=3$

15.解方程式$\log_6 x+\log_6(x-1)=1$，得$x=$__________。

答案：3

解析：

$\log_6 x+\log_6(x-1)=1\quad\Rightarrow\log_6[x(x-1)]=\log_6 6\quad\Rightarrow\quad x^2-x=6$

$\Rightarrow\quad x^2-x-6=0\quad\Rightarrow\quad(x-3)(x+2)=0$

又$\begin{cases} x>0 \\ x-1>0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x>1$， $\Rightarrow$ $x=3$ 或 -2（不合）

16.方程式$\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1$ 之解爲__________。

答案：$x=5$

解析：

$\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1 \quad\Rightarrow\quad \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x+3}{(x-1)^2}=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow\quad \dfrac{x+3}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad x^2-2x+1=2x+6 \quad\Rightarrow\quad x^2-4x-5=0 \quad\Rightarrow\quad x=5$ 或 -1

原式有意義 $\Rightarrow$ $\begin{cases} x+3>0 \\ x-1>0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x>1$；得$x=5$

17.x的方程式$x^{(\log_2 x)-a}=32$ 有一根爲$\dfrac{1}{2}$，則

(1) $a=$__________。 (2)此方程式的另一根爲__________。

答案：(1) 4 (2) 32

解析：

(1)$\because$ $\dfrac{1}{2}$爲$x^{(\log_2 x)-a}=32$ 之一根，代入 $\Rightarrow$ $(\dfrac{1}{2})^{(\log_2 \frac{1}{2})-a}=32$

$\Rightarrow\quad (\dfrac{1}{2})^{-1-a}=2^5 \quad\Rightarrow\quad -1-a=-5 \quad\Rightarrow\quad a=4$

(2) $x^{(\log_2 x)-4}=32 \quad\Rightarrow\quad \log_2 x^{(\log_2 x)-4}=\log_2 32 \quad\Rightarrow\quad (\log_2 x-4)(\log_2 x)=5$

$\Rightarrow\quad (\log_2 x)^2-4\log_2 x-5=0 \quad\Rightarrow\quad (\log_2 x-5)(\log_2 x+1)=0$

$\Rightarrow\quad \log_2 x=5，-1 \quad\Rightarrow\quad x=2^5，2^{-1} \quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{1}{2}，32 \quad\therefore$ 另一根爲 32

18.設α，β爲$(\log 3x)(\log 4x)=1$ 的兩根，則α，β之積爲__________。

答案：$\dfrac{1}{12}$

解析：

$\because$ $(\log 3x)(\log 4x)=1$ 的二根爲α，β

$\Rightarrow$ $(\log x+\log 3)(\log x+\log 4)-1=0$ 的二根爲α，β

$\Rightarrow$ $(\log x)^2+(\log 3+\log 4)(\log x)+(\log 3)(\log 4)-1=0$ 的二根爲α，β

設$y=\log x \Rightarrow y^2+(\log 12)y+(\log 3)(\log 4)-1=0$ 的二根爲$\log\alpha$，$\log\beta$

其二根和$\log\alpha+\log\beta=-\log 12 \quad\Rightarrow\quad \log\alpha\beta=\log\dfrac{1}{12} \quad\Rightarrow\quad \alpha\beta=\dfrac{1}{12}$