

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：93.02.19				
範圍	1-1 指數	班級		姓名
		座號		

一. 填充題 (每題 10 分)

1、若  $2^x + 3^y = 7$ ,  $2^{x-1} + 3^{y+1} = 16$ , 則  $2^{x+1} + 3^{y-1} =$ \_\_\_\_\_。

答案： $\frac{17}{3}$

解析：令  $A = 2^x$ ,  $B = 3^y$   $\therefore A + B = 7$ ,  $\frac{A}{2} + 3B = 16$

得  $B = 5$ ,  $A = 2$  故  $2^{x+1} + 3^{y-1} = 2A + \frac{B}{3} = \frac{17}{3}$

2、 $x, y \in N$ ,  $2^x \cdot 3^y = 54$ , 則 (1)  $2^{x-1} \cdot 3^{y+1} =$ \_\_\_\_\_, (2)  $\frac{2^{x+1}}{3^{y-1}} =$ \_\_\_\_\_。

答案：(1) 81 (2)  $\frac{4}{9}$

解析：(1)  $\because x, y \in N$ , 且  $54 = 2^1 \times 3^3 \Rightarrow 2^x \times 3^y = 2^1 \times 3^3 \therefore x = 1, y = 3, \therefore 2^{x-1} \times 3^{y+1} = 3^4 = 81$

(2)  $\frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

3、若  $e^{2x} = 2$ , 則  $\frac{3e^x + e^{-x}}{e^{3x} + e^x} =$ \_\_\_\_\_。

答案： $\frac{7}{6}$

解析： $\frac{3e^x + e^{-x}}{e^{3x} + e^x} = \frac{3e^{2x} + 1}{e^{4x} + e^{2x}} = \frac{7}{6}$  (分子分母同乘以  $e^x$ )

4、(1) 化簡  $[(\frac{27}{64})^{-\frac{1}{4}}]^{\frac{2}{3}} =$ \_\_\_\_\_。(2) 求  $(\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}} \cdot (\frac{1}{16})^{\frac{1}{4}} \cdot (0.25)^{-2.5}$  之值 =\_\_\_\_\_。

答案：(1)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (2) 24

解析：(1)  $[(\frac{27}{64})^{-\frac{1}{4}}]^{\frac{2}{3}} = [(\frac{3}{4})^{-\frac{3}{4}}]^{\frac{2}{3}} = (\frac{3}{4})^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2)  $(\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}} \cdot (\frac{1}{16})^{\frac{1}{4}} \cdot (0.25)^{-2.5} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 32 = 24$

5、若  $3^x = 13$ ,  $13^y = 27$ , 則  $x \cdot y =$ \_\_\_\_\_。

答案：3

解析： $(3^x)^y = (13)^y = 27 \therefore 3^{xy} = 27 \therefore xy = 3$

6、設  $2^{3^2} \div (2^3)^2 = 2^k$ , 則  $k =$ \_\_\_\_\_。

答案：3

解析： $2^{3^2} \div (2^3)^2 = 2^9 \div 2^6 = 2^3 \therefore k = 3$

7、 $\sqrt[3]{5^{18}} \times \sqrt{\sqrt{5^8}} \times [(\frac{1}{25})^2 \times (125)^2]^{-3} = 5^k$ , 則  $k =$ \_\_\_\_\_。

答案：2

解析：原式  $= 5^{\frac{18}{3}} \times (5^{\frac{8}{2}})^{\frac{1}{2}} \times [(5^{-2})^2 \times (5^3)^2]^{-3} = 5^6 \times 5^2 \times (5^{-4} \times 5^6)^{-3} = 5^2$ ， $\therefore k = 2$

8、設  $2^x = 3^y = 36$ ，則  $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} =$  \_\_\_\_\_。

答案：1

解析： $2^x = 36, 3^y = 36 \quad \therefore 2 = 6^{\frac{2}{x}}, 3 = 6^{\frac{2}{y}} \quad \therefore 6^{\frac{2}{x} + \frac{2}{y}} = 2 \times 3 = 6$ ，故  $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1$

9、化簡(1)  $(\frac{1}{32})^{0.2} =$  \_\_\_\_\_，(2)  $(243)^{0.1} =$  \_\_\_\_\_。

答案：(1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\sqrt{3}$

解析：(1)  $(\frac{1}{32})^{0.2} = (2^{-5})^{0.2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$  (2)  $(243)^{0.1} = (3^5)^{0.1} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

10、設  $a > 0$ ， $\frac{[a^3 \cdot (a^{-2})^2]^4}{(a\sqrt{a})^3} = a^k$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

答案： $-\frac{17}{2}$

解析： $\frac{[a^{-1}]^4}{(a^{\frac{3}{2}})^3} = a^{-\frac{17}{2}} \quad \therefore k = -\frac{17}{2}$

11、化簡  $\sqrt[3]{192} + \frac{4}{\sqrt[3]{-9}} + \frac{1}{3}\sqrt[6]{9} = 3^k$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

答案： $\frac{4}{3}$

解析： $\sqrt[3]{3 \times 4^3} + \frac{4}{-3^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{3} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 4 \times 3^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3} \times 3^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3 \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{4}{3}} \quad \therefore k = \frac{4}{3}$

12、設  $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 2$ ，則  $x + x^{-1} =$  \_\_\_\_\_， $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} =$  \_\_\_\_\_。

答案：6,  $2\sqrt{2}$

解析： $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 2$  平方之  $\therefore x - 2 + \frac{1}{x} = 4 \quad \therefore x + x^{-1} = 6$

$$x + 2 + \frac{1}{x} = 8 \Rightarrow (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = 8 \quad \therefore x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \quad (-2\sqrt{2} \text{ 不合})$$

13、設  $13^x = 8, 52^y = 16$ ，則(1)  $2^{\frac{3}{x}} =$  \_\_\_\_\_，(2)  $\frac{6}{x} - \frac{8}{y} =$  \_\_\_\_\_。

答案：(1) 13 (2) -4

解析：(1)  $13^x = 2^3 \quad \therefore 2^{\frac{3}{x}} = 13$

$$(2) 52^y = 16 \quad \therefore 2^{\frac{4}{y}} = 52 \quad \therefore 2^{\frac{3}{x} - \frac{4}{y}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 2^{-2}, \quad \therefore \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -2 \quad \therefore \frac{6}{x} - \frac{8}{y} = -4$$

14、設  $\sqrt{x} = \sqrt[3]{2^{y+3}}$  且  $3^{2y+6x} = 27^{xy}$ ，求  $x, y$  之值。

答案：  $2^{\frac{4}{x}} = 2^{\frac{y+3}{y}}$  且  $3^{2y+6x} = 3^{3xy} \quad \therefore \frac{4}{x} = \frac{3}{y} + 1$  且  $\frac{2y+6x}{xy} = 3$   $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3 \end{cases} \therefore x=2, y=3$

15、設  $25^x = (\frac{1}{125})^y$  且  $\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{64 \times 2^y}$ ，求  $x, y$  之值。

答案：  $5^{2x} = 5^{-3y}$ ，  $2^{\frac{2}{x}} = (2^{y+6})^{\frac{1}{6}}$ ，  $\therefore \begin{cases} 2x = -3y \\ \frac{2}{x} = \frac{y}{6} + 1 \end{cases}$

$$y = -\frac{2}{3}x \text{ 代入 } \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{-\frac{2}{3}x}{6} + 1 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-6) = 0$$

故  $x=3, y=-2$  或  $x=6, y=-4$

16、設  $4^{2x} = 9$ ，則(1) $4^x = ?$  (2) $2^{x+1} = ?$  (3) $\frac{2^x - 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-x}} = ?$

答案：(1) $4^{2x} = 9 \quad \therefore 4^x = 3$  (-3 不合) 開平方

(2) $2^x = \sqrt{3}$  (- $\sqrt{3}$  不合)  $\therefore 2^{x+1} = 2\sqrt{3}$

$$(3) \frac{2^x - 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-x}} = \frac{2^{2x} - 1}{2^{4x} + 1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

17、設  $5^x + 5^{-x} = 4$ ，則  $5^{2x} + 5^{-2x} = ?$ ，又  $5^x - 5^{-x} = ?$

答案：  $5^x + 5^{-x} = 4$ ，平方之  $5^{2x} + 2 + 5^{-2x} = 16 \quad \therefore 5^{2x} + 5^{-2x} = 14$

$$5^{2x} - 2 + 5^{-2x} = 12 \Rightarrow (5^x - 5^{-x})^2 = 12 \quad \therefore 5^x - 5^{-x} = \pm 2\sqrt{3}$$