高雄市明誠中學 高一普通科 數學平時測驗 日期：92.11.05							
範圍	2-3 直線方程式(2)	班級		姓名		得分	
		座號					

一、選擇題：(每題 8 分)

1 (　　)平面坐標系中，下列敘述何者錯誤？(複選)

(A)點$P(x_0，y_0)$對x軸的對稱點為$(-x_0，y_0)$

(B)點$P(x_0，y_0)$對y軸的對稱點為$(x_0，-y_0)$

(C)點$P(x_0，y_0)$對原點的對稱點為$(-x_0，-y_0)$

(D)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=x$的對稱點為$(y_0，x_0)$

(E)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=-x$的對稱點為$(-y_0，-x_0)$

Ans： (A)(B)

解析： (A)點$P(x_0，y_0)$對x軸的對稱點為$(x_0，-y_0)$

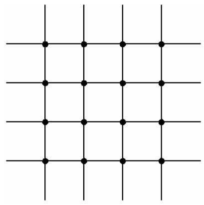
(B)點$P(x_0，y_0)$對y軸的對稱點為$(-x_0，y_0)$

(C)點$P(x_0，y_0)$對原點的對稱點為$(-x_0，-y_0)$

(D)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=x$的對稱點為$(y_0，x_0)$

(E)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=-x$的對稱點為$(-y_0，-x_0)$

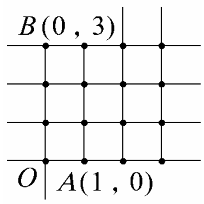
2. (　　) 圖中是坐標平面上的十六個點（左、右、上、下間隔均相等），這些點中任意二點連成之直線不考慮無斜率的情形，則斜率最小者為下列那一個數值？



(A) -4　(B) -3　(C) -2　(D) $-\dfrac{3}{2}$　(E) -1

Ans： (B)

解析：



利用斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，得 $m=\dfrac{3-0}{0-1}=-3$ 為最小

3.(　　)xy 平面上，下列敘述何者正確？

(A)直線 $y=-2x+7$ 之斜率為 2　　(B)過兩點$(-2，1)$，$(1，3)$之直線斜率為$\dfrac{2}{3}$

(C)直線 $2x+3y+6=0$ 的 x 截距為 -2

(D) $a，b，c\in R，a\neq b$，則兩直線 $ax+by+3=0$，$bx-ay+c=0$ 互相垂直

(E)$\forall k\in R$，直線$(2-k)x+(k+1)y+(k-3)=0$ 恆過點$(1，1)$

Ans： (B)(D)

解析：(A)直線$ax+by+c=0$ 斜率為 $-\dfrac{a}{b}$，$y=mx+k$之斜率為m

(B) $x_1\neq x_2$，則$A(x_1，y_1)$， $B(x_2，y_2)$決定之直線斜率為$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

(C)令$y=0$，則 $2x+3y+6=0$ 的x截距為 -3

(D)直線L_1，L_2斜率各為m_1，m_2，則$L_1\perp L_2$　$\Leftrightarrow$　$m_1\cdot m_2=-1$

(E)設兩直線$a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ 共點P

則$\ell(a_1x+b_1y+c_1)+k(a_2x+b_2y+c_2)=0$，$\ell^2+k^2\neq 0$

表示過P的一切直線　$\therefore$　此等形式的直線恆過點P

二、填充題：(每格 10 分)

1. 設$m\in R$，二直線$mx+3y+1=0$與$x+(m-2)y+m=0$ 相交於第三象限內，則m之範圍爲___。

Ans： $m<1$

解析：$\begin{cases} mx+3y+1=0 \\ x+(m-2)y+m=0 \end{cases}$，得交點爲$(\dfrac{2}{m-3}$，$\dfrac{-(m-1)}{m-3})$在第二象限內

$\therefore$ $\dfrac{2}{m-3}<0$，$\dfrac{-(m-1)}{m-3}<0$ $\Rightarrow$ $m-3<0$，$m-1<0$ $\therefore$ $m<1$

2. 在xy平面上，有三點$A(3，3)$，$B(1，2)$，$C(-1，-2)$及點P，則當P之坐標是__________時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之值最小，其值爲__________。

Ans： $P(1，1)$；最小值 22

解析：當P爲$\triangle ABC$重心時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之值最小

$\therefore$ P之坐標爲$(\dfrac{3+1-1}{3}$，$\dfrac{0+2-2}{3})=(1，1)$時

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$最小值

$=(3-1)^2+(3-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(-1-1)^2+(-2-1)^2=22$

3. 以$A(-3，-7)$，$B(2，-3)$，$C(4，5)$爲三點爲其頂點的平行四邊形，則此平行四邊形另一頂點D坐標爲____________________________。

Ans： $D(-1，1)$；$D(-1，-15)$；$D(9，9)$

解析：$A(-3，-7)$，$B(2，-3)$，$C(4，5)$，$D(x，y)$

(1) ▱$ABCD\Rightarrow A$、C 中點 $=B$、D 中點

$\therefore$ $\begin{cases} \dfrac{-3+4}{2}=\dfrac{2+x}{2} \\ \dfrac{-7+5}{2}=\dfrac{-3+y}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ $\therefore$ $D(-1，1)$

(2) ▱$ACBD\Rightarrow A$、B 中點 $=C$、D 中點

$\therefore$ $\begin{cases} \dfrac{-3+2}{2}=\dfrac{4+x}{2} \\ \dfrac{-7-3}{2}=\dfrac{5+y}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=-5 \\ y=-15 \end{cases}$ $\therefore$ $D(-5，-15)$

(3) ▱$ABDC\Rightarrow A$、D 中點 $=B$、C 中點

$\therefore$ $\begin{cases} \dfrac{2+4}{2}=\dfrac{-3+x}{2} \\ \dfrac{-3+5}{2}=\dfrac{-7+y}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=9 \\ y=9 \end{cases}$ $\therefore$ $D(9，9)$

4. 設$A(2，-1)$，$B(5，1)$，$C(3，a)$爲一個直角△的三頂點，且$a>0$，則實數a之值爲__________。

Ans：4，$\sqrt{3}$

解析：(1) $\angle A=90°$時，$\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{AC}$ $\Rightarrow$ 斜率乘積 $=-1$ $\Rightarrow$ $\dfrac{2}{3}\times(a+1)=-1$

$\Rightarrow\quad a=-\dfrac{5}{2}$ (不合)

(2) $\angle B=90°$時，$\overleftrightarrow{BA}\perp\overleftrightarrow{BC}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1-a}{2}=-1\quad\Rightarrow\quad a=4$

(3) $\angle C=90°$時，$\overleftrightarrow{CA}\perp\overleftrightarrow{CB}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{1-a}{2}\cdot(a+1)=-1\quad\Rightarrow\quad a=\pm\sqrt{3}$ (不合)

5. 設△ABC 之三頂點爲 $A(2，-8)$，$B(-6，-2)$，$C(6，-5)$，

(1)$\angle A$ 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，求 D 點的坐標____________。

(2)$\angle A$ 外角的分角線交 $\overline{BC}$ 於 E 點，求 E 點的坐標____________。

Ans： $D(2，-4)$，$E(18，-8)$

解析：

∵ $\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=5$，且 $\overline{AD}$ 爲$\angle A$ 之平分線 ∴ $\dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}$

$D(x，y)$，則由內分點公式知$\begin{cases} x=\dfrac{1\times(-6)+2\times 6}{1+2}=2 \\ y=\dfrac{1\times(-2)+2\times(-5)}{1+2}=-4 \end{cases}$，故 D 點的坐標爲$(2，-4)$

$E(x，y)$，則由外分點公式知$\begin{cases} x=\dfrac{-1\times(-6)+2\times 6}{-1+2}=18 \\ y=\dfrac{-1\times(-2)+2\times(-5)}{-1+2}=-8 \end{cases}$，故 E 點的坐標爲$(18，-8)$

6. 在△ABC 中三邊 $\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CA}$ 上各有一分點 D，E，F，若 $A(4，-2)$，$B(3，5)$，$C(-1，6)$，且 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{FA}}=\dfrac{2003}{92}$，求△$DEF$ 之重心坐標__________。

Ans： $(2，3)$

解析：∵ $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{FA}}=\dfrac{2003}{92}$ ∴ △DEF 與△ABC 之重心爲同一點

故△DEF 之重心就是△ABC 之重心即$\left(\dfrac{4+3-1}{3}，\dfrac{-2+5+6}{3}\right)=(2，3)$

7. 已知$A(1，2)$與$B(3，4)$爲兩定點，$P(x，y)$爲直線$x+2y=3$ 上一點，問$\overline{PA}=\overline{PB}$時，$P$點的坐標爲__________。

Ans： $(7，-2)$

解析：設參數

∵ $P(x，y)$在$x+2y=3$ 上 ∴ 令$y=t$，則$x=3-2t$

∵ $A(1，2)$，$B(3，4)$，$P(3-2t，t)$且 $\overline{AP}=\overline{BP}$

∴ $\sqrt{(3-2t-1)^2+(t-2)^2}=\sqrt{(3-2t-3)^2+(t-4)^2}$

$\Rightarrow\quad(2-2t)^2+(t-2)^2=(-2t)^2+(t-4)^2$

$\Rightarrow\quad 5t^2-12t+8=5t^2-8t+16$

$\Rightarrow\quad 4t=-8$ ∴ $t=-2$，故$P(7，-2)$

8. 已知$A(2，-2)$，$B(1，1)$，$C(3，5)$，

(1)過A，B兩點之直線方程式為＿＿＿＿＿。

(2)過C點且x截距與y截距的絕對值相等，而不過原點之直線方程式為＿＿＿＿＿。

(3)△ABC之外心坐標為＿＿＿＿＿。

Ans： (1) $3x+y-4=0$ (2) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}=1$ 或 $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}=1$ (3) $(6，1)$

解析：$A(2，-2)$，$B(1，1)$，$C(3，5)$

(1)過A，B兩點之直線方程式為 $\frac{y+2}{x-2}=\frac{-2-1}{2-1}\Rightarrow$，即 $3x+y-4=0$

(2)設此直線方程式為 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，且 $|a|=|b|\Rightarrow a=\pm b$

①$a=b\Rightarrow\frac{3}{b}+\frac{5}{b}=1, \frac{8}{b}=1\Rightarrow b=8=a \quad \Rightarrow\frac{x}{8}+\frac{y}{8}=1$

②$a=-b\Rightarrow\frac{3}{-b}+\frac{5}{b}=1, \frac{2}{b}=1\Rightarrow b=2, a=-2 \quad \Rightarrow\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}=1$

(3)設$P(x，y)$為△ABC之外心，則 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$

① $\overline{PA}=\overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2=\overline{PB}^2\Rightarrow (x-2)^2+(y+2)^2=(x-1)^2+(y-1)^2\Rightarrow x-3y=3$

② $\overline{PB}=\overline{PC} \Rightarrow \overline{PB}^2=\overline{PC}^2\Rightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y-5)^2\Rightarrow x+2y=8$

由①、②得$x=6$，$y=1$ ∴ △ABC之外心坐標為$(6，1)$

9. 二直線L_1：$ax-6y=5a-3$，L_2：$2x+(a-7)y=29-7a$，

(1)當$a=$＿＿＿＿＿時，則$L_1 // L_2$。 (2)當$a=$＿＿＿＿＿時，則$L_1\perp L_2$。

Ans： (1) $a=4$ (2) $a=\frac{21}{2}$

解析：(1) $L_1 // L_2 \Rightarrow \frac{a}{2}=\frac{-6}{a-7}\neq\frac{5a-3}{29-7a}$

由 $\frac{a}{2}=\frac{-6}{a-7}$ 得 $a^2-7a=-12$

$\Rightarrow a^2-7a+12=0 \Rightarrow (a-3)(a-4)=0$ ∴ $a=3$ 或 $a=4$……①

由 $\frac{a}{2}\neq\frac{5a-3}{29-7a}$ 得 $29a-7a^2\neq 10a-6$

$\Rightarrow 7a^2-19a-6\neq 0 \Rightarrow (7a+2)(a-3)\neq 0$ ∴ $a\neq-\frac{2}{7}$ 且 $a\neq 3$……②

由①②得$a=4$

(2) $L_1\perp L_2 \Rightarrow (\frac{a}{6})(\frac{-2}{a-7})=-1 \Rightarrow -2a=-6(a-7)$

$\Rightarrow -2a=-6a+42 \Rightarrow 4a=42 \Rightarrow a=\frac{21}{2}$

10. 已知三角形的三頂點為$A(3，3)$，$B(-1，-5)$與$C(6，0)$，則邊 $\overline{BC}$ 上之高所在的直線方程式為＿＿＿＿＿；三高交點(垂心)的坐標為＿＿＿＿＿。

Ans： $7x+5y-36=0$；$(\frac{14}{3}，\frac{2}{3})$

解析： $m_{BC}=\frac{-5-0}{-1-6}=-\frac{5}{7}$，則 $\overline{BC}$ 邊上高L_1之直線方程式：過$A(3，3)\Rightarrow$ $y-3=\frac{7}{5}(x-3)$

即L_1：$7x+5y-36=0$

$m_{AC}=\dfrac{3-6}{3-0}=-1$，則$\overline{AC}$邊上高$L_2$之直線方程式：過$B(-1，-5)\Rightarrow\quad y+1=1\,(x+5)$

即L_2：$x-y-4=0$

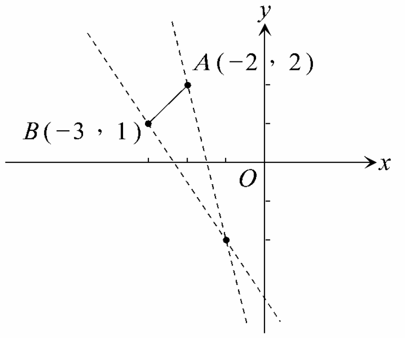
$\therefore$　二高交點坐標爲$\begin{cases}7x+5y-36=0\\x-y-4=0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad(x，y)=(\dfrac{14}{3}，\dfrac{2}{3})$

11. (1)直線L：$kx+3y+k+6=0$，k爲任意數，L恆過一定點，則此定點坐標爲__________。

(2)設$A(-2，2)$，$B(-3，1)$，所成線段（即$\overline{AB}$）與直線L相交，則k的範圍爲__________。

Ans：(1) $(-1，-2)$　(2) $\dfrac{9}{2}\le k\le 12$

解析：(1) L：$k(x+1)+(3y+6)=0$，$k\in R$必過$\begin{cases}x+1=0\\3y+6=0\end{cases}\Rightarrow$

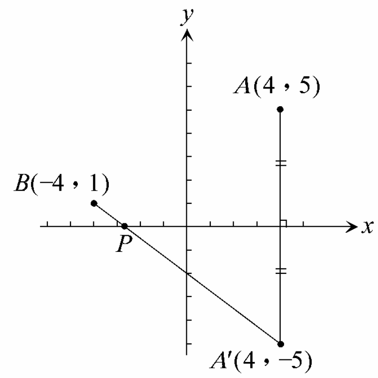


$x=-1，y=-2$　　$\therefore$　必過點$(-1，-2)$

(2)令$C(-1，-2)$

$m_L=-\dfrac{k}{3}$，$\overline{AB}$與L相交　$\Rightarrow$　$m_{\overline{AC}}\le m_L\le m_{\overline{BC}}$

$\Rightarrow\dfrac{2+2}{-2+1}\le-\dfrac{k}{3}\le\dfrac{1+2}{-3+1}\Rightarrow\quad-4\le\dfrac{-k}{3}\le-\dfrac{3}{2}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{9}{2}\le k\le 12$



13. 設x爲實數，求$\sqrt{(x-4)^2+25}+\sqrt{(x+4)^2+1}$之最小値爲___。

Ans：10

解析：

$\sqrt{(x-4)^2+25}+\sqrt{(x+4)^2+1}$之最小値

$=\sqrt{(x-4)^2+(0-5)^2}+\sqrt{(x+4)^2+(0-1)^2}$之最小値

設$A(4,5)$, $B(-4,1)$，$P(x,0)$

即求在x軸上點P使$\overline{AP}+\overline{BP}$之最小値，可得$\min=\overline{A'B}=10$