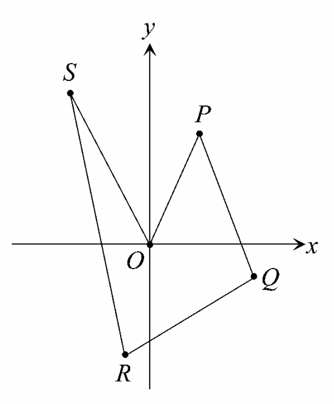
高雄市明誠中學 高一普通科 數學平時測驗 日期：92.10.30							
範圍	2-3 直線方程式(1)	班級		姓名		得分	
		座號					

一、選擇題：(每題 8 分)

1.(　　) 如下圖，試問下列那一條直線的斜率最小？

(A) OP 直線　(B) OS 直線　(C) SR 直線　(D) RQ 直線

(E) QP 直線



Ans：(C)

解析：直線

左下到右上傾斜，其斜率爲正，且愈陡，斜率愈大

左上到右下傾斜，其斜率爲負，且愈陡，斜率愈小

直線爲水平時，斜率爲 0

直線與 x 軸垂直時，無斜率

$\therefore$　由圖知 SR 直線斜率最小

2. (　　)下列各組點何者在同一直線上？

(A) $A(6，6)$，$B(4，7)$，$C(2，8)$　(B) $A(3，-2)$，$B(5，1)$，$C(10，0)$

(C) $A(0，-1)$，$B(3，-4)$，$C(2，1)$(D) $A(-2，9)$，$B(10，-7)$，$C(12，-5)$

Ans：(A)

解析：(A) $m_{\overline{AB}}=\dfrac{7-6}{4-6}=\dfrac{1}{-2}$，$m_{\overline{AC}}=\dfrac{8-6}{2-6}=\dfrac{2}{-4}=\dfrac{1}{-2}$

$\therefore$　$m_{\overline{AB}}=m_{\overline{AC}}$　$\therefore$　$A，B，C$ 共線

(B) $m_{\overline{AB}}=\dfrac{1-(-2)}{5-3}=\dfrac{3}{2}$，$m_{\overline{AC}}=\dfrac{0-(-2)}{10-3}=\dfrac{2}{7}$

$\therefore$　$m_{\overline{AB}}\neq m_{\overline{AC}}$　$\therefore$　$A，B，C$ 不共線

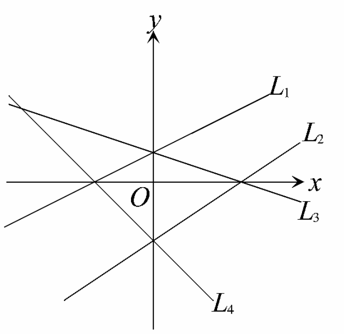
(C) $m_{\overline{AB}}=\dfrac{-4-(-1)}{3-0}=\dfrac{-3}{3}=-1$，$m_{\overline{AC}}=\dfrac{1-(-1)}{2-0}=1$

$\therefore$　$m_{\overline{AB}}\neq m_{\overline{AC}}$　$\therefore$　$A，B，C$ 不共線

(D) $m_{\overline{AB}}=\dfrac{-7-9}{10-(-2)}=\dfrac{-16}{12}=-\dfrac{4}{3}$，$m_{\overline{AC}}=\dfrac{-5-9}{12-(-2)}=\dfrac{-14}{14}=-1$

$\therefore$　$m_{\overline{AB}}\neq m_{\overline{AC}}$　$\therefore$　$A，B，C$ 不共線

3. xy平面上，四條直線L_1，L_2，L_3，L_4如圖所示，若其斜率各爲m_1，m_2，m_3，m_4，則



(A) $m_1>m_2>m_3>m_4$　(B) $m_4>m_3>m_2>m_1$　(C) $m_2>m_3>m_1>m_4$　(D) $m_1>m_2>m_4>m_3$　(E) $m_2>m_1>m_3>m_4$

Ans： (E)

解析：∵ 向右上升的直線斜率大於 0，且愈陡的斜率愈大

向左上升的直線斜率小於 0，且愈陡的斜率愈小

∴ $m_2 > m_1 > 0 > m_3 > m_4$

4. 設不共點的三直線之方程式分別爲：$ax - 4y = 1$，$(a + 1)x + 3y = 2$，$x - 2y = 3$，其中 a 爲實數。試問 a 爲何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？(複選)

(A) -8 (B) -4 (C) 1 (D) 3 (E) 5

Ans： (A)(B)(D)(E)

解析：∵ L_1：$ax - 4y = 1$ 之斜率爲 $\frac{a}{4}$

L_2：$(a + 1)x + 3y = 2$ 之斜率爲 $-\frac{a+1}{3}$

L_3：$x - 2y = 3$ 之斜率爲 $\frac{1}{2}$

(1)若 L_1 與 L_2 垂直，則 $\frac{a}{4} \cdot (-\frac{a+1}{3}) = -1 \Rightarrow a(a + 1) = 12$

$\Rightarrow a^2 + a - 12 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 4) = 0$ ∴ $a = 3$ 或 $a = -4$

(2)若 L_1 與 L_3 垂直，則 $\frac{a}{4} \cdot \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -8$

(3)若 L_2 與 L_3 垂直，則 $(-\frac{a+1}{3}) \cdot \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = 5$

由(1)～(3)知

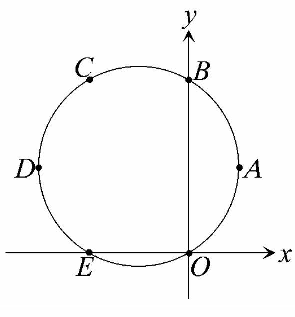
當 $a = 3$ 或 $a = -4$ 或 $a = -8$ 或 $a = 5$ 時，三直線會圍成一直角三角形

故(A)(B)(D)(E)真

5.( ) (複選)如圖，O，A，B，C，D，E 六等分一個圓，此圓半徑爲 2，則(A) A 點的坐標爲$(1，\sqrt{3})$ (B) B 點的坐標爲$(0，2\sqrt{3})$

(C) C 點的坐標爲$(-2，2\sqrt{3})$ (D) D 點的坐標爲$(-3，\sqrt{3})$

(E) E 點的坐標爲$(-2，0)$

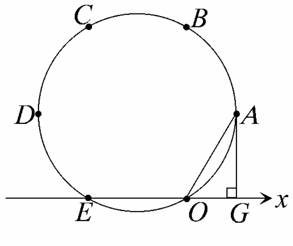


Ans： (A)(B)(C)(D)(E)

解析：∵ $\overline{OA}$ = 半徑 $= 2$，又 $\angle AOE = 120°$

∴ $\angle AOG = 60°$ ∴ $\overline{OG} = 1$，$\overline{AG} = \sqrt{3}$

∴ $A(1，\sqrt{3})$



6. 平面坐標系中，下列敘述何者正確？(複選)

(A)點 $P(x_0，y_0)$ 對 x 軸的對稱點爲 $(-x_0，y_0)$

(B)點 $P(x_0，y_0)$ 對 y 軸的對稱點爲 $(x_0，-y_0)$

(C)點 $P(x_0，y_0)$ 對原點的對稱點爲 $(-x_0，-y_0)$

(D)點 $P(x_0，y_0)$ 對直線 $y = x$ 的對稱點爲 $(y_0，x_0)$

(E)點 $P(x_0，y_0)$ 對直線 $y = -x$ 的對稱點爲 $(-y_0，-x_0)$

Ans： (C)(D)(E)

解析：　(A)點$P(x_0，y_0)$對x軸的對稱點爲$(x_0，-y_0)$
(B)點$P(x_0，y_0)$對y軸的對稱點爲$(-x_0，y_0)$
(C)點$P(x_0，y_0)$對原點的對稱點爲$(-x_0，-y_0)$
(D)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=x$的對稱點爲$(y_0，x_0)$
(E)點$P(x_0，y_0)$對直線$y=-x$的對稱點爲$(-y_0，-x_0)$

二、填充題：(每格 10 分)

1. 設$m\in R$，二直線$mx+3y+1=0$與$x+(m-2)y+m=0$相交於第二象限內，則m之範圍爲__。

Ans：$1<m<3$

解析：

$\begin{cases} mx+3y+1=0 \\ x+(m-2)y+m=0 \end{cases}$，得交點爲$\left(\dfrac{2}{m-3}，\dfrac{-(m-1)}{m-3}\right)$在第二象限內

$\therefore\ \dfrac{2}{m-3}<0，\dfrac{-(m-1)}{m-3}>0 \Rightarrow m-3<0，m-1>0$

$\therefore\ 1<m<3$

2. 設點P到$A(3，0)$，$B(0，1)$，$C(0，6)$都等距，則P的坐標爲__________。

Ans：$\left(\dfrac{5}{2}，\dfrac{7}{2}\right)$

解析：

設$P(a，b)$，由$\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$

$\therefore\ (a-3)^2+b^2=a^2+(b-1)^2=a^2+(b-6)^2$

$-6a+9=-2b+1=-12b+36$

$\therefore\ 3a-b=4，2b=7\quad\therefore\ b=\dfrac{7}{2}，a=\dfrac{5}{2}$

3. 在xy平面上，有三點$A(3，0)$，$B(1，2)$，$C(-1，-2)$及點P，則當P之坐標是__________時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之值最小，其值爲__________。

Ans：$P(1，0)$；最小值 16

解析：當P爲$\triangle ABC$重心時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之值最小

$\therefore\ P$之坐標爲$\left(\dfrac{3+1-1}{3}，\dfrac{0+2-2}{3}\right)=(1，0)$時

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$之最小值

$=(3-1)^2+(0-0)^2+(1-1)^2+(2-0)^2+(-1-1)^2+(-2-0)^2$

$=4+4+4+4=16$

4. 設$A(4，0)$，$B(-2，6)$，$G(0，1)$，若G爲$\triangle ABC$之重心，則頂點C之坐標爲__________。

Ans：$(1，3)$

解析：

設 C 之坐標爲$(x，y)$

$\because\ A(4，0)，B(-2，6)，G(0，1)$

$\therefore\ 0=\dfrac{4-2+x}{3}$，$1=\dfrac{0+b+y}{3}\Rightarrow\ x=-2$，$y=-3\quad\therefore\ C(-2，-3)$

5. 設數線上三點$A(-5)$、$B(9)$、$P(x)$，已知$\overline{AP}:\overline{BP}=3:4$，則$x=$__________。

Ans： 1 或 -47

解析：

當 A–P–B 時 $\because\ \overline{AP}:\overline{BP}=3:4\quad\therefore\ x=\dfrac{3\times 9+4\times(-5)}{3+4}=1$

當 P–A–B 時 $\because\ \overline{AP}:\overline{BP}=3:4\therefore\ x=\dfrac{(-3)\times 9+4\times(-5)}{(-3)+4}=-47$

所以 $x=1$ 或 -47

6. 設平行四邊形$ABCD$的三頂點坐標爲$A(-3，-7)$，$B(2，-3)$，$C(4，5)$，則此平行四邊形最短對角線之長爲__________，最長對角線之斜率爲__________。

Ans： 5；$\dfrac{12}{7}$

解析：

$A(-3，-7)$，$B(2，-3)$，$C(4，5)$，$D(x，y)$

A、C 中點 $=B$、D 中點 $\quad\therefore\ \begin{cases}\dfrac{-3+4}{2}=\dfrac{2+x}{2}\\ \dfrac{-7+5}{2}=\dfrac{-3+y}{2}\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}\quad\therefore\ D(-1，1)$

$\overline{AC}=\sqrt{(4+3)^2+(5+7)^2}=\sqrt{193}$，$\overline{BD}=\sqrt{(2+1)^2+(-3-1)^2}=5$

$\overline{AC}$ 之斜率 $=\dfrac{-7-5}{-3-4}=\dfrac{12}{7}$

7. 設$A(2，-1)$，$B(5，1)$，$C(3，a)$爲一個直角△的三頂點，則實數a之值爲__________。

Ans：$-\dfrac{5}{2}$，4，$\pm\sqrt{3}$

解析：(1) $\angle A=90°$時，$\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{AC}\ \Rightarrow$ 斜率乘積 $=-1\ \Rightarrow\ \dfrac{2}{3}\times(a+1)=-1$

$\Rightarrow\ a=-\dfrac{5}{2}$

(2) $\angle B=90°$時，$\overleftrightarrow{BA}\perp\overleftrightarrow{BC}\ \Rightarrow\ \dfrac{2}{3}\times\dfrac{1-a}{2}=-1\ \Rightarrow\ a=4$

(3) $\angle C=90°$時，$\overleftrightarrow{CA}\perp\overleftrightarrow{CB}\ \Rightarrow\ \dfrac{1-a}{2}\cdot(a+1)=-1\ \Rightarrow\ a=\pm\sqrt{3}$

8. 設△ABC 之三頂點爲 $A(2，-8)$，$B(-6，-2)$，$C(6，-5)$，而且頂點 A 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，求 D 點的坐標____________。

Ans： $(2，-4)$

解析：

$\because\ \overline{AB}=10$，$\overline{AC}=5$，且 $\overline{AD}$ 爲$\angle A$ 之平分線

$\therefore \quad \dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}$

令 $D(x，y)$，則由分點公式知 $\begin{cases} x=\dfrac{1\times(-6)+2\times 6}{2+1}=2 \\ y=\dfrac{1\times(-2)+2\times(-5)}{2+1}=-4 \end{cases}$

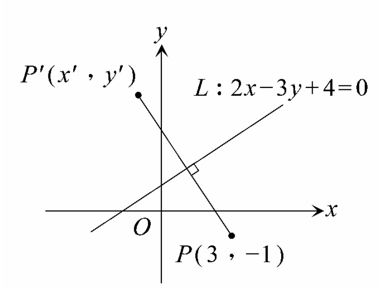
故 D 點的坐標為$(2，-4)$

9. 求點 $P(3，-1)$關於直線 $2x-3y+4=0$ 之對稱點坐標__________。

Ans： $(-1，5)$

解析：設 $P(3，-1)$對於直線 L：$2x-3y+4=0$ 之對稱點 $P'(x'，y')$

則直線 L 為 $\overline{PP'}$ 之垂直平分線



$\overline{PP'}\perp L \quad \Rightarrow \quad \dfrac{y'+1}{x'-3}\times\dfrac{2}{3}=-1$

$\Rightarrow \quad 3(x'-3)+2(y'+1)=0$

$\Rightarrow \quad 3x'+2y'-7=0$……①

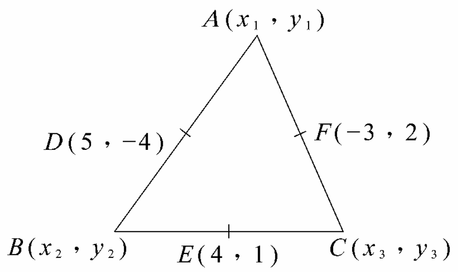
$\overline{PP'}$ 之中點$(\dfrac{3+x'}{2}，\dfrac{-1+y'}{2})$在 L 上

$\Rightarrow \quad 2(\dfrac{3+x'}{2})-3(\dfrac{-1+y'}{2})+4=0$

$\Rightarrow \quad 2x'-3y'+17=0$……②

①×3＋②×2 得 $13x'+13=0$ $\quad\therefore\quad x'=-1$ 代入①得 $y'=5$，故 $P(-1，5)$

10. △ABC 之三邊 $\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CA}$ 之中點分別為 $D(5，-4)$，$E(4，1)$，$F(-3，2)$，求點 A 之坐標？__________



Ans： $(-2，-3)$

解析：

設$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，$C(x_3，y_3)$

$\Rightarrow \quad x_1+x_2=5\times 2=10$……①

$\Rightarrow \quad x_2+x_3=4\times 2=8$……②

$\Rightarrow \quad x_1+x_3=-3\times 2=-6$……③

$\Rightarrow \quad y_1+y_2=-4\times 2=-8$……④

$\Rightarrow \quad y_2+y_3=1\times 2=2$……⑤

$\Rightarrow \quad y_3+y_1=2\times 2=4$……⑥

$\Rightarrow$ $\dfrac{①+②+③}{2}$ 得$x_1+x_2+x_3=6$……⑦

$\Rightarrow$ $\dfrac{④+⑤+⑥}{2}$ 得$y_1+y_2+y_3=-1$……⑧

⑦－②得$x_1=-2$，⑧－⑤得$y_1=-3$，故$A(-2，-3)$

11. 在△ABC 中三邊 $\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CA}$ 上各有一分點 D，E，F，若 $A(2，-1)$，$B(3，5)$，$C(-1，2)$且 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{FA}}=\dfrac{1999}{88}$，求△$DEF$ 之重心坐標__________。

Ans： $(\frac{4}{3}, 2)$

解析：∵ $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{CF}}{\overline{FA}}=\frac{1999}{88}$ ∴ △*DEF* 與△*ABC* 之重心爲同一點

故△*DEF* 之重心就是△*ABC* 之重心即$(\frac{2+3-1}{3}, \frac{-1+5+2}{3})=(\frac{4}{3}, 2)$