高雄市明誠中學 高一普通科 數學平時測驗 日期：92.10.23							
範圍	2-2	班級		姓名		得分	
		座號					

一、選擇題：(每題 10 分)

1、(　　) 設$a,b\in\mathbf{R}$且$a<b$，令 甲$=\dfrac{a+2b}{3}$, 乙$=\dfrac{3a+b}{4}$, 丙$=\dfrac{a+5b}{6}$,則甲、乙、丙之大小順序為 (A) 甲>乙>丙 (B) 乙>甲>丙 (C) 乙>丙>甲 (D) 丙>甲>乙 (E) 丙>乙>甲

答案：(D)

解析： 利用分點公式

$\because a<b$

$\therefore$ 甲$=\dfrac{8a+16b}{24}\cdots\cdots 16:8$

乙$=\dfrac{18a+6b}{24}\cdots\cdots 6:18$

丙$=\dfrac{4a+20b}{24}\cdots\cdots 20:4$

$\therefore$ 丙>甲>乙。

2、(　　) a,b,c為整數且$5|a+2|+2|b|+|c-1|=4$則合於條件之數對(a,b,c)共有多少組？ (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12。

答案：(D)

解析： $5|a+2|+2|b|+|c-1|=4\Rightarrow a+2=0, a=-2$

$|b|=0, |c-1|=4, \Rightarrow c=5$ 或 $-3, b=0$

$|b|=1, \cdots |c-1|=2, \Rightarrow c=3$ 或 $-1, b=\pm 1$

$|b|=2, |c-1|=0, \Rightarrow c=1, b=\pm 2$ 共 8 組

3、(　　) 設a,b都是有理數，c為無理數，以下何者正確？(複選)
(A) $a+b$為有理數 (B) $b\cdot c$為無理數 (C) $a+b\cdot c$為無理數 (D) $a\cdot b$為有理數 (E) $\dfrac{a}{b}$為有理數。

答案：(A)(D)

解析：(B)$0\cdot\sqrt{3}=0$；(E)$b=0$不合

4、(　　) 設$a=\dfrac{4}{5},\ b=\dfrac{54}{55},\ c=\dfrac{184}{185},\ d=\dfrac{1084}{1085}$
(A) $a<b<c<d$ (B) $a>b>c>d$ (C) $a<c<d<b$ (D) $b<a<c<d$
(E) $c<d<a<b$

答案：(A)

解析：真分數越加越大

二、填充題：(每格 10 分)

1、將$2.34\overline{56}$化為分數時，其值為__________。

答案：$\dfrac{11611}{4950}$

解析：$2.34\overline{56}=\dfrac{23456-234}{9900}=\dfrac{23222}{9900}=\dfrac{11611}{4950}$

2、設$a,b\in\mathbf{Q}$，若$(1+\pi)a+2b(3-4\pi)=13-15\pi$，則$a=$________，$b=$________。

答案：1, 2

解析：$(a+6b)+(a-8b)\pi=13-15\pi$

$\therefore a+6b=13, a-8b=-15$

$\therefore a=1, b=2$

3、滿足不等式$4\le|x-2|<11$的x值之範圍為__________ 或 __________。

答案：$-9<x<-2$；$6<x<13$

解析：(1) $4<x-2<11\Rightarrow 6<x<13$

(2) $-4>x-2>-11\Rightarrow -2>x>-9$

4、設$\sqrt{17+2\sqrt{72}}$的整數部分為a，小數部分為b，則$\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=$________。

答案：$\dfrac{7-3\sqrt{2}}{2}$

解析：$\sqrt{17+2\sqrt{72}}=\sqrt{9}+\sqrt{8}=3+2\sqrt{2}=3+2.\cdots=5.\cdots\cdots$，整數部分為 5

$b=(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$

$\therefore\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-2}+\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{7-3\sqrt{2}}{2}$

5、設$|ax+2|\le b$之解為$-\dfrac{5}{3}\le x\le 3$則$a=$________，$b=$__________。

答案：$-3, 7$

解析：$-\dfrac{5}{3}\le x\le 3,\ -\dfrac{7}{3}\le x-\dfrac{2}{3}\le\dfrac{7}{3},\ \left|x-\dfrac{2}{3}\right|\le\dfrac{7}{3}$

$|3x-2|\le 7,\ |-3x+2|\le 7\ \therefore a=-3,\ b=7$

6、(1)解方程式$|x+5|+|x-2|=9$則其解為__________。

(2)解不等式$|x+5|+|x-2|<9$則其解為__________。

答案：(1)3，-6　　(2)$-6\le x\le 3$

解析：(1) $x\ge 2$時$2x+3=9\ \therefore x=3$

$-5<x<2$時無解，

$x\le -5$時 $-5-x+2-x=9\ \therefore x=-6$

(2) $x \ge 2$ 時 $x \le 3$

$-5 < x < 2$ 時 $7 \le 9$ 恒成立 $\Rightarrow \therefore -5 < x < 2$

$x \le -5$ 時 $x \ge -6$

$\Rightarrow -6 \le x \le 3$

7、設正實數a之小數部分爲b（$0 < b < 1$），且$a^2 + 2b^2 = 15$，則此正實數$a =$ ＿＿＿＿＿＿。
答案：$2+\sqrt{3}$
解析：

$\because \quad 0 < b < 1 \quad \therefore \quad 0 < b^2 < 1 \Rightarrow 0 < 2b^2 < 2$

即 $0 < 15 - a^2 < 2 \quad \Rightarrow \quad 13 < a^2 < 15 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{13} < a < \sqrt{15}$

$\therefore a$的整數部分爲 $3 \Rightarrow a = 3 + b$ ，即$b = 3 - a$

$a^2 + 2(3-a)^2 = 15 \Rightarrow a^2 - 4a + 1 = 0$

$a = \dfrac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

$a > 0 \Rightarrow a = 2 + \sqrt{3}$

三、計算、證明題：(每題 10 分)

1、(1)已知「若n^2爲偶數，則n爲偶數，其中n爲整數」；試證$\sqrt{3}$爲無理數。
(1)證明：

設$\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$存在 $p, q \in \mathbf{N}$ 使$\sqrt{3} = \dfrac{q}{p}$且$(p,q) = 1$

$\therefore 3p^2 = q^2 \Rightarrow 3 \mid q^2 \Rightarrow 3 \mid q \Rightarrow$ 存在 $k \in \mathbf{N}$ 使 $q = 3k$ $\therefore 3p^2 = 9k^2$

$\therefore p^2 = 3k^2$, $3 \mid p^2 \Rightarrow 3 \mid p \Rightarrow 3 \mid (p,q)$ 與所設條件矛盾$\therefore \sqrt{3}$ 爲無理數

(2)利用(1)試證$\sqrt[3]{7} + \sqrt{3}$ 亦爲無理數。 (提示：$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$)
證明：

(2)令$\alpha = \sqrt[3]{7} + \sqrt{3} \in \mathbf{Q}$

$\therefore \sqrt[3]{7} = \alpha - \sqrt{3}$

$\therefore 7 = \alpha^3 - 3\sqrt{3}\alpha^2 + 9\alpha - 3\sqrt{3}$

$\therefore 3\sqrt{3}(\alpha^2 + 1) = \alpha^3 + 9\alpha - 7 \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{\alpha^3 + 9\alpha - 7}{3(\alpha^2 + 1)}$

$\therefore \alpha \in \mathbf{Q} \Rightarrow \sqrt{3} \in \mathbf{Q}$ 與假設相矛盾$\Rightarrow \sqrt[3]{7} + \sqrt{3}$ 爲無理數