

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：92.09.25				
範圍	1-2 集合(2)+Ans	班級		姓名
		座號		

一. 選擇題 (每題 8 分)

1. (C) 設 $A = \{1, 2, \{1, \{1, 2\}\}\}$, $B = \{1, \{1, 2\}\}$, $C = \{1, 2\}$ 則下列何者錯誤?

(A) $\{B\} \subset A$ (B) $\{C\} \subset B$ (C) $B \subset A$ (D) $C \subset A$ (E) $C \in B$

解析： $\because B \in A$

2. (C) 設 A 表一集合，且 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ，則 A 集合共有幾個？(單選)

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

解析： $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$

\therefore 則 $A = \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ ，共有 4 個

3. (E) $(A \cap B)' = (A)A - B'$ (B) $B - A$ (C) $A' \cap B'$ (D) $U - (A \cup B)$ (E) $A' \cup B'$

解析： $(A \cap B)' = A' \cup B'$

4. (C) 設 $A = \{k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{2k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{3k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$ ，試判斷 A, B, C 三集合的包

含關係，則 (A) $A \subset B$ (B) $B \subset C$ (C) $B \subset A$ (D) $C \subset B$ (E) $A \subset C$

解析： $A = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$

$B = \{\dots -3, -1, 1, 3 \dots\}$

$C = \{\dots -5, -2, 1, 4, 7 \dots\}$

$\therefore B \subset A$

5. (E) 設 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 則下列何者錯誤?

(A) $\{1, 2\} \in A$ (B) $\{1, 2\} \subset A$ (C) $1 \in A$ (D) $\emptyset \subset A$ (E) $\{1\} \in A$

解析： $\because \{1\} \subset A$

二. 填充題 (每題 10 分)

1. 設集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 3y = 5\}$, $C = \{(y + 2, x - 1) \mid 2x - y = 3\}$ ，

則(1) $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ，(2) $B \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\{(2, 1)\}$, $\{(\frac{13}{5}, \frac{4}{5})\}$

解析：

$$\therefore \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \therefore x = 2, y = 1, \therefore A \cap B = \{(2, 1)\}$$

《方法一》

$$C = \{(y + 2, x - 1) \mid 2x - y = 3\}$$

$$= \{(a, b) \mid a - 2b = 1\} = \{(x, y) \mid x - 2y = 1\}$$

$$(\text{令 } a = y + 2, b = x - 1 \therefore x = b + 1, y = a - 2)$$

$$\therefore 2x - y = 3 \Rightarrow 2(b+1) - (a-2) = 3 \Rightarrow a - 2b = 1)$$

$$A \cap C : \begin{cases} x+3y=5 \\ x-2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{13}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}$$

《方法二》

$$\text{設}(a,b) \in B \cap C, \therefore a+3b=5 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} y+2=a \\ x-1=b \end{cases} \therefore \begin{cases} y=a-2 \\ x=b+1 \end{cases}$$

$$2(b+1) - (a-2) = 3 \therefore a - 2b = 1 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\text{由}\textcircled{1}\textcircled{2} \begin{cases} a+3b=5 \\ a-2b=1 \end{cases} \Rightarrow 5b=4, \quad b=\frac{4}{5}, a=\frac{13}{5}$$

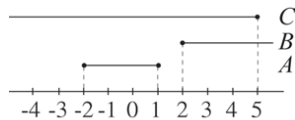
2、設 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，則 A 的子集共有_____個。

答案：16

解析： $2^4 = 16$

3、設 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid x \geq 2\}$, $C = \{x \leq 5\}$ 則 $A - B =$ _____, $(B \cup C)' =$ _____。

答案： $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$, \emptyset



解析：由圖知 $A - B = A = \{-2 \leq x \leq 1\}$ ，因 $B \cup C = \mathbf{R}$ ，故 $(B \cup C)' = \emptyset$ 。

4、(1)若兩數對 $(x+1, y) = (3y-1, 2x-1)$ ，則 $x =$ _____, $y =$ _____。

(2)設 A, B 兩集合各有兩個元素 $A = \{x+1, y\}$, $B = \{3y-1, 2x-1\}$ ，若 $A = B$ 則數對 $(x, y) =$ _____。

答案：(1)1,1 (2)(1,1)或 $(2, \frac{1}{2})$

$$\text{解析：(1)} \begin{cases} x+1=3y-1 \\ y=2x-1 \end{cases} \therefore x=1, y=1$$

$$(2) A = B \text{ 表示 } \begin{cases} x+1=3y-1 \\ y=2x-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+1=2x-1 \\ y=3y-1 \end{cases}$$

$$\therefore (x, y) = (1, 1) \text{ 或 } (2, \frac{1}{2})$$

5、設 $A = \{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid |x+3| \leq k, x \in \mathbf{R}\}$ ，若 $A \cap B = \emptyset$ ，則 k 的範圍為_____。

答案： $k < 2$

解析：

$$|x| \leq 1 \quad \therefore -1 \leq x \leq 1$$

$$|x+3| \leq k \quad \therefore -k \leq x+3 \leq k, \quad -k-3 \leq x \leq k-3$$

$$\therefore A \cap B = \emptyset \quad \therefore k-3 < -1, \quad k < 2$$

6. 設 a 為一整數，二集合 $A = \{2, 3, a^2 - 5a + 10\}$ ， $B = \{2a - 2, -5a + 13, -a + 6\}$ ，若 $A \cap B = \{2, 6\}$ ，則 a 之值 = _____。

答案： 4

解析：

$$A \cap B = \{2, 6\} \Rightarrow a^2 - 5a + 10 = 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1, 4$$

$$(1) a = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 3, 6\} \\ B = \{0, 8, 5\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B \neq \{2, 6\}, \text{ 故 } a = 1 \text{ 不合}$$

$$(2) a = 4 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 3, 6\} \\ B = \{6, -7, 2\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{2, 6\}, \text{ 合理。故 } a = 4$$

7. 設 $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - x + k = 0\}$ ， $B = \{2, 4\}$ ，若 $B - A = \{2\}$ ，則

$$(1) k = \underline{\hspace{2cm}}。 (2) A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答案：(1) -12 (2) $A \cup B = \{2, -3, 4\}$

解析：

$$(1) x^2 - x + k = 0, \quad x = 4 \quad (\because B - A = \{2\})$$

$$16 - 4 + k = 0 \Rightarrow k = -12$$

$$(2) x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \quad \therefore x = 4, -3$$

$$A = \{-3, 4\} \Rightarrow A \cup B = \{2, -3, 4\}$$

8. 已知 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 1\}$ ， $B = \{(y-1, x+2) \mid ax + by = 1\}$ ，

若 $A = B$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $(a, b) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$

解析：

$$\therefore A = \{(x, y) \mid 2x - y = 1\}$$

$$B = \{(y-1, x+2) \mid ax + by = 1\}$$

$$= \{(m, n) \mid bm + an = 2a - b + 1\}$$

$$= \{(x, y) \mid bx + ay = 2a - b + 1\}$$

$$\left(\because \begin{cases} y-1 = m \\ x+2 = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = m+1 \\ x = n-2 \end{cases} \Rightarrow \text{代入 } ax + by = 1 \right)$$

$$\Rightarrow a(n-2) + b(m+1) = 1 \Rightarrow bm + an = 2a - b + 1 \quad)$$

$$A = B \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{-1}{a} = \frac{1}{2a - b + 1} \quad \begin{cases} 2a = -b \\ a = -(2a - b + 1) \end{cases} \quad \therefore a = -\frac{1}{5}, \quad b = \frac{2}{5}$$

$$(a, b) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

9. 設 $A = \{x | x \in R, |x - 3| \leq 2\}$, $B = \{x | x \in R, |x - 1| \leq 3\}$,

若 $A \cap B = \{x | x \in R, |x - a| \leq b\}$, 則數對 $(a, b) =$ _____。

答案: $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

解析:

$$A: |x - 3| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$$

$$B: |x - 1| \leq 3 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$$

$$A \cap B = \{x | 1 \leq x \leq 4\} = \{x | |x - a| \leq b\}$$

$$= \{x | a - b \leq x \leq a + b\} \quad \therefore \begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 4 \end{cases}, a = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

10. 某班共有 n 名學生, 每人在英文與日文中至少要選修一科, 已知選英文者 17 人, 選日
文者 15 人, 兩科都選者 8 人, 則 $n =$ _____。

答案: 24

解析:

令 A 表示選修英文的學生, B 表示選修日文的學生

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{即 } n = 17 + 15 - 8 = 24$$

11. 設 k 為一正實數, 集合 $A = \{x | |x - 1| \leq 4, x \in R\}$, $B = \{x | |x - 2| \leq k, x \in R\}$,

(1) 若 $A \subset B$, 則 k 之範圍 _____。

(2) 若 $B \subset A$, 則 k 之範圍 _____。

答案: (1) $k \geq 5$ (2) $k \leq 3$

解析:

$$\text{集合 } A: |x - 1| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x - 1 \leq 4 \Rightarrow -3 \leq x \leq 5$$

$$\text{集合 } B: |x - 2| \leq k, k > 0 \Rightarrow -k \leq x - 2 \leq k \Rightarrow 2 - k \leq x \leq 2 + k$$

$$(1) \text{欲 } A \subset B, \text{則須 } 2 - k \leq -3 \text{ 且 } 2 + k \geq 5 \Rightarrow k \geq 5 \text{ 且 } k \geq 3 \Rightarrow k \geq 5$$

$$(2) \text{欲 } B \subset A, \text{則須 } 2 - k \geq -3 \text{ 且 } 2 + k \leq 5 \Rightarrow k \leq 5 \text{ 且 } k \leq 3 \Rightarrow k \leq 3$$

12. 設 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a + 1, 3, 4 \dots\}$, 且 $A = B$

(1) 若 A 中只有兩個元素, 求數對 (a, b, c) 之值為何? _____。(三組)

(2) 若 A 中有三個元素, 求數對 (a, b, c) 之值為何? _____。(二組)

答案: $\because A = B$

$$(1) \text{若 } a = 3, B = \{3, 4\}, A = \{3, b, c\} \Rightarrow (b, c) = (3, 4), (4, 3), (4, 4)$$

$$\therefore (a, b, c) = (3, 3, 4) \text{ 或 } (3, 4, 3) \text{ 或 } (3, 4, 4)$$

$$(2) \text{若 } a = 4, A = \{4, b, c\}, B = \{3, 4, 5\} \Rightarrow (b, c) = (3, 5), (5, 3)$$

$$\therefore (a, b, c) = (4, 3, 5) \text{ 或 } (4, 5, 3)$$