

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：92.10.02	
範圍	邏輯+ans	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1.(D)由命題「若考題容易，則所有學生皆能及格」可推知：

- (A)若考題不容易，則所有學生皆不能及格
- (B)若考題不容易，則有些學生不能及格
- (C)若所有學生皆及格，則考題容易
- (D)若有些學生不及格，則考題不容易
- (E)若沒有一個學生不及格，則考題必容易

解析：

設敘述 p 為「考題容易」，敘述 q 為「所有學生皆能及格」
 則命題「若考題容易，則所有學生皆能及格」即「若 p ，則 q 」
 \therefore 命題「若 p ，則 q 」的同義敘述為「若非 q ，則非 p 」
 即「若有些學生不及格，則考題不容易」，故選(D)

2.(AE) 設 $f(x)$ ， $g(x)$ 為二多項式，則命題「若 $f(x) = 0$ ，則 $g(x) = 1$ 」與下列何者同義？(複選)

- (A) $g(x) = 1$ 或 $f(x) \neq 0$
- (B) $f(x) \neq 0$ 或 $g(x) \neq 1$
- (C) $g(x) = 1$ 且 $f(x) \neq 0$
- (D) 若 $f(x) \neq 0$ ，則 $g(x) \neq 1$
- (E) 若 $g(x) \neq 1$ ，則 $f(x) \neq 0$ 。

解析：

設 p 表敘述 $f(x) = 0$ ， q 表敘述 $g(x) = 1$
 利用 $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q \quad \therefore$ (A)(E)與原命題同義

二、填充題 (每題 10 分)

1. 「電梯在每一層樓都至少有三人走出來」的否定敘述為_____。

答案： 電梯在有的層樓至多有二人走出來

解析：

利用 $\sim(\forall p) \equiv \exists(\sim p)$ ，至少有三人走出來，即走出來的人數 ≥ 3
 其否定為「走出來的人數 < 3 」，即「走出來的人數 ≤ 2 」，即至多有二人走出來

2. 若 $1 \leq x \leq 5$ 為 $|x - a| \leq b$ 之充要條件，則數對 $(a, b) =$ _____。

答案： (3, 2)

解析：

$$\begin{aligned}
 |x - a| \leq b &\Leftrightarrow b > 0 \text{ 且 } -b \leq x - a \leq b \\
 &\Leftrightarrow b > 0, a - b \leq x \leq a + b \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5 \\
 \therefore &\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = 1 \end{cases} \therefore a = 3, b = 2
 \end{aligned}$$

3. $x \in R$ ，若 $|x + 2| \leq 4$ 為 $|x - 1| \leq k$ 之充分條件，則 k 之最小值為_____。

答案： 7

解析：

$$|x + 2| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x + 2 \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x \leq 2$$

$$|x-1| \leq k \Rightarrow -k \leq x-1 \leq k \Rightarrow -k+1 \leq x \leq k+1 \Rightarrow -k+1 = -6 \Rightarrow k=7$$

4. 下列各題請填「充分」、「必要」、「充要」

(1) 「 $\triangle ABC$ 是正 \triangle 」為「 $\triangle ABC$ 是等腰 \triangle 」之_____條件。

(2) $a, b, c \in R$, 「 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 」為「 $a = b = c$ 」之_____條件。

(3) 「 \square 是平行四邊形」為「 \square 是菱形」之_____條件。

(4) $a, b, c \in R$, 「 $a + b > 0, ab > 0$ 」為「 $a > 0$ 且 $b > 0$ 」之_____條件。

答案：(1)充分 (2)充要 (3)必要 (4)充要

解析：

$$\therefore \begin{cases} a+b > 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0 \wedge b > 0$$

5. 寫出下列命題的逆命題，並判斷其是否成立。

(1)若 $x = 3$ 或 $x = 4$ ，則 $x^2 - 7x + 12 = 0$ _____。逆命題是否成立_____。

(2)若 $a + b = 4$ 且 $2a + b = 5$ ，則 $a = 2$ 且 $b = 2$ _____。逆命題是否成立_____。

答案：(1)若 $x^2 - 7x + 12 = 0$ ，則 $x = 3$ 或 $x = 4$ ；成立

(2)若 $a = 2$ 且 $b = 2$ ，則 $a + b = 4$ 且 $2a + b = 5$ ；不成立

6. 若 A 為綠色，則 B 為紅色；若 A 非綠色，則 B 為白色；若 B 為紅色，則 C 為藍色；若 C 非黑色，則 B 為黃色；若 C 為藍色，則 D 為非白色，今知 D 為白色，則 C 為_____色。

答案：黑

解析：

(1)∵ 「若 C 為藍色，則 D 為非白色。」 ∴ D 為白色，則 C 為非藍色

(2)∵ 「若 B 為紅色，則 C 為藍色。」 ∴ C 為非藍色，則 B 為非紅色

(3)∵ 「若 A 為綠色，則 B 為紅色。」 ∴ B 為非紅色，則 A 為非綠色

(4)∵ 「若 A 為非綠色，則 B 為白色。」 ∴ B 為白色，當然 B 為非黃色

(5)∵ 「若 C 非黑色，則 B 為黃色。」 ∴ C 為黑色

7. 命題「若天下雨則馬路溼」之否命題為_____。

答案：若天不下雨則馬路不溼

解析：

若天下雨則馬路溼之否命題為若天不下雨則馬路不溼

8. 「王同學至少是17歲」的否定敘述為_____。

答案：王同學至多是16歲

解析：

王同學至少是17歲 \Leftrightarrow 王同學的年齡 ≥ 17

否定：王同學的年齡 $< 17 \Leftrightarrow$ 王同學的年齡 $\leq 16 \Leftrightarrow$ 王同學至多是16歲

9. 若 p 是 q 的充分條件， q 是 r 的充要條件， r 是 s 的必要條件，則 p 是 s 的什麼條件？_____（充分，必要，充要，都不是）。

答案：都不是

解析：

已知： $p \Rightarrow q, q \Leftrightarrow r, s \Rightarrow r$ 可推得 $p \Rightarrow r, s \Rightarrow r \Rightarrow q$ ，故 p 與 s 均不能互推得

10. 已知「若 $x^2 + x - 6 = 0$ ，則 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 」是錯誤的命題，求 $x^3 - 2x^2 + 4x - 3$ 之值。

答案：-60

解析：

若「 p 則 q 」是錯誤，則 p 為真， q 為假

設 $x^2 + x - 6 = 0$ ，則 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 。是錯誤命題，則

$x^2 + x - 6 = 0$ 且 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 須同時成立

$$(x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 或 } x = -3 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x-1)(x-2) \neq 0 \quad \therefore x \neq 1 \text{ 且 } x \neq 2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①，②知 $x = -3$

$$\therefore x^3 - 2x^2 + 4x - 3 = (-3)^3 - 2(-3)^2 + 4(-3) - 3 = -60 \text{ 爲所求}$$

三、證明、計算題 (每題 10 分)

1. 將 1, 2, 3, ..., 9 等九個正整數任意互調 (排列) 得 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$,

證明： $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_9 - 9$ 中至少有一個是偶數。1.

證明：利用反證法

設 $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, a_4 - 4, \dots, a_9 - 9$ 都不是偶數

$\therefore a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, a_4 - 4, \dots, a_9 - 9$ 都是奇數

$\therefore (a_1 - 1) + (a_2 - 2) + (a_3 - 3) + (a_4 - 4) + \dots + (a_9 - 9)$ 爲奇數

即 $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_9) - (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9) = 0$ 爲奇數

但 0 爲偶數 \therefore 矛盾 ($\rightarrow \leftarrow$)

2. 證明：三角形必有一個內角的角度不超過 60° 。

證明：利用反證法

若一個三角形之三個內角的角度均大於 60°

則此三角形之三內角和必大於 180° ，這是不合理的

故必有一個內角的角度不超過 60°

3. 命題：「若 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ ，則 $\triangle ABC$ 爲直角三角形」，試寫出此命題之逆命題，否定命題及逆否命題，並判斷此四命題的對與錯。

答案：

本命題：若 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ ，則 $\triangle ABC$ 爲直角三角形……正確

逆命題：若 $\triangle ABC$ 爲直角三角形，則 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ ……不正確

\because $\triangle ABC$ 爲直角三角形時，不一定 $\angle B$ 爲直角，有可能是 $\angle C$ 或 $\angle A$ 爲直角，此時就會是 $\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$ 或 $\overline{CA}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$

否命題：若 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \neq \overline{AC}^2$ ，則 $\triangle ABC$ 不爲直角三角形……不正確

\because $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \neq \overline{AC}^2$ ，有可能 $\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$ 成立，此時 $\angle C = 90^\circ$

逆否命題：若 $\triangle ABC$ 不爲直角三角形，則 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \neq \overline{AC}^2$ ……正確

\because $\triangle ABC$ 不是直角三角形 $\Rightarrow \angle B \neq 90^\circ \Rightarrow \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \neq \overline{AC}^2$