<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：93.05.07</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">2-4 組合(2)+Ans</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一. 填充題(每題 10 分)

1、 方程式 $x+y+z+u \le 9$ 之正整數解之個數為＿＿＿＿＿

答案：$x'+y'+z'+u'+t=5$ 之非負整數解為 $H_5^5 = C_5^9 = 126$

2、 從 6 名男人，5 名女人中選取 4 人，其中至少 2 名為男人，1 名為女人，試問共有多少選法？＿＿＿＿＿

答案： (Ⅰ)：2 男 2 女，$C_2^6 C_2^5 = 150$ ； (Ⅱ)：3 男 1 女，$C_3^6 C_1^5 = 100$ ，

由(Ⅰ)(Ⅱ)共 250 種

3、 甲、乙、丙等六位同學排成兩排拍照，每排 3 人，其中甲、乙要排在前排，丙要排在後排，則共有＿＿＿種排法。

答案：$C_1^3 C_2^2 \times 3! \times 3! = 108$

4、 將”freeze”一字中的字母全取而排列之，其中三個”e”字母不完全相鄰的排列法有＿＿＿種，又三個”e”字母不完全分開亦不完全相鄰的排列法共有＿＿＿種。

答案：(1)全 － e 全相鄰 $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!} - 4! = 96$

(2)全 － e 全部分開 － 全相鄰 $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!} - 3! C_3^4 - 4! = 72$

5、 將 a, b, c, d, e, f 六件不同的禮物分給甲，乙，丙三人，則

(1)每人各得二件的方法有＿＿＿種。

(2)若 a, b 禮物只能分給同一人，且每人各得 2 件，則分法共有＿＿＿種。

答案：(1) $\dfrac{6!}{2!2!2!} = 90$　　(2) $C_1^3 \times \dfrac{4!}{2!2!} = 18$

6、 有 3 個罐子及四種不同的調味醬，每個罐子，只能選一種調味醬倒入，任一種調味醬均有足夠的份量倒 3 罐，則

(1)若罐子不同，每罐內調味醬也不同，則其方法有＿＿＿種。

(2)若罐子不同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有＿＿＿種。

(3)若罐子相同，但每罐內調味醬不同，則其方法有＿＿＿種。

(4)若罐子相同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有＿＿＿種。

答案：(1) $P_3^4 = 4\times 3\times 2 = 24$　(2) $4^3 = 64$　(3) $C_3^4 = 4$　(4) $H_3^4 = C_3^6 = 20$

7、 將 6 名學生分配住進完全相同的兩間寢室，每室住 3 人，則共有＿＿＿種住法，若將寢室編號為 101 室與 102 室，則共有＿＿＿種住法。

答案：(1) $\dfrac{C_3^6 C_3^3}{2!} = 10$　　(2) $\dfrac{C_3^6 C_3^3}{2!} \times 2! = 20$

8、 一平面上有相異 10 點，任 3 點不共線，以這些點為頂點的三角形共有_______個，用這些點共可決定_______條直線。

答案：(1) $C_3^{10}=120$ (2) $C_2^{10}=45$

9、 (1)5 個相同的球，在地上分成三堆，則其分法有_______種。

(2)5 個不同的球，在地上分成三堆，則其分法有_______種。

(3)5 個相同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_______種。

(4)5 個不同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_______種。

答案：(1) $5=(5,0,0),\quad(4,1,0),\quad(3,2,0),\quad(3,1,1),\quad(2,2,1)$ ，5 種

(2) $C_5^5+C_4^5C_1^1+C_3^5C_2^2+\dfrac{C_3^5C_1^2C_1^1}{2!}+\dfrac{C_2^5C_2^3C_1^1}{2!}=41$

(3) $H_5^3=C_5^7=21$ (4) $3^5=243$

10、由五對夫妻中任選三人組成委員會，但規定夫妻不得同時當選，共有_______種選法，若五對夫妻中恰有一對李姓夫妻，則李先生或李太太至少有一人當選的方法有_____種。

答案：(1) $C_3^5\times2^3=80$

(2)李姓夫妻恰有一人當選： $C_1^2C_2^8=56$ ，李姓夫妻都當選： $C_1^8=8$ 共 64 種

11、設 5 件玩具分給 3 人，每人至少一件，依下列情形，方法各有多少？

(1)玩具不同______。(2)玩具相同______。

答案：(1) $3^5-C_1^3\cdot2^5+C_2^3\cdot1^5=150$；(2) $H_{5-3}^3=6$

12、將 7 個蘋果分給甲、乙、丙、丁四個人

(1)7 個蘋果全部分完，每人可兼得亦可不得，共有幾種分法？_________

(2)7 個蘋果可以不全部分完，也可以完全不分出去，每人可兼得亦可不得，有幾種方法？_________

(3) 7 個蘋果全部分完，其中甲至少得 1 個，乙至少得 2 個，丙、丁可兼得亦可不得，共有幾種分法？________

答案：(1) $H_7^4=C_7^{10}=C_3^{10}=120$ 種。

(2)相當於全部分給「甲、乙、丙、丁、戊」五個人。 共有 $H_7^5=C_7^{11}=C_4^{11}=330$ 種。

(3)先分給甲 1 個，乙 2 個，剩下 7 – 1 – 2 = 4 個。

全部分完，有 $H_4^4=C_4^7=C_3^7=35$ 種分法。

13、將英文字“mathematical”的字母，取出 3 個，共有多少種取法？又有幾種不同的排列法？

答案：(1)78 種 (2)400 種

解析：字母有 a,a,a,m,m,t,t,h,e,i,c,l 共十二個

	取法	排列數
三同	1	$1\times\frac{3!}{3!}=1$
二同一異	$C_1^3C_1^7=21$	$21\times\frac{3!}{2!}=63$
三異	$C_3^8=56$	$56\times3!=336$
合計	78	400

取法 78 種，排列法 400 種。

14、試求滿足下列各條件的 n 之值。

(1) $C_7^n=C_3^n$ $n=$__________ (2) $C_{n+1}^{11}=C_{2n-5}^{11}$ $n=$_________

答案：(1) $n = 7 + 3 = 10$

(2) $n + 1 = 2n - 5$ 或 $(n + 1) + (2n - 5) = 11$，故 $n = 6$ 或 $n = 5$。

15、從“A,A,A,A,A,B,B,B,C,C,D,E”中任取四個字母爲一組，共可得幾組？任取四個字母的直線排列共有幾種？

答案：

	組合數	排列數
四同	1	$1\times\frac{4!}{4!}=1$
三同一異	$C_1^2C_1^4=8$	$8\times\frac{4!}{3!}=32$
二同二同	$C_2^3=3$	$3\times\frac{4!}{2!2!}=18$
二同二異	$C_1^3C_2^4=18$	$18\times\frac{4!}{2!}=216$
四異	$C_4^5=5$	$5\times4!=120$

組合數爲 35，排列數爲 387

16、將「庭院深深深幾許」七個字作一直線排列，其中三個「深」字不完全分開的排列法共有幾種？

答案：以全部的排列數扣去三個「深」字完全分開的排列數。

$\frac{7!}{3!}-4!\times C_3^5 = 840 - 240 = 600$

17、從一副撲克牌中，抽出其中 5 張，這 5 張同花的情形共有幾種？

答案：4 種花色，選出一種：$C_1^4=4$；選中花色之 13 張牌中再抽出其中 5 張：$C_5^{13}=1287$

總共有 $C_1^4\times C_5^{13}=5148$ 種。

18、將 6 個蘋果分給甲、乙、丙、丁四個人。

(1) 6 個蘋果全部分下去，每人可兼得亦可不得，共有幾種分法？

(2) 6 個蘋果可以不全部分完，也可以完全不分下去，每人可兼得亦可不得，共有幾種分法？

(3) 甲至少得 1 個，乙至少得 2 個，丙、丁可兼得亦可不得，共有幾種分法？

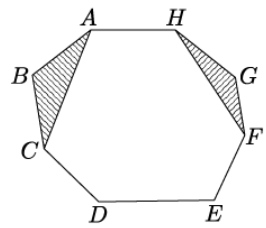
答案：(1) $H_6^4=C_6^9=84$ 種。

(2) 相當於全部分給「主人、甲、乙、丙、丁」五個人。 共有 $H_6^5=C_6^{10}=210$ 種。

(3) 先分給甲 1 個，乙 2 個，剩下 $6-1-2=3$ 個。

這 3 個再分下去，有 $H_3^4=C_3^6=20$ 種分法。

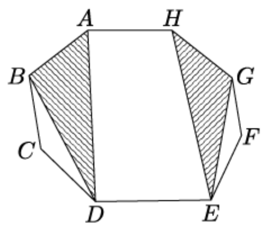
如果剩下的 3 個可以不全部分完，則有 $H_3^5=C_3^7=35$ 種分法。



19、以凸八邊形的整條對角線爲邊的三角形共有幾個？__________

(以對角線爲邊，是指以「整條」對角線爲邊，不可以以對角線的一部分爲邊)

答案：



所求三角形的三頂點都是原八邊形的頂點。可作 $C_3^8=56$ 個。

這 56 個三角形的邊都是原八邊形的邊或對角線。扣除含有原來兩邊的三角形以及原來一邊的三角形，剩下的就是三邊都是原來的對角線的三角形。

(1)含原來兩邊的三角形，如前頁圖所示之$\triangle ABC$, $\triangle FGH$ 等等，共有 8 個。

(2)含原來一邊及兩對角線的三角形，如前頁圖所示之$\triangle ABD$, $\triangle EGH$ 等，有 $8\times(8-4)=32$ 個。故所求之三角形共有 $56-8-32=16$ 個。

20、9 個相同的球任意分給甲、乙、丙三人，其中

(1)甲至少 1 球，乙至少 2 球，丙至少 2 球，則其分法有多少種？

(2)若改爲其中一人至少得 1 球，另外 2 人至少得 2 球，則其分法有多少種？

答案：(1) $H_4^3=C_4^6=15$

(2) $9=(6,2,1),\quad(5,3,1),\quad(5,2,2),\quad(4,3,2),\quad(4,4,1),\quad(3,3,3)$

$$3!+3!+\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{3!}=25$$

21、將 8 名學生分配住進 A, B 兩寢室，每室住 4 名，共有幾種分配法？

答案：共有 $\dfrac{C_4^8\times C_4^4}{2!}\times2!=70$ 種分配法。

22、設 a 表從 1，2，3，4，5，6，7，8，9 中任取相異三數，其積爲奇數之方法總數，而 b 表任取相異二數，其和爲奇數之方法總數，則

(　　) $a=$(A)36　(B)10　(C)5　(D)25　(E)125。

(　　) $b=$(A)10　(B)15　(C)20　(D)25　(E)30。

答案：(1)(B)　(2)(C)

解析：(1)奇數相乘才可得奇數　$\therefore a=C_3^5=10$

(2)一奇一偶相加其和爲奇數　$\therefore\ b=C_1^5C_1^4=20$