

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：93.04.23	
範圍	2-3 排列(2)+ANS	班級		姓名		
		座號				

一、填充題(每格 10 分)

1. 某公司在一棟大樓的第二樓與第三樓各有 7 個房間，如果要規畫二樓的 7 個房間中之三間給甲、乙、丙三個科長當研究室，有_____種方法；如果二、三樓同時使用，但二樓選兩間當研究室，而三樓裡選一間，有_____種方法。

答案：210；882

解析：

(1)三個人 7 個房間中，選 3 間當研究室，有 $P_3^7 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ 種選法

(2)①甲、乙兩人選二樓，丙選三樓的選法，有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$

②甲、丙兩人選二樓，乙選三樓的選法，有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$

③乙、丙兩人選二樓，甲選三樓的選法，有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$

所以共有 $294 \times 3 = 882$ 種選法

2. 三對夫婦 Aa ， Bb ， Cc ，6 人圍圓桌而坐，

(1) Aa 相鄰，則坐法有_____種。(2) Bb 不相鄰，則坐法有_____種。

答案：(1) 48 (2) 72

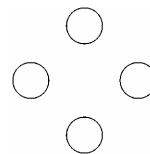
解析：

(1) Aa 視為 1 人，與其他 4 人環狀排列，有 $\frac{5!}{5}$ 種坐法 \therefore 共有 $\frac{5!}{5} \cdot 2! = 48$ 種坐法

(2) A, a, C, c 4 人環狀排列，有 $\frac{4!}{4}$ 種坐法

4 個空位選 2 個排 B, b 有 $4 \cdot 3$ 種坐法 (如右圖)

\therefore 共有 $\frac{4!}{4} \cdot 4 \cdot 3 = 72$ 種坐法



3. 由二年 1 班至 8 班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有_____種。

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有_____種。

【註】2 與 3 相連，1 與 8 不相連。

答案：(1)6 (2)20

解析：

(1)在 8 個班級中，選 3 個相連號碼的方法

有(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (5, 6, 7), (6, 7, 8)共 6 種選法

(2) $\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ \square & \square & \square & \square & \square \end{matrix}$

8 個班級選 3 個，有 5 個空位，可視為 5 個空位的前後共 6 個間隔任取 3 個

\therefore 有 $\frac{P_3^6}{3!} = 20$ 種

4. 警報器長鳴一次須三秒，短鳴一次須 1 秒，鳴叫之間間隔 2 秒，則 30 秒可作成_____種不同的信號。

答案：80

解析：

設長鳴 x 次，短鳴 y 次，則間隔有 $x + y - 1$ 次

$$\Rightarrow 3x + y + 2(x + y - 1) = 30 \Rightarrow 5x + 3y = 32$$

$$\frac{x}{y} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 9 \end{array} \right| \begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array} \text{ 有 } \frac{10!}{1!9!} + \frac{8!}{4!4!} = 10 + 70 = 80 \text{ 種}$$

5. 二年級甲、乙、丙三班的班長與副班長共六位，

- (1) 六位排成一列，排列數為_____。
- (2) 六位排成一列，同班二位不相鄰的排列數為_____。
- (3) 六位圍正三角桌而坐，每邊二人，則坐法有_____種。
- (4) 排成前後二列三行，同班二位同行之排列數為_____。

答案：(1) 720 (2) 528 (3) 240 (4) 48

解析：

(1) 6 人排成一列，共 $6! = 720$ 種排法

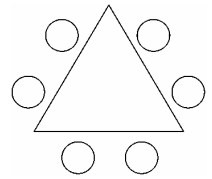
(2) 同班 2 人不相鄰 = (全部) - (有 1 班 2 人相鄰) + (有 2 班 2 人相鄰) - (3 班皆 2 人相鄰)

$$= 6! - P_1^3 \cdot 2 \cdot 5! + P_2^3 \cdot 2^2 \cdot 4! - 2^3 \cdot 3!$$

\uparrow 選 2 班 \rightarrow 每班 2 人可交換
 \rightarrow 2 班視為 2 人，與剩下 2 人排列

$$= 720 - 720 + 576 - 48 = 528$$

\downarrow 選 1 班 \rightarrow 2 視為 1 人，與剩下 4 人排列
 \rightarrow 2 人可交換
 \rightarrow 3 班排列 每班 2 人可交換



(3) 6 人入座每邊 2 人，1 種坐法經過 2 倍旋轉，坐法有 $\frac{6!}{6} \times 2 = 240$ 種

(4) 同班 2 人有前、後 2 種排法，共 2^3 種排法，又 3 班排 3 行，有 $3!$ 種排法
 \therefore 共 $2^3 \cdot 3! = 48$ 種排法

6. 將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列，

- (1) 三個「深」字不完全相鄰，則排法有_____種。
- (2) 三個「深」字完全不相鄰，則排法有_____種。

答案：(1) 720 (2) 240

解析：

(1) 三個「深」字不完全相鄰 即 (全) - (三個「深」字完全相鄰)

7 個字去排，共有 $\frac{7!}{3!}$ 種排法

把 3 個深字視為 1 個，與其他 4 字排列，有 $5!$ 種排法，共有 $\frac{7!}{3!} - 5! = 720$ 種排法

(2) 先排「庭」、「院」、「幾」、「許」4 個字，共有 $4!$ 種排法

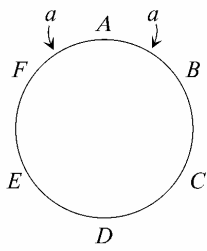
5 個空位選 3 個排「深」字，共 $\frac{P_3^5}{3!}$ 種排法，共有 $4! \cdot \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種排法



7. 六對夫婦圍圓桌聊天，試求男女相間且夫婦相鄰的坐法有_____種。

答案：240

解析：



設六對夫婦為 Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, Ff

A, B, C, D, E, F 先入座，其坐法有 $5!$ 種

而 a 入座時，只限於 A 之左右兩間隔之一

當 a 坐定後，其餘 b, c, d, e, f 只有一種坐法

如上圖，故坐法有 $5! \times 2 = 240$ 種

8. 將 6 種不同獎品全部分給甲，乙，丙三人，則

(1) 甲至少得一件，有_____種分法。

(2) 甲得一件，乙得二件，丙得三件，有_____種分法。

答案：(1) 665 (2) 60

解析：(1) $3^6 - 2^6 = 665$ (2) $C_1^6 C_2^5 C_3^3 \times 1 \times 1 \times 1 = 60$

9. 三支相同的原子筆，五支相同的鉛筆，全部分給 10 個小朋友，每人最多一支，共有_____種分法；如果八支筆都不相同，則分法有_____種。

答案：2520； P_8^{10}

解析：

(1) 本問題如同 3 個 a ，5 個 b ，2 個 \times 在 10 個不同位置的排列

共有 $\frac{10!}{3!5!2!}$ 的排法 = 2520 種方法

(2) 8 支筆分給 10 個小朋友中的 8 個人，有 P_8^{10} 種分法

10. 將「pallmall」一字中，所有字母全取而排列之，依下列條件，求其排列數，

(1) 所有 l 均相鄰_____。(2) l 均不相鄰_____。(3) 同字母不相鄰_____。

答案：(1) 60 種 (2) 60 種 (3) 54 種

解析：

(1) 4 個 l 相鄰視為一個字母，有 $\frac{5!}{2!} = 60$ 種

(2) $\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ p & a & m & a \end{matrix}$

$$\frac{P_4^5}{4!} \times \frac{4!}{2!} = 60 \text{ (種)}$$

└─ $pama$ 之排法

└─ l 插入「 \vee 」中之排法

(3) 即 l 不相鄰且 a 不相鄰 = $\boxed{l \text{ 不相鄰}} - \boxed{l \text{ 不相鄰}, a \text{ 相鄰}}$

$\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee \\ p & m & \boxed{aa} \end{matrix}$

l 不相鄰且 a 相鄰有 $\frac{P_4^4}{4!} \times 3! = 6$ 種

故所求 = $60 - \frac{P_4^4}{4!} \times 3! = 54$ (種)

11. 若 4 個男生，4 個女生圍坐一圓桌用餐，則

(1) 某兩個男生不相鄰的坐法有 _____ 種。

(2) 某兩個男生要相對而坐，且某兩個女生也要相對而坐的方法有 _____ 種。

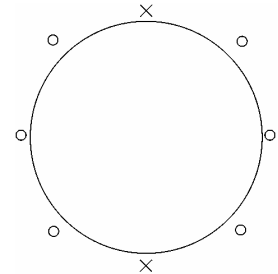
答案：(1) 3600 (2) 144

解析：

(1) (全部) - (兩人相鄰) = $\frac{8!}{8} - \frac{7!}{7} \times 2 = 3600$

(2) $\frac{2!}{2} \times \underline{6 \times 1} \times 4! = 144$ (種)

└─ 兩女生的選法
└─ 男生先坐



12. 「人人為我，我為人人」這 8 個字任意排成一列，其中至少有兩個「人」排在一起的排法有 _____ 種，又相同的字都不相鄰的排法有 _____ 種。

答案：390；24

解析：

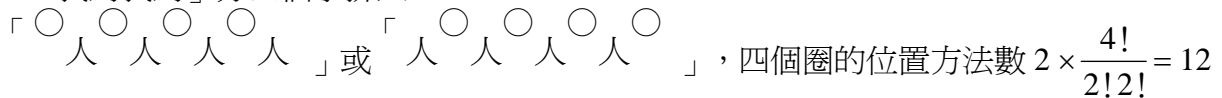
(1) 任意排列數減去四個人都不相鄰的排列數 = $\frac{8!}{2!2!4!} - \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_4^5}{4!} = 390$

(2) ① 先將「四個人」陳列，如下圖，然後將「我為我為」分成三組放入圖中打圈的位置，必須使同字不相鄰，其方法只有一種，如下

「我為、我、為」，排入三個打圈的位置的方法數 $3! \times 2! = 12$



② 「我為我為」分四個字排入



所以有相同的字都不相鄰的排法有 $12 + 12 = 24$ 種

13. 由十顆不同珠子，

(1) 串一項鍊，方法有幾種？

(2) 取 6 顆置於桌面，方法有幾種？

(3) 取 6 顆作一環，再放一顆於環心，排法有幾種？

答案：(1) 181440 (2) 25200 (3) 100800

解析：

(1) $\frac{10!}{10} \times \frac{1}{2} = 181440$ (2) $\frac{P_6^{10}}{6} = 25200$ (3) $10 \times \frac{P_6^9}{6} = 100800$

└─ 另 9 顆取 6 顆環排
└─ 先放中心

14. 甲、乙、丙、...、庚 7 人排成一列，求下列排法：

(1) 甲、乙、丙不可分開。 (2) 甲、乙、丙完全不相鄰。 (3) 甲、乙、丙不完全相鄰。

(4)甲不排首位，乙不排第二位，丙不排第三位。(5)甲在乙左方或甲在丙左方。

答案：(1) 720 (2) 1440 (3) 4320 (4) 3216 (5) 3360

解析：

(1) 甲乙丙 丁戊己庚

將甲乙丙視為一體，與丁戊己庚排列有 $5!$ 種方法

再看甲乙丙三人位置可互換有 $3!$ 種方法，故共有 $5! \times 3! = 720$ 種方法

(2) 丁 戊 己 庚

▽ ▽ ▽ ▽ ▽

將甲乙丙排入打「▽」的位置，有 $P_3^5 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 種方法

再排丁戊己庚有 $4! = 24$ 種方法，故共有 $P_3^5 \times 4! = 60 \times 24 = 1440$ 種方法

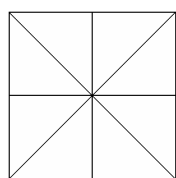
(3) (全部排法) - (完全相鄰的方法) = $7! - 720 = 4320$ (種)

(4) $7! - 3 \cdot 6! + 3 \cdot 5! - 4! = 3216$ 種

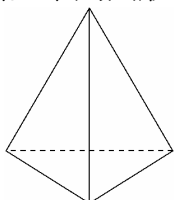
(5) $7! \times \frac{4}{3!} = 3360$

(甲乙丙之排法中，甲乙丙，甲丙乙，乙甲丙，丙甲乙，均滿足要求)

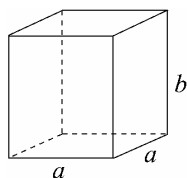
15. 將 10 種不同顏料塗下列圖形，各有幾種塗法？



正方形

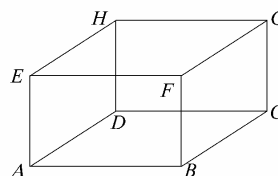


正四面體



四角柱

($a \neq b$)



答案：(1) 453600 (2) 420 (3) 18900 (4) 37800

解析：

$$(1) \frac{P_8^{10}}{8} \times 2 = 453600$$

$$(2) 10 \times \frac{P_3^9}{3} \times \frac{1}{4} = 420$$

$$(3) 10 \times 9 \times \frac{P_4^8}{4} \times \frac{1}{2} = 18900$$

$$(4) 10 \times 9 \times \frac{P_4^8}{4} \times 2 \times \frac{1}{2} = 37800 \text{ 種}$$

16. 6 本相異的書，分給 4 個兒童，有幾種方法？

(1) 任意分配。(2) 甲童沒分到。(3) 甲至少得一本。(4) 甲童恰好得一本。

答案：(1) 4096 (2) 729 (3) 3367 (4) 1458

解析：

(1) $4^6 = 4096$ (種)

(2) 甲沒有，只能分給其他三人，故有 $3^6 = 729$ 種

(3) 甲至少得一本之方法 = (任分) - (甲沒有) = $4^6 - 3^6 = 4096 - 729 = 3367$ (種)

(4) $6 \times 3^5 = 1458$ (種)

└─┬─ 其餘五本任分給其他三人
└─┬─ 6 本書選一本給甲

17. 有 6 個球投入 4 個箱子中，求下列投入法各多少種？

(1) 球相同，箱子相同，每箱投入球數不限。

(2) 球不同，箱子不同，每箱投入球數不限。

- (3)球相同，箱子不同，每箱投入球數不限。
 (4)球相同，箱子不同，每箱至少投入一球。
 (5)球不同，箱子不同，每箱至少投入一球。

答案：(1)9 (2)4096 (3)84 (4)10 (5)1560

解析：

(1)球相同，箱子相同，則箱中投入球數決定其投入法有 $(6, 0, 0, 0), (5, 1, 0, 0), (4, 2, 0, 0), (4, 1, 1, 0), (3, 3, 0, 0), (3, 2, 1, 0), (3, 1, 1, 1), (2, 2, 2, 0), (2, 2, 1, 1)$ 等，共有9種投入法

(2)球不同，箱子不同，則每一球均有4種不同投入法 \therefore 投入法有 $4^6 = 4096$ 種

(3)球相同，箱子不同，則由(1)知 $(6, 0, 0, 0)$ 投入法有 $\frac{4!}{3!} = 4$ 種

$$(5, 1, 0, 0) : \frac{4!}{2!} = 12, (4, 2, 0, 0) : \frac{4!}{2!} = 12, (4, 1, 1, 0) : \frac{4!}{2!} = 12$$

$$(3, 3, 0, 0) : \frac{4!}{2!2!} = 6, (3, 2, 1, 0) : 4! = 24, (3, 1, 1, 1) : \frac{4!}{3!} = 4$$

$$(2, 2, 2, 0) : \frac{4!}{3!} = 4, (2, 2, 1, 1) : \frac{4!}{2!2!} = 6$$

故投入法有 $4 + 12 + 12 + 12 + 6 + 24 + 4 + 4 + 6 = 84$ 種

(4)球相同，箱子不同，每箱至少一球的投入法有 $(3, 1, 1, 1)$ 與 $(2, 2, 1, 1)$

$$\text{故投入法有 } \frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!2!} = 10 \text{ 種}$$

(5)球不同，箱子不同，每箱至少一球的投入法 = (全部) - (有一箱沒有球)

$$= 4^6 - (4 \times 3^6 - 6 \times 2^6 + 4 \times 1^6) = 4096 - 2916 + 384 - 4 = 1560$$

18.有五對夫婦圍一圓桌環狀而坐，試求下列坐法各多少？

- (1)每對夫婦均相對而坐。 (2)男女間隔而坐。 (3)男女間隔而坐且夫婦不相鄰。

答案：(1)384 (2)2880 (3)312

解析：

(1)夫婦相對而坐（如右圖），

方法一：其中一對夫婦 Aa 先坐， B 入座坐法 8 種， b 入座坐法 1 種，

C 坐法 6 種， c 坐法 1 種， D 坐法 4 種， d 坐法 1 種，

E 坐法 2 種， e 坐法 1 種，

$$\text{坐法 } \frac{2!}{2} \times 8 \times 1 \times 6 \times 1 \times 4 \times 1 \times 2 \times 1 = 4! \times 2^4 = 384 \text{ 種}$$

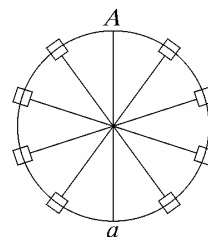
$$\text{方法二： } \frac{5!}{2} \times 1^5 \times 2^5 = 384$$

(五男先環狀排列，五妻對面入座，5對夫妻可互換；但會重複除以2)

(2)男女間隔而坐

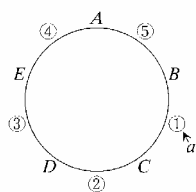
5 男生入座坐法 $\frac{5!}{5} = 4!$ 種，再將 5 女生安排於間隔中，坐法有 5! 種

\therefore 坐法有 $4! \times 5! = 2880$ 種



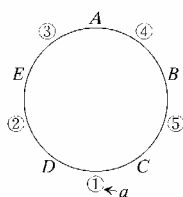
(3)男女間隔且夫婦不相鄰

先讓 5 男 A, B, C, D, E 入座有 $4!$ 種坐法
而每一種男生坐法中，女生入座法均有 13 種，如下圖



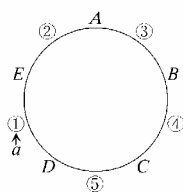
① ② ③ ④ ⑤
 $a b c d e$
 $a e b c d$
 $a e b d c$
 $a e c b d$

4 種



① ② ③ ④ ⑤
 $a b c d e$
 $a b c e d$
 $a b d c e$
 $a c b d e$
 $a c b e d$

5 種



① ② ③ ④ ⑤
 $a b c d e$
 $a c d e b$
 $a c e d b$
 $a d c e b$

4 種

\therefore 共有 $4! \times 13 = 312$ 種

19.有渡船 3 艘，每艘限載 6 人，試求下列之安全渡法？

(1) 6 人同時渡河。 (2) 7 人同時渡河。 (3) 8 人同時渡河。 (4) 9 人同時渡河。

答案：(1)729 (2)2184 (3)6510 (4)19194

解析：

(1)每船限載 6 人，渡船 3 艘，每人搭乘有 3 種方法

\therefore 6 人同時渡河的搭乘方法有 $3^6 = 729$ 種

(2)7 人渡河，因 7 人不得同乘一船而 7 人同乘一船的方式有 3 種

\therefore 7 人渡河搭乘方法有 $3^7 - C_7^1 \times 3 = 2184$ 種

(3)8 人渡河，超載的情形有二類

①8 人同搭乘一船方法有 3 種

②8 人中有 7 人同搭乘一船，另一人搭另船，其方法有 $C_7^8 C_1^1 \times 3 \times 2 = 8 \times 3 \times 2 = 48$ 種

\therefore 8 人安全渡河方法有 $3^8 - 3 - 48 = 6510$ 種

(4)9 人渡河，超載的情形有四類

①9 人同搭乘一船，其搭乘方法有 3 種

②9 人中，8 人同一船，另一人乘另一船，其搭乘方法有 $C_8^9 C_1^1 \times 3 \times 2 = 54$ 種

③9 人中，7 人同一船，另二人同乘另一船，其搭乘方法有 $C_7^9 C_2^2 \times 3 \times 2 = 216$ 種

④9 人中，7 人同一船，另二人分開各一船，其搭乘方法有 $\frac{C_7^9 C_1^2 C_1^1}{2!} \times 3 \times 2 \times 1 = 216$ 種

故 9 人安全渡河方法有 $3^9 - 3 - 54 - 216 - 216 = 19194$ 種