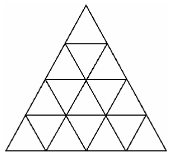
高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：93.04.02					
範圍	2-12 集合個數 乘法、加法原理	班級		姓名	
		座號			

一、複選題(每題 10 分)

1. 將邊長為 4 之正三角形分割成如下之小正三角形，下列何者正確？



(A)邊長為 1 之正三角形有 16 個　(B)邊長為 2 之正三角形有 6 個
(C)邊長為 3 之正三角形有 3 個　(D)邊長為 4 之正三角形有 1 個
(E)總共有正三角形 26 個

答案：(A)(C)(D)

解析：

(A) $1+3+5+7=16$　(B) $1+2+3+1=7$　(C) $1+2=3$
(D) 1　(E) $16+7+3+1=27$

2. 設 $A\in N$ 且 $1\le A\le 500$，則下列何者正確？
(A)不為 5 的倍數之 A 值有 400 個　(B)為 2 或 3 的倍數之 A 值有 333 個
(C)為完全平方數或完全立方數之 A 值有 27 個
(D)不為 2，不為 3 且不為 5 的倍數之 A 值有 134 個　(E)與 28 互質之 A 值有 214 個

答案：(A)(B)(C)(D)(E)

解析：

(A)對。$500-[\frac{500}{5}]=500-100=400$

(B)對。$[\frac{500}{2}]+[\frac{500}{3}]-[\frac{500}{6}]=250+166-83=333$

(C)對。A：平方數，$A=\{1^2，2^2，\cdots，22^2\}$，$n(A)=22$
B：立方數，$B=\{1^3，2^3，\cdots，7^3\}$，$n(B)=7$
$A\cap B=\{1^6，2^6\}$，$n(A\cap B)=2$，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=22+7-2=27$

(D)對。$n(A_2\cup A_3\cup A_5)$
$=n(A_2)+n(A_3)+n(A_5)-n(A_6)-n(A_{15})-n(A_{10})+n(A_{30})$
$=[\frac{500}{2}]+[\frac{500}{3}]+[\frac{500}{5}]-[\frac{500}{6}]-[\frac{500}{15}]-[\frac{500}{10}]+[\frac{500}{30}]$
$=250+166+100-83-33-50+16=366$
所求 $=500-366=134$

(E)對。$28=2^2\times 7$
$n(A_2\cup A_7)=n(A_2)+n(A_7)-n(A_{14})=[\frac{500}{2}]+[\frac{500}{7}]-[\frac{500}{14}]=250+71-35=286$
所求 $=500-286=214$

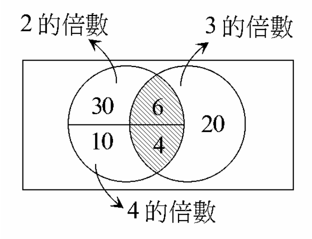
3. 自然數 k 個，其中 2 的倍數者有 50 個，3 的倍數者有 30 個，4 的倍數者有 14 個，6 的倍數者有 10 個，12 的倍數者有 4 個，下列何者正確？
(A)$k=60$　(B)為 2 的倍數但不為 3 的倍數者有 40 個

(C)爲 3 的倍數但不爲 2 的倍數者有 26 個　　(D)爲 3 或 4 的倍數者有 30 個

(E)不爲 3 或不爲 4 的倍數者有 20 個

答案：(B)

解析：



如右圖所示

(A) $k = 30 + 10 + 6 + 4 + 20 = 70$　　(B) $30 + 10 = 40$（個）

(C) 20 個　　(D) $10 + 6 + 4 + 20 = 40$（個）

(E) 30（個）

4. 若 A，B，C 爲三集合，$A \subset B \subset C$，則下列何者爲真？

(A) $A - B = \phi$　　(B) $(B - A) \cap A = \phi$　　(C) $(C - A) \cap C = \phi$　　(D) $(A \cap B) \cup C = C$

(E) $(A \cup B) \cap C = A$

答案：(A)(B)(D)

解析：

$\because \quad A \subset B \quad \Rightarrow \quad A - B = A - (A \cap B) = A - A = \phi$

$(B - A) \cap A = (B \cap A') \cap A = B \cap A' \cap A = \phi$

$\because \quad A \subset B \subset C \quad \Rightarrow \quad (A \cap B) \cup C = A \cup C = C$

$(A \cup B) \cap C = B \cap C = B$，$(C - A) \cap C$ 不一定是ϕ

5. 某班學生有 52 人參加數學測驗，試題 A，B，C 三大題，答對 A 者有 37 人，答對 B 者有 30 人，答對 C 者有 25 人，答對 A，B 者有 20 人，答對 A，C 者有 16 人，答對 B，C 者有 13 人，三題均答對者有 5 人，則

(A)三題均答錯者有 4 人　　(B)恰對一題者有 10 人　　(C)至少對一題者有 48 人

(D)至少對兩題者有 38 人　　(E)恰對 A 一題者有 6 人

答案：(A)(C)(E)

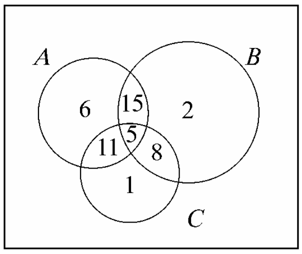
解析：

設答對 A，B，C 題者所成集合分別爲 A，B，C，則

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$= 37 + 30 + 25 - 20 - 13 - 16 + 5 = 48$（至少對一題）

$\Rightarrow \quad n(A' \cap B' \cap C') = n((A \cup B \cup C)') = 52 - 48 = 4$（三題均答錯）



由圖知 $n(A \cap B' \cap C') + n(A' \cap B \cap C') + n(A' \cap B' \cap C)$

$= 6 + 2 + 1 = 9$（恰對一題）

至少對二題者 $= 15 + 11 + 8 + 5 = 39$；恰對 A 一題者 $= 6$

二、填充題(每題 10 分)

6. 從 0，1，2，3，4，5 中取出三個不同數，寫成三位數，則其中 4 的倍數有__________個。

答案：24

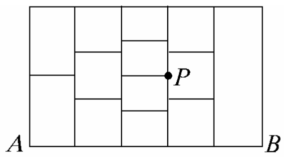
解析：

先取末兩位：04，12，20，24，32，40，52

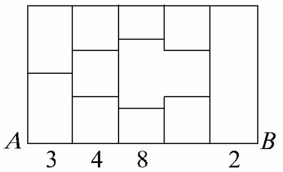
含 0 的有 3 個，其百位數有四個選擇，共 $3\times 4=12$ 個
不含 0 的有 4 個，其百位數有三個選擇，共 $4\times 3=12$ 個
$\therefore$ 4 的倍數共有 $12+12=24$ 個

7. 從 1、2、3、4、5、6、7 七個數中，組成數字不重複的三位數，則其中 3 的倍數有__________個。
答案：78
解析：
將 7 個數字分三類：$3k$ 型者有 3，6，$3k+1$ 型者有 1，4，7，$3k+2$ 型者有 2，5
① $3k$ 型取 1 個，$3k+1$ 型取 1 個，$3k+2$ 型取 1 個排列之三位數有 $2\times 3\times 2\times 3!=72$ 個
② $3k+1$ 型取 3 個排列之，三位數有 $1\times 3!=6$ 個
$\therefore$ 三位數有 $72+6=78$ 個

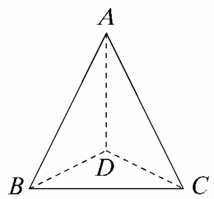
8. 如右圖，由 A 到 B 不回頭的走法
(1)有__________種。(2)不經過 P 點，則走法有__________種。



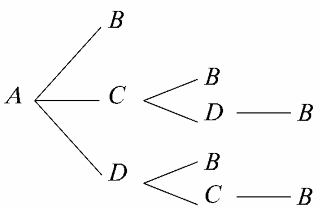
答案：(1) 480　(2) 192
解析：
(1) $3\times 4\times 5\times 4\times 2=480$
(2)如下圖，$3\times 4\times 8\times 2=192$



9. 自下圖四面體 $ABCD$ 之 A 出發，各頂點只能經過一次，
(1)自 A 至 B 共有__________種走法。
(2)走到之前走過之點即停止，共有__________種走法。

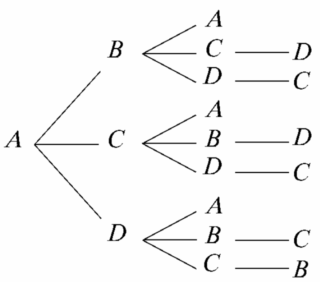


答案：(1) 5　(2) 9
解析：
(1)



共 5 種

(2)



共 9 種

10.設 $A=\{x\in R\,|\,|x-1|\leq 2\}$，$B=\{x\in R\,|\,|x+1|\leq k\}$，若 $A\subset B$，則 k 的最小值 $=$ ________。

答案：4

解析：

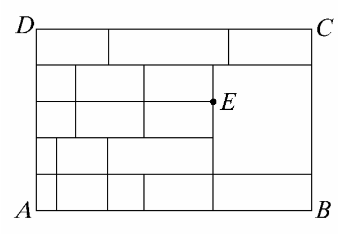
$x\in A \;\Rightarrow\; |x-1|\leq 2 \;\Rightarrow\; -2\leq x-1\leq 2 \;\Rightarrow\; -1\leq x\leq 3$

$x\in B \;\Rightarrow\; |x+1|\leq k \;\Rightarrow\; -k\leq x+1\leq k \;\Rightarrow\; -k-1\leq x\leq k-1$

$\because\; A\subset B \;\Rightarrow\; k-1\geq 3$ 且 $-k-1\leq -1 \;\Rightarrow\; k\geq 4$ 且 $k\geq 0 \;\Rightarrow\; k\geq 4$

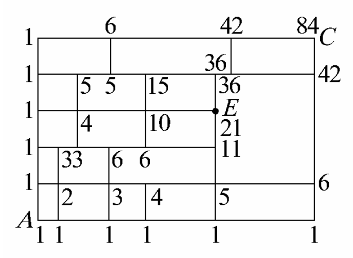
故 k 的最小值 $=4$

11.某地街道圖如下，則由 $A\to E$ 走捷徑有__________種走法，$A\to C$ 走捷徑有__________種走法。



答案：21 種；84 種

解析：



12.教室有四門，甲、乙二人由不同門進入，由不同門出來，且各人不可由同一門進出，則有__________種走法。

答案：84

解析：

進入：$4\times 3=12$

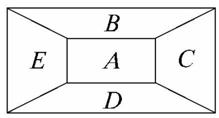
出來：(1)甲由乙進之門出：$1\times 3=3$

(2)甲不由乙進之門出：$2\times 2=4$

$\therefore$ 出來有 $3+4=7$ 種

進出共有 $12\times 7=84$ 種

13.如圖，以 5 種不同顏色塗在下圖區域中，相鄰區域顏色須相異，則有__________種塗法。



答案：420

解析：

BD 同色時，$A\to \boxed{BD}\to C\to E$：$5\times 4\times 3\times 3=180$ 種

BD 異色時，$A\to B\to D\to C\to E$：$5\times 4\times 3\times 2\times 2=240$ 種

故共有 $180+240=420$ 種塗法

14.已知 A，B，C 三集合中，$n(A)=n(B)=n(C)=250$，且 $n(A\cap B)=n(B\cap C)=0$，$n(A\cap C)=125$，則 $n(B\cup C)=$ __________，$n(A\cup B\cup C)=$ __________。

答案：500；625

解析：

$n(B \cup C) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) =\ 250 + 250 - 0 = 500$

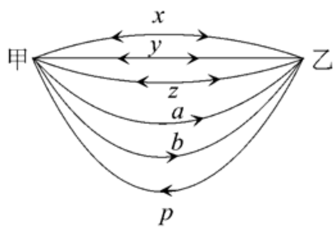
$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$= 250 \times 3 - 125 = 625$（$\because n(A \cap B \cap C) = 0$ ）

15.甲地與乙地之間共有六條道路，其中三條是雙向道，兩條是甲地到乙地的單向道，一條是乙地到甲地的單向道。今有一人從甲地騎車到乙地，請問有多少路徑供他選擇？____；如果他從甲地騎車到乙地，再騎回甲地，那麼他有多少方法？__________。

答案：5；20

解析：



(1)甲到乙的路徑有 5 條

(2)甲到乙再回到甲的路徑

先由甲到乙有 5 條走法，再由乙到甲有 4 條走法，

共 $5 \times 4 = 20$ 條路徑

16.若 $A = \{x \mid x = 3k + 1，k \in Z，1 \le x \le 200\}$，$B = \{x \mid x = 5n + 2，n \in Z，1 \le x \le 200\}$，則

(1) $n(A) =$__________。 (2) $n(A \cap B) =$__________。

答案：(1)67 (2)13

解析：

$\because$ $1 \le x \le 200$，$x = 3k + 1$，$k = 0$，1，2，$\cdots$，66 $\therefore$ $n(A) = 67$

$1 \le x \le 200$，$x = 5n + 2$，$n = 0$，1，2，$\cdots$，39 $\therefore$ $n(B) = 40$

當 $x \in A \cap B$ 時，共同項 $x = 15r + 7$，$r \in Z \Rightarrow$ $r = 0$，1，2，$\cdots$，12 $\Rightarrow$ $n(A \cap B) = 13$

17.將 50 元硬幣，換成 1 元，5 元，10 元的硬幣，有幾種換法？________________

答案：36

解析：

設 1 元換 x 個，5 元換 y 個，10 元換 z 個 $\Rightarrow$ $x + 5y + 10z = 50$

x	50	45	40	$\cdots$	0	40	35	$\cdots$	0	30	25	$\cdots$	0	20	15	$\cdots$	0	10	5	0	0
y	0	1	2	$\cdots$	10	0	1	$\cdots$	8	0	1	$\cdots$	6	0	1	$\cdots$	4	0	1	2	0
z	0					1				2				3				4			5
	11 組					9 組				7 組				5 組				3 組			1 組

共有 $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36$ 組換法

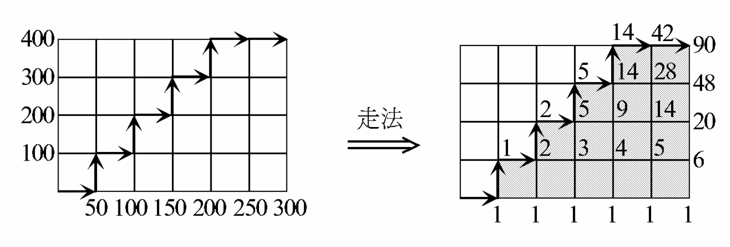
18.有 10 個人排隊買電影票，票價每張 50 元，若這 10 個人中有 6 個人身上帶有 50 元鈔票，其餘 4 人只帶 100 元鈔票，今每個人限購一張票，問售票員不備零錢能將票順利售出而不發生找錢的困難的售票方法共有多少種？____________

答案：90

解析：

10 人中有 6 人身上帶著 50 元，有 4 人帶著 100 元

故售票員不備零錢能將票順利售出的方法相當於下圖捷徑的走法



粗線右邊的走法均可，故售票法共有 90 種