高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：93.03.12					
範圍	1-3 雙曲線 2+ans	班級		姓名	
		座號			

一、單選題(每題 10 分)

1、(C) 設雙曲線$\left|\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}-\sqrt{(x-4)^2+(y-9)^2}\right|=6$，則共軛軸長為

(A)$2\sqrt{7}$ (B)6 (C)8 (D)10 (E)$2\sqrt{34}$

解析：雙曲線兩焦點$F(-2,1)$，$F'(4,9)$，$\overline{FF'}=10>6$， $\therefore$ $a=3, c=5, b=4$，共軛軸長為 8

2、(A) 設$A(-2,1)$，$B(4,2)$，P 點滿足$\left|\overline{PA}-\overline{PB}\right|=8$，則 P 點所形成之軌跡圖形為

(A)沒有圖形 (B)一射線 (C)二射線 (D)雙曲線 (E)雙曲線的一支

解析：$\overline{AB}=\sqrt{36+1}=\sqrt{37}<8$，故沒有圖形

3、(C) 雙曲線$4(x-1)^2-9(y+2)^2=36$上任一點到兩漸近線的距離之積為

(A)$\dfrac{12}{7}$ (B)$\dfrac{7}{12}$ (C)$\dfrac{36}{13}$ (D)$\dfrac{13}{36}$ (E)12

解析：雙曲線 $a^2=9$，$b^2=4$，其上任一點到兩漸近線的距離之積為$\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}=\dfrac{36}{13}$

4 、(B) 設雙曲線中心為$(-5,-1)$，貫軸平行於 x 軸，貫軸長為 12，共軛軸長為 8，則其方程式為(A)$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{8}=1$ (B)$\dfrac{(x+5)^2}{36}-\dfrac{(y+1)^2}{16}=1$ (C)$\dfrac{(x+5)^2}{144}-\dfrac{(y+1)^2}{64}=1$

(D)$-\dfrac{(x+5)^2}{16}+\dfrac{(y+1)^2}{36}=1$ (E)$-\dfrac{(x+5)^2}{64}+\dfrac{(y+1)^2}{144}=1$

解析：中心$(-5,-1)$，$a=6$，$b=4$ 的橫雙曲線為 $\dfrac{(x+5)^2}{36}-\dfrac{(y+1)^2}{16}=1$

二、填充題(每題 10 分)

1、一雙曲線的中心為$(1,-2)$，一頂點為$(-1,-2)$，一漸近線為 $2x+y=0$，則求此雙曲線之方程式為________________。

答案：中心$(1,-2)$，$a=2$，漸近線斜率為-2，$\dfrac{b}{a}=2$ $\therefore$ $b=4$；橫雙曲線$\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(y+2)^2}{16}=1$

2、一等軸雙曲線的中心為$(1,1)$，且過點$(3,5)$，若其一漸近線為$x+y-2=0$，則其方程式為________________。

答案：$x^2-y^2-2x+2y+12=0$

等軸雙曲線漸近線互相垂直，故另一漸近線為$(x-1)=1\cdot(y-1)\Rightarrow x-y=0$，

設等軸雙曲線：$(x-y)(x+y-2)=k$，過$(3,5)$代入$(3-5)(3+5-2)=k\Rightarrow k=-12$

故所求$(x-y)(x+y-2)=-12\Rightarrow x^2-y^2-2x+2y+12=0$

3、雙曲線$-\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$的共軛雙曲線之焦點坐標為______。

答案：$(2\pm\sqrt{13},-1)$

5、已知雙曲線之貫軸長等於共軛軸長時，稱為等軸雙曲線，若有一等軸雙曲線之中心為(1,1)又經過點(3,1)，已知其一漸近線方程式為 $x-3y+2=0$ 則另一條漸近線為___________，又此等軸雙曲線的方程式為______________。

答案：$3x+y-4=0$, $(3x+y-4)(x-3y+2)=12$

解析：等軸雙曲線漸近線互相垂直，又中心為(1,1)，故另一條漸近線為 $3x+y-4=0$

雙曲線方程式為$(3x+y-4)(x-3y+2)=k$，代入(3,1)

$\therefore\ k=12 \quad \therefore\ (3x+y-4)(x-3y+2)=12$

6、設方程式$\frac{x^2}{2t-1}+\frac{y^2}{t^2-4}=1$的圖形為雙曲線，則 t 的範圍為____________，又若此雙曲線之貫軸為 x 軸，則 t 的範圍為_____________。

答案：$t<-2$ 或$\frac{1}{2}<t<2$, $\frac{1}{2}<t<2$

解析：$\because$ 圖形為雙曲線 $\quad\therefore\ (2t-1)(t^2-4)<0 \quad \therefore\ t<-2$ 或$\frac{1}{2}<t<2$

若貫軸為 x 軸，則 $2t-1>0$, $t^2-4<0 \quad \therefore\ \frac{1}{2}<t<2$

7、設雙曲線方程式為$4x^2-9y^2+8x+36y+4=0$，則其中心坐標為___________，其漸近線方程式為_________________，又其共軛雙曲線方程式為________________。

答案：$(-1,2)$, $2x+3y-4=0$ 和 $2x-3y+8=0$, $4(x+1)^2-9(y-2)^2=36$

解析：$4(x+1)^2-9(y-2)^2=-36 \quad \therefore$ 中心為(-1,2)，其共軛雙曲線為$4(x+1)^2-9(y-2)^2=36$

其漸近線為$2(x+1)\pm3(y-2)=0$即 $2x+3y-4=0$ 和 $2x-3y+8=0$

8、二焦點為$(-2,-2)$，$(8,-2)$，一漸近線斜率為$\frac{3}{4}$之雙曲線方程式為________________。

答案：$\frac{(x-3)^2}{9}-\frac{(y+2)^2}{16}=1$

一漸近線斜率為$\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{3}{4}\Rightarrow a=4k, b=3k, k>0$，$2c=8+2=10$

又$a^2+b^2=c^2\Rightarrow(4k)^2+(3k)^2=25$，即$k=1\Rightarrow a=4, b=3$

二焦點$(-2,-2)$，$(8,-2)$之中點即為中心$(3,-2)\Rightarrow\frac{(x-3)^2}{9}-\frac{(y+2)^2}{16}=1$

9、雙曲線的兩焦點$F_1(7,-1), F_2(-3,-1)$，且正焦弦長為$\frac{32}{3}$，則雙曲線的方程式為_________。

答案：$\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+1)^2}{16}=1$

正焦弦長為$\frac{32}{3}\Rightarrow\frac{2b^2}{a}=\frac{32}{3}\Rightarrow b^2=\frac{16}{3}a$，又$2c=8+2=10$

又$a^2+b^2=c^2\Rightarrow a^2+\frac{16}{3}a=25\Rightarrow 3a^2+16a-75=0$，

$(3a+25)(a-3)=0$，即$a=3, b=4$；

二焦點$(-2,-2)$，$(8,-2)$之中點即為中心$(3,-2)\Rightarrow\frac{(x-3)^2}{9}-\frac{(y+2)^2}{16}=1$

10.求雙曲線$\frac{(x-1)^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=1$之兩漸近線交點坐標為＿＿＿＿＿。

答案：(1， 3)

解析：雙曲線$\frac{(x-1)^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=1$之兩漸近線交點坐標為雙曲線之中心，即(1， 3)

11.等軸雙曲線Γ之中心為(2，1)，正焦弦長$2\sqrt{2}$，一漸近線方程式為$x-y-1=0$，且Γ之貫軸平行x軸，則焦點坐標為＿＿＿＿＿，另一漸近線為方程式為＿＿＿＿＿。

答案： (0，1)，(4，1)；另一漸近線　$x+y-3=0$

解析：

另一漸近線為$(x-2)=-(y-1)$　$\Rightarrow$　$x+y-3=0$

正焦弦長$2\sqrt{2}=\frac{2b^2}{a}=2a\Rightarrow a=\sqrt{2}=b$ (因為等軸)，

貫軸平行x軸時，$\frac{(x-2)^2}{2}-\frac{(y-1)^2}{2}=1$

$\Rightarrow$　$a^2=2$，$b^2=2$　$\therefore$　$c^2=2+2=4$　$\Rightarrow$　$c=2$，故焦點$F'(0，1)$，$F(4，1)$

12.錐線Γ：$|\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x-2)^2+(y-5)^2}|=4$，求$\Gamma$的正焦弦長 ＝＿＿＿＿＿。

答案：5

解析：

Γ：$|\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x-2)^2+(y-5)^2}|=4$中二定點$F'(2，-1)$，$F(2，5)$

$\overline{FF'}=6>4$　$\therefore$　Γ表以F'，F為焦點，貫軸長4之雙曲線，其貫軸$x=2$平行y軸

又$2a=4$，$2c=6$　$\Rightarrow$　$a=2$，$c=3$　$\Rightarrow$　$b^2=c^2-a^2=5$，正焦弦長 $=\frac{2b^2}{a}=5$